INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA
DIREÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA
PORTO-ALEGRE, DEZEMBRO DE 1960.
3º SEMESTRE TURMA 532

TRADUÇÃO E RESUMO
FONTE: " DEVELOPMENTAL TEACHING" - MURSELL
EDITORA : Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY
CAPÍTULO TRADUZIDO : 7
ASSUNTO : O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO RELACIONAL

ALUNA : INGEBORG STRACKE

Uma das linhas mestras do desenvolvimento mental é o pensamento relacional que trata do conteúdo , puramente lógico da experiência. Quando reconhecemos que uma cousa ou coleção é maior que outra,vem após outra ou é a terceira a partir do fim; que 1/2 é igual a 2/4; uma linha reta é a distância mais curta entre dois pontos; que se A é igual a B e, B igual a C, então A é igual a C, estamos tratando com experiências em termos puramente relacionais.

O pensamento relacional é a substância da matemática. A matemática não consiste em somas e computações. Todos os seus ramos como a aritmética, geometria, álgebra, trigonometria, cálculo e assim por diante, são formas ou áreas especiais do pensamento relacional. A matemática é mal ensinada e aprendida e encarada como uma espécie de espectro curricular porque é aprendida como se tratasse , principalmente, de somas e operações de rotina, enquanto sua essência é a compreensão das relações, e o progresso nela é equivalente ao crescimento nesta compreensão.

A SEQUÊNCIA DO DESENVOLVIMENTO: BASE PSICOLÓGICA

1. O pensamento relacional eo seu desenvolvimento envolvem a personalidade inteira. Êste ponto é de extrema significação. Não há nenhuma outra disciplina no currículo em que os valores da personalidade sejam tão importantes como o são na matemática. Também não há nenhuma outra disciplina no ensino em que êstes valores sejam tão mal empregados.

Geraldine, com 17 anos de idade e um Q. I. de 105, foi interrogada que distância pode uma pessoa percorrer em 10 segundos, se percorre 6 pés em 1/2 segundo. Ela não soube responder. " Quando eu examino um problema aritmético", disse ela, "minha mente fica confusa e eu não posso pensar em nada." Isso tudo é bem caraterístico das atitudes predominantes com relação à matemática.

Sessenta % dos recrutas no exército dos E.E. U.U. erram em problemas, como, por exemplo, achar 18% de 135, ou a soma de - 2/3 e 3/4. E descobriu-se que a má vontade de certas crianças relativa à matemática é tão extrema, que ao serem forçadas a estudá-la podem adoecer fìsicamente.

Tudo isso seria compreensível se o conteúdo da matemática fôsse remoto ou muito artificial. No entanto, pelo contrário, o pensamento relacional é básico à natureza humana. Aparece mesmo nas crianças muito pequenas. Não requer nenhuma habilidade especial. É um dos caminhos normais e essenciais com que os homens resolvem os problemas da vida. Certamente existem diferenças na distância que as pessoas podem percorrer nesta estrada, mas, literalmente, tôda pessoa é capaz de percorrer uma parte dêste caminho. Assim para Geraldine, com seu Q. I. de 105, não haveria nenhuma razão para que ela não resolvesse certo, os cálculos elementares, nenhuma razão, exceto, ensino mal orientado, isto é, o tratamento persistente da matemática envolvendo apenas, habilidades intelectuais, isoladas.

Se, pelo contrário, a matemática é tratada tendo como base o pensamento relacional, então estamos lidando com um processo normal e significativo e um instrumento poderoso que pode ajudar o indivíduo a chegar a um acôrdo consigo mesmo e com o mundo.

2. O desenvolvimento do pensamento relacional é contínuo. O comportamento pré-numérico do tipo relacional se manifesta cedo. Pode tomar a forma de agregação, como quando a criança pequena acumula pinhas uma por uma; ou a forma de isolação, como quando come as ervilhas de seu prato, uma por uma. No início os números são usados, não como símbolos gerais, mas como nomes de eventos sucessivos.

Dá-se uma transição quando a criança descobre que as relações entre números e cousas dependem de um arranjo, por exemplo, que o terceiro degrau de uma escada, não é o nome de um determinado degrau, mas depende se se começa a contar de cima ou debaixo. Aqui começa o processo da contagem. Antes de contar a criança enumera nomes. A transição para a contagem significa uma mudança da enumerção dos nomes dos números, para a combinação de objetos com as séries de números.

Um outro aspecto do número que evolui na mentalidade infantil é a função de agrupar. Quando a criança se torna capaz de contar, isto é, de comparar seus brinquedos com a série de números descobre que tem 10 e que o último número da série representa a coleção inteira. Então os números são usados como símbolos de coleções. Esta compreensão pode chegar sùbitamente.

A transição da contagem para a compreensão das operações é significante. Todavia não há uma quebra brusca no desenvolvimento. A idéia básica da adição precede a da subtração porque a crian ça já está condicionada a contar " para diante", isto é, em direção a números mais altos. As operações envolvem um tipo mais alto de integração . A adição é uma combinação de coleções; a subtração consiste em tirar coleções de coleções; a multiplicação e a divisão são elaborações dêsses dois modos de manipulação.

3.O desenvolvimento do pensamento relacional depende dos -- processos de encadeamento da diferenciação e integração. Já vimos -- que o conceito de números evolui gradativamente, primeiro como nome para coisas e eventos específicos, depois como símbolo para a ordem ou disposição de coisas e, por fim, como símbolo de coleções.

Num certo nível uma criança que tem dois brinquedos e recebe mais três, precisa contar se deseja saber quantos tem ao todo. Depois que a criança elaborou ooconceito de coleções torna-se possível para ela, somar. Levando a compreensão das relações de coleções um pouco mais adiante, a multiplicação também torna-se possível. A noção de inteiro e de parte do inteiro está, obscuramente, presente desde os primeiros anos de vida. Pode-se vê-la em função no comportamento de uma criança que deseja tomar todo o alimento que está contido na sua xícara ou recusa parte dêle.

4. Junto com esta diferenciação progressiva e esta integração dá-se um domínio gradativo dos têrmos, processos e pensamento , abstratos. A criança adquire uma compreensão da adição através de numerosas experiências com coleções. Ela descobre que quando se combina uma coleção de cinco coisas com uma coleção de três, tem-se uma nova coleção de oito coisas. Depois descobre que existem símbolos que oferecem uma maneira rápida de escrever e registrar êste resultado e relembrá-lo para uso futuro, de modo que a expressão " cinco mais três é igual a oito" vem a ter significação para ela. A significação dos símbolos fracionários, também, vem a ser entendida através da experimentação e manipulação com todos e partes. Eis um exemplo da compreensão das relações fracionárias de um grupo de alunos do 6º grau: " qualquer coisa é um todo por si mesma. Eu poderia cortar fora a orelha de Mickey e então ter dois inteiros. Se você ti - rar uma tirar uma lasca de um barril, seria uma fração do barril , mas também ao mesmo tempo, seria uma lasca ou um todo.

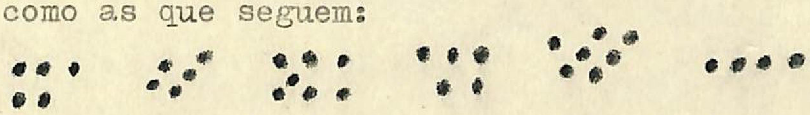
Muitas vêzes, as abstrações , isto é, os símbolos e sua manipulação são ensinados através da regra e da memorização, na crença de que desta maneira se consegue que a criança pense e opere em termos relacionais. Mas êstes símbolos e abstrações só podem funcionar como resultados de um longo e intrindado processo de crescimento. A maneira apropriada de ensiná-los é através de uma evolução da compreensão, porque quando não são compreendidos, mas, apenas, memorizados, são aprendidos inseguramente e não proporcionam uma base para desenvolvimento futuro do pensamento e compreensão relacional.

SIGNIFICAÇÃO PRÁTICA: O PROGRAMA TOTAL E SUA ORGANIZAÇÃO

1. A linha do desenvolvimento. A matemática tem sido definida como a " ciência das relações necessárias". Assim o ensino da matemática desde o comêço deveria estar baseado na compreensão das relações,isto é, no pensamento relacional.A mesma ênfase, embora aplicada diferentemente, - a ênfase da compreensão, da generalização, do pensamento, do insight - deve ser o coração, o centro do ensino em todos os outros ramos da matemática, tais como a álgebra, geometria, trigonometria, etc.Essa é a linha determinante sôbre a qual deve estar organizado todo o programa.

Para ver o que isto significa consideremos um número de aplicações em diferentes situações, bem como alguns exemplos do ensino da matemática nos quais a idéia não é levada em conta. Descobriu-se que as dificuldades com a matemática, muitas vêzes, começam bastante cedo e giram em tôrno do fato de que a grande maioria das crianças nunca estabelece conceitos numéricos adequados.

Foram apresentados a um grupo de 1858 crianças " retratos de números concretos" consistindo de pontos dispostos em várias configurações, como as que seguem:



Foi-lhes perguntado quantos pontos havia em cada configuração e também como o descobriram. Na maioria dos casos provaram usar métodos puros de enumeração, contando ponto por ponto.As disposições diferentes deveriam ter sugestionado fortemente, a análise das coleções, cuidando a altura e semelhança. Mas êstes métodos não apreceram.As crianças provaram operarem num baixo nível de compreensão.

No ensino das combinações numéricas, o principal é sempre conseguir que a criança compreenda o que a operação significa.

Suponhamos que desejamos ensinar à criança que sete mais cinco é igual a doze. Uma maneira de fazê-lo seria usar duas coleções, uma de sete cousas e outra de cinco. A criança pode tomar cousas da coleção de cinco e colocá-las na coleção de sete até que tenha uma coleção de dez. Depois pode colocá-la de lado e tomar as duas cousas restantes da coleção de cinco, original,e colocá-las ao longo da coleção de dez. Dêste modo descobre que sete mais cinco é a mesma cousa que dez mais dois, que é doze. As generalizações, tais como, cinco mais três são oito nunca deveriam ser automatizadas antes de serem bem compreendidas. Assim também as séries numéricas e experiências relacionadas com elas podem ser feitas para capacitar a criança a descobrir generalizações úteis, por exemplo, que qualquer número mais 1 é o número seguinte, que 4 mais 4 é muito - parecido com 4 mais 5, que 9 mais 6 é o mesmo que 10 mais 5, que qualquer número mais zero é o mesmo número, etc.

Como uma ilustração de generalizações mais complexas e aprendizagem em aritmética, consideremos a significação especial da coleção 10. Podemos tomar 18 objetos, tais como bilhetes, varas, cartas ou livros e mostrar que podemoser entendidos como uma coleção de 10 com um excedente de 8. Ao escrever os números de 10 a 19 , prestemos particalar atenção á coleção 10, indicando-a sempre num certo lugar, surgindo dêste modo o conceito do valor posicional. Para ampliar e esclarecer o conceito do valor posicional as crianças podem trabalhar com um cartão tendo a numeração de 1 a 100, disposta em colunas de 10, do seguinte modo: retirando todos os 4, depois todos os 6 e assim por diante, observando sempre como estão dispostos. As crianças podem também fazer pilhas de 10 fichas, aliás, 4 pilhas de 10 fichas, cada pilha com 4 fichas excedentes, justamente, para verem o que significa o 4 quando está na casa das unidades e quando está na casa das dezenas. Este estudo ainda pode ser levado adiante, trazendo à luz o conceito do zero como "place holder" e observando que 90, 70 ou 80, significam 9, 7 ou 8 pilhas de 10.

Observemos como tudo isto leva à compreensão dos processos fundamentais. Temos a soma:

$$\begin{array}{r} 48 \\ +39 \\ \hline 87 \end{array}$$

A criança percebe que quando as unidades são combinadas perfazem 17. Este é constituído por uma coleção de 10, mais com um excedente de 7. Logo, precisa escrever 7, e combinar a coleção de 10 com as outras de sua espécie, obtendo 8 ao todo. Aqui está a aproximação via "insight" e compreensão do celebrado problema do transporte.

Quanto às frações as crianças fracassam neste setor porque não chegam a apreender a idéia básica envolvida. Muitas vêzes as crianças não compreenderam a grandeza relativa representada por 1/2, 1/4, 1/3, etc. Entretanto, sérios esforços foram feitos para ensinar a estas crianças as regras e processos de manipulação para as entidades fracionárias. A criança deve compreender que está tratando com partes de um todo quando manipula coisas que lhe são familiares, como cortar pedaços de barbante ou tiras de papel, partir um bôlo, etc.

O ensino da matemática através do pensamento sòmente é possível com crianças muito inteligentes? Afortunadamente, temos material para uma resposta convincente. As combinações da adição foram ensinadas a quatro grupos de crianças, dois dos quais se caraterizavam pela inteligência acima da média, e outros dois pela inteligência abaixo da média. Um dos grupos bons e um dos grupos medíocres recebeu ensino da espécie descrita acima. Os outros dois grupos receberam aplicação excepcionalmente cuidadosa do método de exercícios. No fim do ano os escores dos testes dos primeiros dois grupos ensinados através do pensamento e compreensão, foi, respectivamente 99 e 76, ao passo que os escores dos testes dos outros dois grupos ensinados por meio de exercício foram 77 e 55.

O " Setting"

Já foi dito , muitas vêzes, que a matemática é útil à civilização em geral, mas pouca utilidade prática tem na vida cotidiana. Esta afirmativa foi reforçada pelo resultado de investigações. Numa dessas investigações, em que foram registrados os principais usos da matemática, verificou-se que era usada, por exemplo, para contar o trôco no bar, somar duas contas bancárias, computar o tempo que se gasta para chegar de um lugar a outro pelo horário da estação ferroviária, tomar as medidas para um novo tapête e para as varetas das cortinas, fazer o balanço do livro-cheque, etc. Em outra investigação feita entre crianças de 3º grau ficou demonstrado que a adição e a subtração eram mais freqüentes, cobrindo a maioria dos fatos básicos, enquanto a multiplicação se limitou, principalmente, à tabuada do cinco, e a divisão ocorreu raramente.

É bem verdade que os adultos se defrontam, constantemente com problemas e situações que requerem computação e raciocínio aritmético, mas, na maioria dos casos, são bastante elementares.

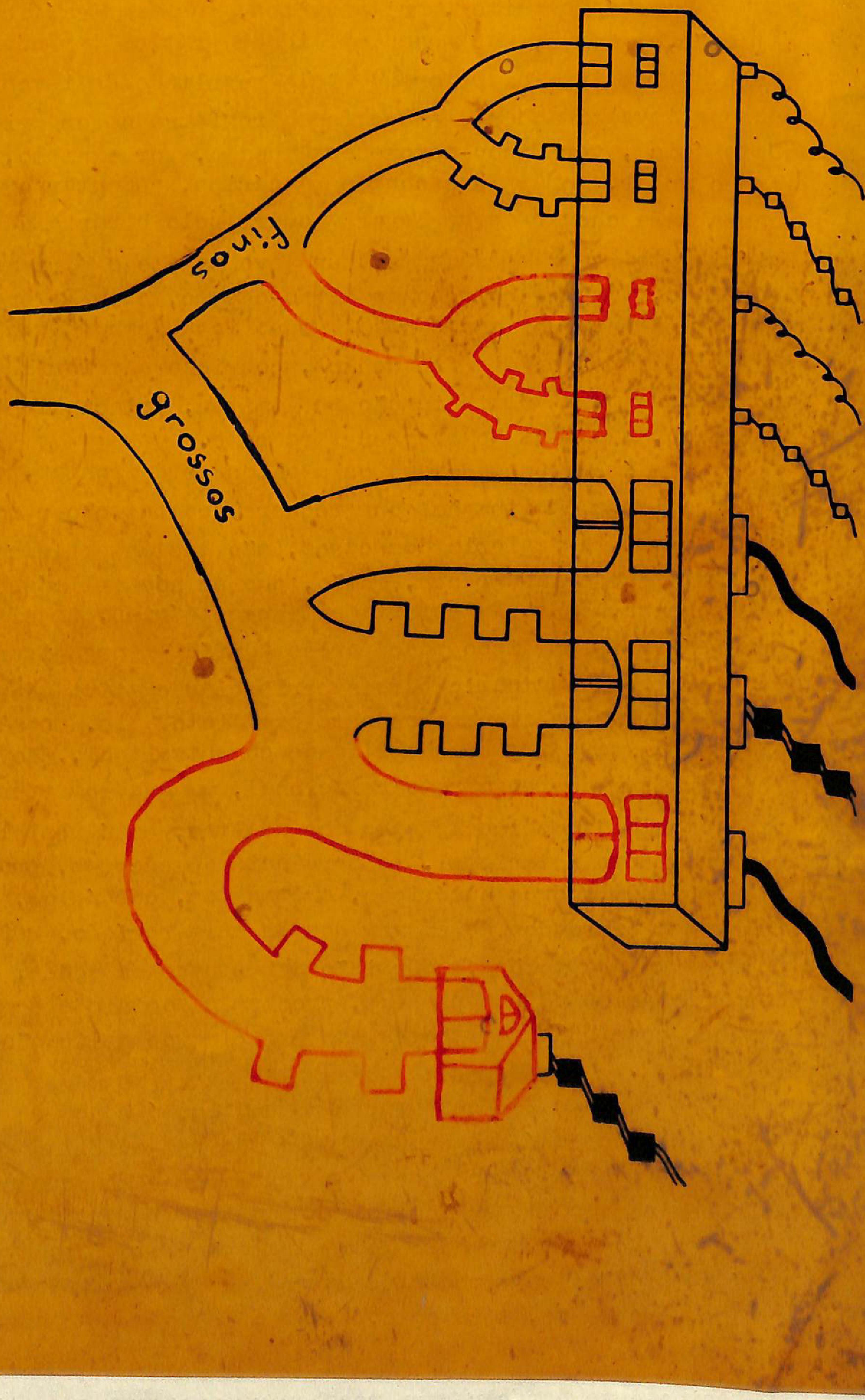
Poderia parecer, então, que se nós aplicássemos a matemática, sòmente, em casos estritamente necessários, um mínimo dela seria necessário. Além disso pode parecer difícil organizar um programa de acôrdo com a dinâmica das experiências e atividades vitais.

Existe alguma resposta para isto? Sim. Enquanto a matemática fôr equiparada a uma habilidade computacional, não haverá. Mas, se fôr igualada ao pensamento relacional, um quadro diferente emerge. A vida, tanto das crianças como dos adultos, está repleta de desafios ao pensamento relacional. A observância de escores, problemas de notas de venda, jogos numéricos, orçamentos, cardápios, receitas, cálculos dos ordenados de empregados de meio período, reinvindicações, compras em prestações, aquisição de estoques e ações, interpretação dos relatórios das companhias, problemas sociais e econômicos mais amplos, conclusões de testes são exemplos de aplicação do pensamento relacional.

Quando se pensa que a matemática é pouca usada na vida, a única conclusão é que seu ensino é tão mal orientado e tão mecânico que as pessoas nunca chegam a compreender sua essência. Além disso é ensinada como uma técnica de somas cada vez mais complicadas.

Ao examinarmos o livro texto de matemática verificamos que está abarrotado com problemas extremamente remotos e até mesmo absurdos. Problemas, tais como, achar o tempo de encontro de dois trens o tempo que leva uma banheira para se encher de água , o tempo que um menino deve esperar para receber um presente prometido, são con-

Série 5 | Fiche 5



siderados exemplos de aplicações vitais da matemática e situações em que a compreensão melhor pode ser proporcionada. Não é de admirar, portanto, que um certo menino de ginásio, que precisava verificar suas vendas de jornais e receber dinheiro, guardando o número de jornais vendidos e não vendidos, ficou espantado de descobrir que isto era um genuíno problema matemático.

No ensino moderno da matemática está sendo valorizada a chamada fase social da aritmética. São unidades típicas da fase social: " maneiras de contar o tempo", O desenvolvimento de nosso sistema de taxação", " De onde as escolas adquirem seu dinheiro", "Razoes porque existem cooperativas de consumidores," " Como o termômetro tem ajudado o homem nas estufas", " Como o serviço de meteorologia ajuda aviadores e marinheiros", " Os gastos do correio na entrega de uma carta".

M U D A N Ç A   D O   D E S E N V O L V I M E N T O

O programa de matemática em todos os níveis, pode exemplificar, magnificamente, os processos de diferenciação, integração e o aparecimento da precisão e abstração, que são as caraterísticas das mudanças no desenvolvimento.

Por exemplo, muitas dificuldades relativas à multiplicação, que ocorrem no 5º grau, são devidas ao " transporte". Um aluno, que deveria multiplicar 43 por 8, começou dizendo que 8 vêzes 3 são 24, escreveu 4, e esqueceu de transportar o 2, obtendo a resposta 324. Professôres convidados a estudar êste exemplo, fizeram sugestões corretivas que tiveram pouco valor. Acreditavam tais professôres que essas dificuldades poderiam ser corrigidas exigindo-se maior " cuidado" por parte dos alunos ou então por meio de intensa aplicação de exercícios. A defidiência, entretanto girava em tôrno de uma falha da comprreensão.

Uma das dificuldades persistentes na solução de problemas é a quebra de hábitos rotineiros de computação quando são requeridos em situações novas. Os alunos sabem somar, subtrair, multiplicar e dividir, quando explicitamente solicitados a fazê-lo, mas não sabem selecionar a operação certa e efetuá-la, corretamente, em resposta às exigências gerais de um problema. Isto mostra que a significação das operações, as diferenças essenciais entre elas e por conseguinte, sua adequação naõ foram apreendidas.

Igualmente foi constatado que problemas verbais de matemática tornam-se mais difíceis quando enunciados de modo que contenham dados supérfluos e desapropriados. A solução de problemas é adquirida, como habilidade de rotina, supondo que o enunciado do problema é completo e não contém nada desnecessário. Quando esta condição é modificada aparece uma inabilidade em discrimi -

nar dados necessários e desnecessários.

É muito importante verbalizar compreensões e com muito mais razão, na matemática. As crianças precisam crescer na compreensão da linguagem simbólica e lidar com tabulações e gráficos e formulá-los em relatórios significativos. Os alunos de todos os níveis deveriam fazer relatórios e sumários do conteúdo relacional da experiência, por meio de tabelas, gráficos e fórmulas e também através do uso de têrmos, tais como, média, estimar, perímetro, etc.

Também é preciso compreender que precisão e perfeição surgem através do processo de desenvolvimento. Ser capaz de resolver uma dada operação pelo padrão comum, obter a resposta certa, discorrer corretamente sôbre a prova de um teorema, não são, de modo algum, garantias de precisão do pensamento. Uma criança pode dispor dois 3 " place numbers", corretamente, para a adição, de modo que as centenas, dezenas e unidades estejam, exatamente, umas em baixo das outras, e pode obter a soma certa. Mas, isto pode significar que esteja seguindo instruções, talvez sem compreensão do que está envolvido no " transporte". Muitos alunos nos graus mais adiantados sabem computar rápida e corretamente, mas podem estar usando métodos que impedirão progresso posterior em matemática. Precisão de pensamento e compreensão são mais importantes que precisão de exercício.

Nunca é demais dizer que o desenvolvimento do pensamento relacional não é assegurado pelo método comum de ensinar fatos não relacionados, conclusões estabelecidas e provas elaboradas. Ensinar os diferentes fatos da adição, independentemente, um do outro, de modo algum, é diferenciação, porque êste processo significa o aprecimento ou formação explícita de diferenças significantes e não a acumulação de ítens não relacionados. Êste tipo de ensino tende, fortemente, para um "trabalho corretivo" em aritmética, o qual poderia ser definido como um demorado ataque aos sintomas produzidos pelo mau ensino.

Em aritmética precisa-se, acima de tudo, de um programa menos extenso e de maior reflexão. Para desenvolver compreensões e estabelecer uma seqüência sadia do crescimento, necessita-se de muito tempo, particularmente, nos primeiros estágios, porque a reflexão e experimentação dependem da exploração e descoberta. No programa de matemática nada pode compensar a falta de "insight".

SIGNIFICAÇÃO PRÁTICA: CERTOS TEMAS CRUCIAIS DE DISCUSSÃO

1. A unidade do programa. Muitas vêzes, é feita uma distinção entre aritmética informal e aritmética formal. A primeira é a artmética aplicada em situações concretas, com aprendizagens aritméticas adequadas, surgindo incidentalmente. A aritmética formal

consiste no ensino direto das técnicas.

Outra distinção muito comum é feita entre a aritmética computacional e a aritmética social. A primeira consiste no ensino direto das técnicas computacionais. A segunda consiste em oportunizar à criança situações de classe, tais como, trabalhar em um correio ou numa loja.

Ainda uma terceira distinção é feita entre prontidão ou estágio pré-aritmético e o estudo da aritmética formal, pròpriamente dito.

Do ponto de vista do desenvolvimento deve-se sempre favorecer o pensamento relacional. O programa deveria ser considerado como uma sucessão contínua de generalizações, abstrações, precisões, diferenciações e integrações , cada vez mais amplas.

2. A SEQUÊNCIA DO PROGRAMA

Do ponto de vista da aritmética social , as situações aritméticas não necessitam seguir uma ordem pré-estabelecida, - desde que estejam ao alcance da capacidade e maturidade geral dos alunos, ao passo que a aritmética computacional tem de ser ensinada numa seqüência sistemática , do simples ao complexo. A idéia de dispor as habilidades computacionais do simples ao complexo, parece muito convincente, mas, em realidade é duvidosa. O mais completo estudo jamais feito sôbre êste assunto, resultou numa seqüência dos processos fundamentais em ordem de dificuldade. Combinações, tais como, 7 mais 9, 5 mais 9, 9 mais 8, 16 - 9, 13-8, 11-3, 8 vêzes 7, 9 vêzes6, 54 dividido por9, foram consideradas, particularmente, difíceis. O método básico usado neste estudo foi averiguar o número médio de crianças que acertou e errou dada combinação nos diversos níveis. Para reconhecer estas diferenças de dificuldade foi recomendada uma graduação e disposição em seqüência do material, a qual, foi inteiramente observadas. Do ponto de vista do desenvolvimento, entretanto, esta noção de uma ordem fixa de dificuldades, é enganadora. As médias não contam a verdadeira história, porque o que é difícil para uma pessoa, pode ser comparativamente fácil para outra.

Quando as combinações são ensinadas de cor, os exemplos, acima referidos, podem ser , particularmente, árduos. A tabuada do 9, considerada como muito difícil, pode ser fàcilmente compreendida, quando se auxilia as crianças a descobrirem que há uma ordem descendente nos dígitos das unidades e uma ordem ascendente nos dígitos das dezenas, e que a soma dos algarismos de cada produto é sempre 9.

Ademais foi descoberto que muitos alunos do 6º grau podem compreender percentagens, enquanto muitos alunos do 7º grau não podem; que muitos do 4º grau sabem resolver divisões com duas casas, ao passo que muitos alunos do 5º grau, não sabem. Essas diferenças não dependem da idade cronológica ou mental. O fator mais importante é o desenvolvimento do pensamento relacional, o aparecimento do insight, das diferenciações e das integrações.

Por conseguinte, concluímos como certo que não existe ordem fixa de dificuldade, como também não há ordem lógica para a seqüência do programa.

Outro assunto estudado nestes últimos anos foi o do adiamento da ensino da matemática. O trabalho mais notável neste sentido foi o de Benezet. Êle protelou o estudo da matemática para o 6º grau, sem quaisquer resultados desastrosos. Baseou-se no argumento de que as crianças aprendem melhor quando têm mais idade. Não deixa de ter fundamento esta afirmativa, pois foi demonstrado que o indivíduo aprende melhor aos 12 anos que aos 6, melhor aos 18 que aos 12, e que atinge o máximo de capacidade de aprendizagem aos 22 anos de idade.

Benezet mostrou que o adiamento da matemática parece não piorar os resultados. O certo é, entretanto, que também não melhoram. Além disso também, um teste mostrou que o adiamento da matemática pode ocasionar prejuízo. Foram testadas 5 000 crianças de 6º grau sôbre habilidades aritméticas. Um têrço delas havia començado aritmética no 1º grau, 1/3 no 2º grau, e outro têrço no 3º grau. Em 11 das 12 habilidades testadas, a vantagem estava com aquelas crianças que haviam começado mais cedo.

Entretanto, seria um grande êrro pensar que começar cedo significa exercitar cedo. O início em aritmética deveria ser como o início em leitura, onde tão excelentes resultados foram obtidos. Deveria haver situações livres, interessantes, ricas, com muita oportunidade de pensar em termos relacionais sôbre coisas que têm significação para a criança. Do mesmo modo que começar cedo em leitura é uma vantagem, não para estudar sôbre uma habilidade especializada, mas para auxiliar as crianças a se tornarem leitoras, assim também, começar cedo em aritmética, representa uma oportunidade para ajudá-las a se tornarem pessoas cada vez mais capazes de pensamento relacional.

O VALOR E O LUGAR DO EXERCÍCIO

Durante os 20 anos, mais ou menos entre 1908 e 1930, o interêsse sôbre exercícios esteve no seu apogeu. Foram tratados detalhadamente assuntos como, a duração apropriada dos exercícios, o espaçamento adequado das suspensões, o efeito de várias técnicas e processos.

De modo geral, as descobertas sôbre a maioria dêstes pontos, foram bastante insatisfatórias e inconcludentes.

Em outra pesquisa foram levantadas questões, tais como: " Qual é o efeito do exercício prematuro? O que acontece quando exercitamos funções e capacidades que não foram adequadamente estrutura - das ? Como se comparam os efeitos do exercício com os de outras formas de aprendizagem? "

Aqui chegou-se a algumas respostas decisivas.

Exercício prematuro leva à verbalização superficial, impede a compreensão e " insight " e prepara o caminho para técnicas e métodos de trabalho, deficientes. O exercício prematuro e demasiado intenso num trabalho de coordenação motora complexa e difícil, pode levar ao completo fracasso.

As computações e combinações numéricas necessitam ser com - preendidas acima de tudo, e o fato de as pessoas adultas as realizarem, automàticamente, não é razão para se pensar que as crianças de - vam aprendê-las desta maneira.

A afirmativa de que exercício estabelece capacidades é bàsicamente, falsa. A essência da " teoria do exercício ", que faz dêste processo a principal maneira de aprendizagem, é que uma capacidade complexa deveria ser partida em seus componentes, os quais devem ser aprendidos de cor e isoladamente, na forma em que serão usados, e por fim, combinados. No entanto foi provado que na prática, isto dá resultados muito incertos, inexatos e passageiros. Isto porque os compo - nentes devem ser diferençados antes que possam ser significativos. É impossível aprendê-los bem, sem compreendê-los. Também não é possível aprender os componentes, isoladamente, na forma em que serão usados no futuro, porque serão usados em circunstâncias diferentes. Não devemos esquecer que um dos obstáculos na solução de problemas é a incapacidade de usar técnicas computacionais de rotina em situações novas. Aqui, novamente, a única resposta é a compreensão, que produz, não hábitos fixos, mas domínios flexíveis. Geralmente, o que acontece nas situações de exercício prematuro é que o aluno aprende, como pode, isto é, em têrmos de seu nível de maturidade, e, portanto, neste caso aprende deficientemente.

S O L U Ç Ã O   D E   P R O B L E M A S

Geralmente, os problemas apresentados no livro-texto são muito artificiais em seu conteúdo. A situação que apresentam é quase sempre muito improvável de ocorrer na vida real e no uso prático do pensamento matemático. São, puramente, verbais e apresentam, sòmente dados necessários para a solução, nada mais. Não é exagêro dizer, que o problema típico do livro-texto, é apenas um exercício do tipo enigma. De modo algum, está designado a conduzir a uma melhor compreensão da lógica das relações ou da grande significação desta lógica, na vida humana. Através de várias investigações ficou, claramente demons - trado que a solução de problemas não favorece o desenvolvimento do pensamento relacional. Nesses estudos , revelou-se a enorme percentagem de soluções erradas, dos estudantes de agora, bem como a incapacidade geral de tratar com problemas, métodos errôneos, parecendo faltar qualquer espécie de direção inteligente e ainda dificuldades criadas por qualquer modificação do vocabulário do livro-texto.

Foram propostos e experimentados vários recursos para corrigir essas deficiências. Assim tentou-se conduzir os alunos a lerem mais cuidadosa e eficientemente os problemas, dar maior ênfase ao estudo dos têrmos técnicos, levar os alunos a atacarem qualquer problema, começando por classificá-lo de acôrdo com seu tipo. Também foram distribuídos questionários para auxiliar os alunos na sistematização da solução dos problemas, nos quais, se pedia que escrevessem o que o problema pede, o que deve ser provado , que conexões e relações são indicadas, e assim por diante.

Nenhum dêsses processos e recursos ajuda , porque só tratram dos sintomas. A verdadeira dificuldade está ligada com a natureza mesma dos problemas. O pensamento relacional deveria ser ensinado em situações da vida real. É bem verdade que os alunos da escola primária não são capazes de compreender todo conteúdo relacional de --- tais situações, mas podem compreender uma parte dêle, e isto é suficiente para os propósitos do ensino. Mas um grande esclarecimento seria possível através de tabulações, gráficos, fórmulas de ensaio e êrro, etc. Existem, por exemplo, muitas situações de vida, aparentemente, simples, que envolvem equações diferenciais, e estas estariam além do alcance do estudante primário. A significação da coleção 10 aparece bem cedo, e isto é muito conveniente, embora o conceito de um logarítmo ainda esteja num futuro remoto. É precisamente esta apreensão de um significado parcial e sua progressiva transformação, extensão e profundidade que é a essência do processo de desenvolvimento.

Evidentemente, se a solução de problemas é vista como acima indicada, isto é, como um ataque reflexivo sôbre algumas caraterísticas do conteúdo relacional de uma situação de vida - cessa de ser um aspecto especial do ensino da matemática e torna-se o processo principal, tendo o exercício, o estudo direto dos processos, teoremas, como auxiliares. Isto é uma inversão exata da ordem convencional em que o estudo direto e, muitas vêzes, rotineiro, dos tópicos da matemática e exercícios de técnicas matemáticas são a matéria principal, bem como a solução de problemas do tipo enigma.

SIGNIFICAÇÃO PRÁTICA - III - SITUAÇÕES DE ENSINO

Em geral, grande parte das discussões sôbre como ensinar matemática giram em tôrno de questões de metodologia. Deve ser ensinada como matéria separada , sòmente em alguns níveis ou em todos ? Deve ser correlacionada com outras disciplinas, tais como, ciências naturais, estudos sociais, artes? Será que a globalização é a solução? Isto significaria a organização de planos ou atividades amplas, como uma loja ou um correio de classe, com o conteúdo matemático salientado como um dos principais objetivos. Não há dúvida que um ensino efetivo pode ser feito com qualquer dêsses planos, e cada um tem suas vantagens e desvantagens. Mas fazer uma escôlha rígida entre êles como matéria de princípio é um êrro. Porque o ponto vital é sempre a aplicação de princípios psicológicos profundos e a organização da aprendizagem como um processo de desenvolvimento. Em todo ensino da matemática deveria ser dada ênfase constante ao pensamento relacional como um tipo de comportamento humano altamente significativo. A questão do método a ser usado é secundária.

1. CONTEXTO E FOCO

Cada trabalho separado de aprendizagem deve ser organizado ao redor de um centro controlador, o qual está integrado com a linha de desevolvimento. Seja o que fôr, o que estamos ensinando , conceito de número, combinações numéricas, frações, decimais, percentagens, fórmulas, equações, teoremas geométricos, gráficos ou qualquer outra cousa, o essencial é que o aluno " compreenda". Este é sempre o foco controlador adequado.. Dêste modo todos êstes tópicos separados tornam-se aspectos ou manifestações específicas do pensamento relacional. Ademais o foco controlador precisa ser colocado num contexto significativo e concreto. Nas várias investigações sôbre o ensino da matemática tem sido salientado com freqüencia, que um padrão de pensamento é melhor estabelecido através do uso de várias situações, em vez de repetição da mesma situação. Esta assertiva tem sólida base psicológica e virá a ser reconhecida como de grande importância em várias disciplinas.

A discussão de alguns exemplos concretos mostrarão o que está envolvido na organização de situações de ensino-aprendizagem que têm a espécie de foco e contexto desejáveis.

Nosso primeiro exemplo é uma unidade de 4º ano, sendo o tema " A medição do tempo é o meio mais útil de promover cooperação em larga escala". A unidade constava de 4 tópicos:

a) Como o homem das cavernas contava o tempo.
b)Relógios antigos e modernos .
c) Como o mundo obtém o tempo.
d) A história do calendário.

Ao desenvolver esta unidade o professor achou necessário preparar e mimiografar considerável quantidade de material adequado de leitura. Houve discussões sôbre o que os alunos já sabiam; leira de artigos, salientando os pontos essenciais; Preparação e apresentação de relatórios; Planejamento de atividades; cópia fiel de peças antigas; confecção de mapas para localização de zonas de tempo; resolução de problemas envolvendo situações de relógio; leitura de horários, etc.

De um modo geral não há dúvida de que foi organizado um admirável contexto nesta unidade. Talvez a focalização do pensamento relacional não tivesse sido tão acentuada como deveria ser. Entretanto foi desenvolvida uma compreensão de têrmos, tais como, pêndulo, revezar, e de conceitos, como tempostandard, reforma do calendário, tempo dia luz, tempo record, etc. E também os alunos foram conduzidos a encarar a matemática como algo mais que uma simples - disciplina para bonecas - como instituição social que pode servir de instrumento de precisão.

Nos dois exemplos seguintes a concentração sôbre certos aspectos do pensamento relacional foi muito mais intensa. No primeito, seis planos inter-relacionados foram organizados como contexto para o ensino das frações. O primeiro progeto foi a venda de doces com o propósito de juntar dinheiro para o projeto seguinte, o qual, consistia num lanche para as maẽs das crianças. Em seguida duas cestas foram preparadas para duas famílias necessitadas. Depois houve um lanche para os alunos do 1º grau. A seguir foi feito um acólchoado para o hospital infantil. Por último, foi organizado e servido um lanche para os professôres.

Os numerosos problemas envolvendo frações, os quais, surgiam à medida que êste trabalho progredia - por exemplo, calcular receitas para determinado número de pessoas, dispor os moldes para cortar o material da colcha - foram cuidadosamente analisados e estudados. Não surgiram numa ordem do simples para o complexo, no entanto, isto não teve efeitos adversos sôbre a aprendizagem. Foi constatado através de um teste aplicado, relacionado com êste assunto, que havia sido alcançado um domínio muito grande sôbre frações. A direção foi concrêta e variada e favoreceu a compreensão - de conceitos relacionais, foi significante e importante, o que estabeleceu uma atitude desejável com relação à matemática.

Uma seqüência muito parecida de projetos foi organizada para o ensino das decimais. Neste caso havia 13 atividades, entre elas, o banco escolar, fabricação de pó dental, jardins. Um exemplo mostrará como foi conduzido o estudo das decimais. O professor trouxe uma recita para um " Quart" de verniz. Trinta e sete alunos desejaram fazer amostras de 4 onças. Isto perfazia 48 onças ao todo, o que era igual a 9,25 " pints". A primeira receita trazida era de 32,75 onças, porisso precisava ser aumentada de 4.51 vêzes. Muito melhores resultados foram produzidos por êste método de ensino que pelo convencional. As crianças envolvidas eram as mesmas que no ano anterior haviam planejado sôbre frações. Um novo teste foi aplicado, cujo escore ultrapassou em 16%, o escore atingido no ano anterior. E desnecessário dizer que êste crescimento contínuo durante um período de assim chamado" desuso" é extremamente significativo. Indica que as compreensões foram generalizadas, que se tornaram mais claras e melhor estabeleciadas por causa das experiências muito além daquelas, originalmente usadas no ensino.

Os dois planos de 3º ano também oferecem um contraste instrutivo.

Em cada um dos terceitos anos foi organizada uma loja, com balcão, prateleiras e mercadoria para ser comprada e vendida.

Os alunos se revezavam desempenhando, ora o papel de balconistas, ora de fregueses. Num dos dois terceiros anos esta unidade de trabalho foi desenvolvida com o fim de estimular a aprendizagem das adições e subtrações simples e também algumas multiplicações. Na outra classe foi desenvolvida com o fim de oportunizar um dos muitos meios de praticar as aplicações significativas dos processos simples, " após " haverem sido aprendidos e compreendidos pelos alunos. Numa das classes as operações aritméticas foram empregadas como uma espécie de atividade recreativa, sôbre as quais o professor insistiu, como sendo necessárias para as outras atividades da loja, que possuiam significação; quando o professor diminuia sua insistência, as outras atividades seguiam tão bem, sem as operações aritméticas, como com elas. Na outra classe, as operações aritméticas não eram separadas pelos alunos, das outras atividades mas eram usadas para dar-lhes uma exatidão que não poderiam ter de outra maneira. As crianças de ambas as classes mostraram considerável interêsse pelas experiências tidas, nas situações sociais apresentadas, através da aritméti ca " social " proporcionada; havia, porém, uma diferença no caráter do interêsse manifestado.

Isto mostra, claramente, qie a focalização não deve complicar o contexto, o que pode muito bem acontecer. Entretanto seria perigoso recomendar o ensino dos processos, mais tarde, como exercício regular. Não há dúvida que o contexto significativo contribui alguma coisa, mesmo neste caso, mas deveria fazer algo mais que emprestar "exatidão" às operações. Deveria, isto sim, trazer compreensão, " insight " sôbre elas.

Empreendimentos muito menos ambiciosos , que êstes descritos acima, podem proporcionar excelente contexto e foco, porque são sempre os princípios psicológicos que importam, e não tanto os aspectos externos e os detalhes do esquema. Brincar com dinheiro, registrar a freqüência das presenças, registrar a temperatura diária, observar os barômetros, manusear notas de venda, usar talões, etc. são atividades que apresentam oportunidades para o desenvolvimento de insights relacionais numa série de experiências variadas, significativas e concretas.

2. <u>A socialização</u>. Os fatôres sociais da situação deveriam ser organizados para facilitarem a aprendizagem. Isto, entretanto, tem maior possibilidade de ser realizado quando a ênfase central está sôbre a compreensão, do que quando a idéia central é incutir algo na cabeça dos alunos por meio de exercícios. E dêste ponto de vista que o ensino dos processos aritméticos, no 2º dos dois planos de 3º ano, é , em geral, questão aberta. O propósito da boa socialização não é, meramente, reforçar aprendizagens já estabelecidas, ou demonstrar que, o que foi aprendido, pode, realmente, ser usado, mas , ajudar a aprendizagem atual, em si mesma.

3. I N D I V I D U A L I Z A Ç Ã O

Quando as situações de ensino são organizadas para uma aprendizagem rotineira em massa, torna-se quase impossível uma solução genuína do problema da individualização. A classe pode ser dividida, nos assim chamados, grupos homogêneos, por meio de qualquer critério. Mas a dificuldade consiste no fato de que um grupo homogêneo num sentido, pode ser, completamente, heterogêneo em outro, de igual impôrtância. E geralmente, a única diferença no ensino é que os vários grupos aprendem em rítmo diferente de velocidade ao trabalharem com os processos de rotina. O plano pode também ser conduzido ao seu complemento lógico através da organização do atendimento individaul dos alunos. Isto pode ser feito com livros adequados ao aluno, que contenham exercícios de acôrdo com o rítmo de cada criança, com a supervisão do professor. Aqui os valores da socialização ficam perdidos e, além disso, só atendem as diferenças individuais no rítmo de trabalho.

Quando, ao contrário, a ênfase é posta na compreensão, torna-se imediatamente, possível uma solução do problema da individualização. Podem ser selecionados materiais e situações que permitam ao educando , não sòmente, trabalhar no seu próprio rítmo, mas também na sua própria maneira, o que é, sem dúvida, muito mais importante.

Tomemos, por exemplo, a aquisição da palavra "divisão". Digamos que no meio do estudo da coleção 8, o professor levante a seguinte questão: " Quantos dois há em oito " ? Ninguém sabe, é claro, e ninguém sabe como encontrar a solução. O professor dispõe diante dos alunos uma coleção de oito:

* * * * * * * *

Ou então dispõe essa coleção de oito sôbre a carteira de um aluno, em coleções de dois, assim:

** ** ** **

O professor e os alunos contam: " Um, dois, três, quatro. Há quatro vêzes o dois no oito." é a resposta, a qual, todos chegam. Quando as crianças compreendem o que implica a pergunta e o que requer, cada uma reagrupa a coleção oito em coleções de dois. A pergunta pode ser feita oralmente, ou escrita desta maneira: 2 ÷ 8. Em cada caso o aluno encontra a resposta por si mesmo. Em seguida são feitas perguntas parecidas: " Quantos 3 há em 12?" Quantos 2 há em 10 " ? Como sempre, para cada pergunta o aluno descobre e dá a sua própria resposta. " Quatro Três em 12." O principal é que cada aluno esteja aprendendo a significação da divisão. Os exercícios continuam. Com cada exercício aumenta a significação do exercício, aliás, da divisão. Finalmente, no momento adequado, o professor dá o nome: " Isto nós chamamos "divisão".

Isto mostra como pode ser mantido um bom equilíbrio entre a aprendizagem individual e a de grupo, através do uso de material adequado. Ao ensinar a significação dos números inteiros, por exemplo, convém ter material de duas qualidades: suficiente-mente pequeno para uso individual do aluno e outro, suficientemente grande, para ser usado em frente à classe. Moedinhas, fichas, tampinhas de garrafa ou de bisnagas, por um lado, e por outro, cadeiras, envelopes grandes, caixas, etc. Com os objetos pequenos o aluno pode fazer suas próprias descobertas, por exemplo, saber quanto dinheiro se gasta comprando uma bola de 4 cents e um livro de 9 cents. Podemos dispor duas coleções de moedas e depois contá-las do um ao treze. Podemos, também, fazer uma coleção de 10 e uma de 3. Dêste modo cada aluno trabalha de acôrdo com seu próprio nível de maturidade. Para a apresentação de conceitos á classe podem ser usados objetos maiores. Por exempło, um cartão de números em conecção com um feiche de alfinetes grandes. Mostra-se aos alunos que um feixe de 10 pode ser considarado uma dezena ou unidade de 10, que quando escrevemos 10, nós o consideramos 10 porque porque escrevemos o 1 numa nova posição e colocamos o zero no lugar das unidades.

Os alunos, naturalmente, necessitam de orientação em tais manipulações individuais. Isto está ilustrado no seguinte exemplo de como ensinar a subtração com retôrno.

Situação social : Jane subiu no bonde com 4 "dimes" em sua carteira. A passagem custava 6 ¢, os quais Jane colocou na caixa. Que coisa Jane tinha de pedir ao condutor para fazer, a fim de que ela pudesse colocar os 6 ¢ na caixa?

Materiais: Moedinhas de brincar - Dimes e pennies.

Método : Manipulações individuais dos alunos.

Professor: Vocês podem mostrar o dinheiro que Jane trazia em sua carteira?

(As crianças dispõe 4 dimes.)

Professor : Quanto dinheiro é?

(O professor escreve 40 ¢ no quadro negro).

Professor- Suponhamos que o professor trocou um dime de Jane em pennies. Vocês podem mostrar como ficou seu dinheiro, então?

O professor pode trocar o dinheiro no quadro do seguinte modo:

3	10
4	0 ¢

Os alunos podem ~~se~~ sôbre a classe 3 dimes e 10 pennies.

Professor: Jane poderia agora colocar 6 ¢ na caixa? Tirem vocês todos 6 pennies e os coloquem no canto da carteira.

No quadro o professor pode colocar a representação simbólica:

$$\begin{array}{lrl} 3 & 10 & \\ & -\ 6 & \text{preço da passagem} \\ \hline 3 & 4 & ¢ \text{ resto.} \end{array}$$

Professor: Suponhamos que Bob tivesse 4 dimes e devesse 13 ¢ a Tom. Como é que vocês escreveriam isto em números?

$$\begin{array}{r} 40\ ¢ \\ -13\ ¢ \end{array}$$

Professor: Explica que troca Bob teria de fazeer antes que pudesse pagar o que devia a Tom.

Explicação: Quando Bob tinha 4 dimes possuía dinheiro suficiente para pagar 1 dime e 3 pennies, mas êle não tinha êsse dinheiro nas moedas certas; êle precisava trocar uma moeda que valia 10 ¢ em 10 pennies.

A individualização é, pràticamente, feita pelo uso de ta tais planos, porém, atualmente, depende de algo que vai além dêles. Isto representa uma ênfase constante sôbre a compreensão e o insight mais do que sôbre rotinas unifirmes. Esta é a razão porque pode ser alcançada efetivamente, sem quaquer ordem de processos e porque seguido aparece melhor em grupos ativos de discussão e pensamento.

4. Avaliação : Aqui como em qualquer parte, a avaliação bem entendida é parte da aprendizagem e do ensino, e não um processo separado. Um bom teste quase sempre pode ser transformado num bom material de ensino e vice-versa. Isto é possível quando a ênfase é colocada na compreensão e no insight. É sempre importante para os alunos e para o professor compreender as razoês, isto é, as falsas compreensões e os métodos errôneos que ocasionam os êrros.

Para avaliar a capacidade do aluno de entender a utilidade de de um processo computacional pode-se apresentar uma questão como esta: " Se você sabe quantos pintinhos Mr. Allen comprou e quantos morreram, como você achará o número que êle perdeu?" Ou pode-se pedir aos alunos que organizem problemas que envolvam multiplicação, divisão, etc.

Para avaliar a compreensão da relação de um processo(da relação) para outro, pode-se pedir às crianças que mostrem como se corrigem uma multiplicação pela divisão e que contem porque isto funciona. Para avaliar a compreensão das frações pode-se mostrar desenhos de círculos dividos em vários segmentos coloridos em côres diferentes; e perguntar qual representa um têrço, dois terços, três quartos, etc.

É claro que tais processos e técnicas, embora sugeridos para testar, podem ser transformados em processo de ensino.

A avaliação sempre deveria ser considerada como um processo que ajuda o educando a desenvolver o pensamento relacional, ao tornar-se consciente do que está fazendo e porque. Certamente inclui a verificação como tal.