

MATEMÁTICA MODERNA NO ENSINO

Oswaldo Sangiorgi

"Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos"

Ministério de Educação e Cultura

Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos

Vol. XLII - Outubro - Dezembro, 1964 - Nº 96

Págs. 415, 416, 417 e 418

Artigo extraído do jornal "O Estado de S. Paulo - 18/10/64

Questões pedagógicas de maior importância surgiram com o advento da matemática moderna no ensino secundário e, posteriormente, no ensino primário. A revelação do universo-mente, pelo grupo Piaget, pondo em evidência estruturas mentais que estão em correspondência com as estruturas matemáticas apresentadas pelo Grupo Bourbaki (vide artigo publicado nesta fôlha em 17 de maio último), exigiu dos pesquisadores educacionais verdadeira reformulação do que de matemática se deveria ensinar às crianças, bem como outros métodos de abordagem das diversas disciplinas que participam dos currículos escolares.

Este foi o principal fato que levou a Bibliothèque Scientifique Internationale — Section Pédagogie, dentro de sua esplêndida programação de Etudes de Pédagogie Expérimentale para 1964, a publicar um grande trabalho de pesquisa educacional: L'enseignement des Mathématiques, do Centro Nacional da pesquisa Científica da França, apresentado por Gaston Mialaret, que é Presidente da Associação Internacional de Pedagogia Experimental da Língua Francesa. A muitos pode parecer estranho que o Presidente de uma Associação Internacional de Pedagogia recomende oficialmente que uma obra, cujo conteúdo trata do ensino da matemática sob aspecto moderno, deva ser lida e meditada pelos estudiosos e professores de tôdas as disciplinas. Muito simples: o conteúdo de matemática moderna

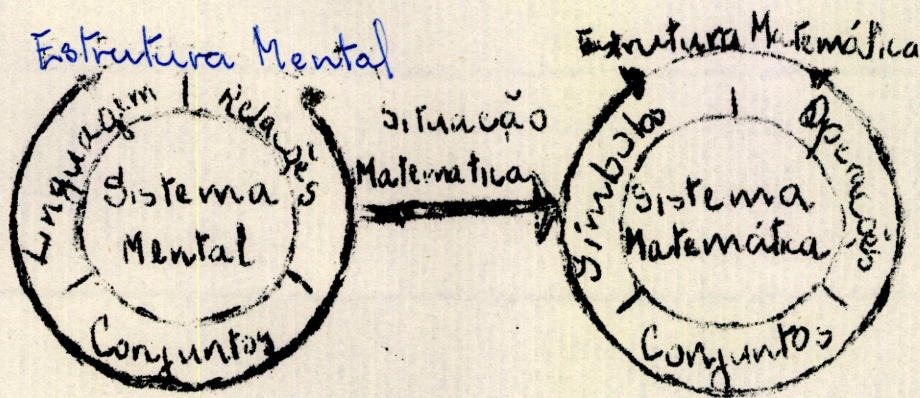


e os métodos de abordá-la preconizados na referida obra, não são apanágio somente da matemática, propriamente dita, mas também de todo estudo que se apresente com a mesma estrutura.

Nestas condições, a formação de todo estudante é enriquecida sobremaneira, em muito menor tempo que o gasto tradicionalmente e de um modo mais a sabor do jovem de hoje, quando usa os esquemas de trabalho indicados pela matemática moderna.

Ficaram famosos, dentro do desenvolvimento da Pedagogia atual, o tema e os debates da sétima reunião realizada pela Comissão Internacional para o Estudo e Aprimoramento do Ensino de Matemática (composta do psicologista J. Piaget, do logicista E. W. Beth, dos matemáticos J. Dieudonné, A. Linchnerowicz, G. Chouquet e do pedagogo C. Gattegno), em 1955, Bellano, Itália: "O aluno frente à Matemática Moderna: uma pedagogia que liberta!"

Que caracteriza, então, o ensino da chamada matemática moderna aos estudantes, desde a Escola Primária?



- 1º) usar, por intermédio dos conjuntos e das relações, a linguagem que a estrutura mental, inata em cada um de nós, está a "pedir";
- 2º) dinamizar o pensamento lógico, aproveitando as analogias existentes nas diversas disciplinas que se estudam; 3º) criar uma "situação matemática", através da correspondência revelada entre um sistema matemático.



A "situação matemática" sugerida no item 3º não se refere especificamente à matemática, e sim a qualquer disciplina descrita por um conjunto, cujos elementos satisfaçam determinadas relações. No caso particular daquela a "situação matemática" revela-se por meio de relações particulares (operações) que precisam o pensamento formado, quantificando os elementos participantes.

Como se ligam "estrutura mental" de uma criança as relações e as operações. Mesmo não conhecendo terminologia científica, nem símbolos, a criança é capaz de fazer, conjuntos simples, as operações práticas correspondentes às três operações lógicas: reunião, intersecção e complementação. Assim, por exemplo, se uma criança tiver um conjunto de bolinhas, onde se destacam bolinhas pretas e bolinhas grandes (que são subconjuntos do conjunto dado) temos: a operação intersecção é revelada, quando a criança quer saber quais são as bolinhas que são pretas e grandes ao mesmo tempo; a operação reunião, quando ela quer saber quais são as bolinhas pretas ou grandes; e a operação complementação, quando ela quer saber quais são as bolinhas que não são pretas ou que não <sup>são</sup> grandes.

Nestas condições, as operações lógicas efetuadas utilizaram as partículas e, ou, não com precisão e o interesse pedagógico está em que tais partículas têm sempre a mesma função, quando estão ligando idéias e não simplesmente palavras.

O Prof. Papy, da Faculdade de Ciências da Universidade de Bruxelas, foi até às Escolas Normais de seu país e provou cientificamente o papel das relações na criação de uma "situação matemática". Dêsse modo, a relação "é mais baixo que", ditada pelo "sistema mental" de uma criança, quando diz: "Paulo é mais baixo que Pedro", tem a mesma situação matemática, quando essa criança enuncia que "2 é menor que 5", pois ambas são relações de ordem parcial. . Assim também ocorre quanto às relações "Pau



lo é irmão de Pedro", o, por exemplo, "a reta r é paralela à retas", que têm a mesma "situação matemática", por possuírem ambas as propriedades simétrica e transitiva.

Na modernização do ensino da matemática que a Bélgica vem realizando, os alunos da escola primária já estudam as relações de maneira atracente, através de linhas coloridas, que as crianças desenharam ligando pontos que representam os elementos (pertencentes a determinado conjunto) que estão na relação estudada. Além disso, compõem relações das mais usuais de sua vida diária, como "é pai de" com "é pai de", resultando "é avô de", guardando situação matemática análoga de quando compõem relação "é múltiplo de" com a relação "é múltiplo de".

Fácil é ainda perceber, estudando as correspondências existentes entre um sistema mental e um sistema matemático, que o primeiro, numa criança normal, é sempre emulado através de "situações matemáticas" criadas pela sua própria estrutura mental. Assim, por exemplo, o sistema matemático constituído por um conjunto de "pauzinhos" e operação "juntar pauzinhos consecutivamente" revela a seguinte estrutura, caracterizada pelas propriedades: comutativa (o comprimento obtido, juntando dois "pauzinhos" são reunidos); associativa (o comprimento obtido, juntando dois "pauzinhos" com um terceiro é o mesmo obtido, quando junta o primeiro deles com o resultado obtido, juntando os dois últimos).

Ora, no Curso Primário, essa mesma criança vai encontrar o sistema matemático constituído do conjunto dos números inteiros (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...) e da operação adição que possui a mesma estrutura do sistema mental há pouco descrito, pois  $5 + 2 = 2 + 5$  (prop. comutativa)

$$(5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4) \text{ prop. associativa}$$

Diz-se então que os sistemas mental e matemático têm estrutura de semigrupo comutativo.

Portanto usando a matemática moderna, a linguagem dos sistemas matemáticos

\* (1) ... quaisquer, independe da ordem com que esses pauzinhos...



máticos (sempre caracterizados pela sua estrutura) estará "falando" a "linguagem própria do sistema mental de uma criança. E essa "conversa" continua com o passar dos anos, pois a criança, com um sistema mental mais desenvolvido (por conseguinte, de estrutura "mais rica"), se sintetizará perfeitamente com sistemas matemáticos mais completos. Uma criança mais madura, que esteja, por exemplo, brincando normalmente com um carrinho, desenvolve um sistema mental constituído pelo conjunto dos deslocamentos (caminhos percorridos pelo carrinho) e da operação composição de deslocamentos (a efetivação de dois deslocamentos consecutivos), com as seguintes propriedades: comutativa (pode-se, supondo uma "estrada" re- ta, levar o carrinho de uma posição A para uma posição B, efetuando os deslocamentos consecutivos 1 e 2 ou na ordem 2 e 1); associativa (o carrinho irá de uma posição A para uma posição B, efetuando os três deslocamentos consecutivos: 1 com 2 e depois o resultado com 3 ou 1 com o resultado de 2 com 3); elemento neutro (ou seja, o deslocamento nulo, isto é, aplicar esse deslocamento e fazer com que o carrinho pare; e note-se que o sistema mental pede também a parada do carrinho, pois do contrário o brinquedo não termina nunca...); elemento oposto (isto é, para qualquer deslocamento que leve o carrinho de uma posição A para uma posição B, existe um deslocamento — a "marcha-ré" — que reconduz o carrinho da posição B à posição A).

Seguindo a mesma marcha, o sistema matemático estudado nas primeiras séries ginasiais tem a mesma estrutura que o sistema mental descrito no exemplo anterior. De fato, seja o sistema matemático constituído pelo conjunto dos números inteiros relativos (...-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...) e da operação adição, para qual valem as seguintes propriedades: Comutativa:  $(+2) + (-3) = (-3) + (+2)$ .

Associativa:  $[(+2) + (-3)] + (-5) = (+2) + [(-3) + (-5)]$ .

Elemento neutro: 0, isto é,  $(+2) + 0 = (+2)$ .

Elemento oposto: isto é, para qualquer elemento do conjunto,



por ex., (+3), existe um elemento do conjunto, que é o (-3), tal que:  
(+3), existe um elemento do conjunto, que é o (-3), tal que: (+3) + (-3)  
= 0 (dá o neutro).

Então, o sistema mental que descrevia o normal deslocamento de um carrinho e o sistema matemático ora estudado têm a mesma estrutura. Tal estrutura, denominada Grupo Comutativo, é das mais ricas da álgebra que conduzem o pensamento e fez com que Gerge Boole revelasse a sua "Álgebra de Pensamento".

Há, pois, uma correspondência perfeita entre os sistemas (Mental e Matemático) de mesma estrutura que participam, necessariamente, do ato de estudar.

Bourbaki chamou de "Estruturas Mães" às estruturas algébricas (semigrupo, monoide, grupo, anel, corpo, espaço vetorial), as estruturas de ordem e as estruturas topológicas. Tais estruturas, de acordo com a fundamentação científica desenvolvida pelo lógico-matemático Ewald Beth, no Centro Internacional de Epistemologia Genética, Suíça, presidido por Jean Piaget, estão em correspondência perfeita com os Sistemas Mentais que todo racional desenvolve naturalmente. Ficarão para um próximo artigo os desenvolvimentos dos sistemas matemáticos e mentais que estão em correspondência com as estruturas de ordem e as estruturas topológicas.

---

Nota:

Este artigo é extrato de palestra proferida pelo autor no Dep. de Educação da Fac. de Filosofia, Ciências e Letras Da U.S.P.