

O segundo ponto a discutir diz respeito, sem dúvida, à distinção entre o símbolo e o que é simbolizado. Desenhamos um conjunto, por exemplo: João e Alice, e colcemos as duas imagens num parêntesis (ou melhor entre duas chaves) para indicar que se trata de elementos de um conjunto. Mas, de que ~~se~~ trata o conjunto? Não são as imagens, mas as próprias crianças que constituem os elementos do conjunto. Não se pode eferecer um bombom ao João da imagem, nem dar uma tarefa para a Alice da imagem fazer. Não há necessidade de insistir sobre isto. Se as crianças se habituam a esta distinção, elas não se admirarão de aprender que os sinais como 1, 2, 3, etc. não são realmente, o que se percebe pelo ouvido, por "um", "dois", "três". De fato, um, dois, três, não existem, na realidade; êles são abstrações. Os símbolos são imagens destinadas a evocar a abstração em questão. O símbolo 2 não é mais, realmente, "dois" do que a palavra "verde" não é realmente verde.

Um outro ponto muito importante a discutir é a significação das palavras "mesmo" ou "igual". É claro que se dá a estas palavras sentidos muito diferentes, segundo o gênero de coisas de que se fala. Tomemos dois exemplares do mesmo livro. Pode-se colocá-los sobre a mesa e dizer: "Dá-me aquêle lá, não aquêle que está aolado da lâmpada, mas o que está mais próximo deti". Isto implica em que êstes dois livros não sejam idênticos. Uma outra vez dir-se-á que se trata do "mesmo livro" para exprimir que seus conteúdos são idênticos. No primeiro caso, trata-se de identidade individual dos livros: os dois livros são diferentes, pois que são objetos diferentes. No segundo caso, o termo "o mesmo" não se aplica ao livro, mas ao conteúdo impresso; dito de outra forma, a uma certa propriedade dêstes livros. Quando se declara, olhando dois bolcos verdes, que são a mesma coisa, isto significa que êles têm a mesma cor, mesmo se sua forma é diferente. Da mesma forma, dois blocos quadrados podem ser considerados como "a mesma coisa" mesmo se êles têm cores diferentes, porque, neste momento, é a forma que é a mesma. Em cada um dêstes casos, isola-se uma certa propriedade: ou o conteúdo, ou a forma ou a cor, e a expressão "o mesmo" se refere a esta propriedade, não aos próprios objetos. Um objeto só é idêntico a si mesmo. Mas, a propriedade de um objeto pode ser idêntica à propriedade correspondente de um outro objeto.

A determinação dos conjuntos por atributos conduzirá, rapidamente, as crianças a conceber conjuntos desprovidos de elementos. Por exemplo, o conjunto de todos os objetos verdes colocados sobre a mesa da professora não terá elementos, se êle não encontra nenhum objeto verde sobre a mesa. Dir-se-á que tais conjuntos são vazios. As crianças se habituarão, rapidamente, a falar decojuntos vazios, o que é uma preliminar essencial para a noção de zero.

Depois dêste estudo de pertinência a um conjunto, de igualdade de conjuntos e, finalmente, de conjuntos vazios, pode-se abordar as operações sobre os conjuntos. Nós vamos ver as operações mais importantes.

a - Reunião de conjuntos. A reunião de dois conjuntos é constituída por todos os elementos que pertencem seja a um dos conjuntos, seja ao outro, seja aos dois simultaneamente. A reunião das "crianças da classe

com cabelos castanhos" com as "crianças com olhos azuis", é o conjunto formado por tôdas as crianças que têm ao menos uma das propriedades enunciadas: cabelos castanhos ou olhos azuis. Encontrar-se-á nesta reunião tôdas as crianças dos olhos azuis assim como tôdas as crianças com cabelos castanhos, compreendendo também aquelas que têm, simultâneamente, olhos azuis e cabelos castanhos. É necessário praticar longamente esta noção de reunião, estudar exemplos de conjuntos que têm elementos em comum, opondo-os a outros exemplos de conjuntos distintos (ou "disjuntos").

Será necessário multiplicar êstes exemplos antes que o processo de reunião torne-se perfeitamente claro. Poder-se-á utilizar objetos presentes na classe, como objetos fabricados pelas próprias crianças. Por exemplo, pode-se formar um universo por meio de pedaços de papelão sobre os quais se desenhará imagens de crianças gordas e de crianças magras, sendo algumas meninas e outras meninos; cada cartão terá apenas uma imagem de criança. Poder-se-á, assim, falar do conjunto de crianças gordas, do conjunto de crianças magras, do conjunto de meninos, do conjunto de meninas. Será instrutivo, útil, formar tôdas as reuniões possíveis: há seis reuniões, se associarmos os conjuntos por pares.

A reunião de {crianças gordas} e de {meninos} , contará tôdas as crianças gordas, tanto meninos como meninas e, naturalmente, todos os meninos, isto é, os meninos gordos e os meninos magros; apenas as meninas magras serão excluídas. Elas formam então o conjunto complementar do precedente, pois que elas representam os elementos do novo universo que não pertencem à reunião.

Se formarmos a reunião de {meninos} e de {meninas} obter-se-á a totalidade das crianças; além disto, nesta operação não se constata (acavalamento) ou recobrimento parcial, como no caso da reunião {crianças gordas} e {meninos} . Chega-se assim à operação seguinte, isto é, aquela que consiste gustamente em encontrar a zona de recobrimento.

b - Intersecção de conjuntos. A intersecção de dois conjuntos é constituída por tôdos os elementos que pertencem simultâneamente aos dois conjuntos. No caso das crianças com olhos azuis e das crianças com cabelos castanhos, a intersecção será formada pelas crianças com olhos azuis tendo, igualmente, cabelos castanhos. No caso de conjuntos distintos (ou disjuntos) a intersecção será vazia. Por exemplo, não há recobrimento (não se sobrepõem) entre os meninos e as meninas. Uma criança ou é menino ou menina, jamais as duas coisas de uma vez; de maneira que a intersecção de conjuntos {meninos} e {meninas} é vazia. No caso de {crianças gordas} e {meninos} , é claro que a intersecção é {meninos gordos} . Naturalmente se não existem meninos gordos na classe que se tomou como universo, esta intersecção se encontrará igualmente vazia.

c - Conjuntos complementares. O conjunto complementar de um conjunto dado é formado de todos os elementos do universo do qual se fala, e que não pertencem a êste conjunto. Por exemplo, se o universo é constituído por crianças da classe e se o conjunto dado é o de crianças com

olhos azuis, o conjunto complementar será formado de tôdas as crianças da classe que não têm olhos azuis.

O complemento do conjunto {meninos} é o conjunto {meninas}; o complemento do conjunto {crianças gordas} é {crianças magras}. O complemento do universo é naturalmente vazio e o complemento de um conjunto vazio é o universo.

Uma noção importante de introduzir é a de sub-conjunto. Por exemplo, o conjunto dos meninos com olhos azuis forma um sub-conjunto do conjunto das crianças com olhos azuis e é, também, um sub-conjunto do conjunto dos meninos, se se toma como universo tôdas as crianças da classe. É necessário distinguir cuidadosamente os sub-conjuntos dos elementos. O conjunto dos meninos com olhos azuis não pode ser um elemento do conjunto de crianças com olhos azuis, porque o universo considerado é formado de crianças tomadas individualmente e não de conjuntos de crianças. É necessário distinguir bem as noções "ser um sub-conjunto de" e "ser um elemento de". A confusão entre estas noções conduzir-á, mais tarde, a outras confusões no que concerne à multiplicação, fatôres, etc...

Esta noção de sub-conjunto e sua distinção da noção de elementos, exige uma grande quantidade de exercícios práticos. As crianças deverão ser levadas a trocar de universo, de maneira a saber sempre, exatamente, sôbre o que se apoia o jôgo ou o trabalho. O jôgo se apoia sôbre os elementos do universo. Se se modifica o universo, troca-se de jôgo; a gente se põe a falar de outra coisa.

d - Diferença de dois conjuntos. Reitrando um sub-conjunto de um conjunto, forma-se a diferença de dois conjuntos. Se, partindo do conjunto das crianças da classe, com olhos azuis, tira-se o conjunto dos rapazes com olhos azuis, resta o conjunto das meninas da classe, com olhos azuis. O conjunto das meninas com olhos azuis é a diferença entre o conjunto das crianças com olhos azuis e o conjunto dos rapazes com olhos azuis. É sôbre esta operação entre conjuntos que repousa a noção de subtração.

É possível que o sub-conjunto seja idêntico ao conjunto, por exemplo, pode acontecer que não existe nenhuma menina com olhos azuis na classe. Neste caso, a diferença é um conjunto vazio. Há ~~xxx~~ aí uma dificuldade que não precisa ser introduzida desde o início. Os sub-conjuntos que não são idênticos aos conjuntos dos quais êles fazem parte, chamam-se sub-conjuntos em sentido estrito. (ou sub-conjunto próprio). Por exemplo, o conjunto dos rapazes de uma classe é um sub-conjuntto em sentido estrito (parte própria) do conjunto formado por tôdas as crianças da classe, isto se existem meninas na classe, mas não se a classe possui somente rapazes.

As operações que nós acabamos de estudar sôbre os conjuntos são os preâmbulos essenciais para o estudo das operações sôbre números.

Augusto de Jesus
1910