

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

SECRETARIA DOS NEGÓCIOS DA EDUCAÇÃO E CULTURA

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA

CURSO DE PROVAS DE MATEMÁTICA REFORMULADA

1968

Teoria dos Conjuntos

Noções Fundamentais

Relações - Introdução -

Na linguagem falada ou escrita, o elemento fundamental é a sentença ou proposição simples, constituída esquematicamente por um nome e um predicado. Assim, "João é bom", "Maria é bela" são proposições, onde João e Maria são nomes e "é bom" e "é bela" são os predicados ou atributos. A sentença é a expressão numa língua

que designa ^{uma} idéia. Então, "Tenho uma casa", "I have a house", "J'ai une maison", "Ich habe ein Haus", são sentenças relativas à mesma proposição. No que segue vamos entretanto, usar indiferentemente proposição ou sentença. Uma proposição ou sentença é dita bem definida se podemos decidir se é falsa ou verdadeira, dentro da linguagem matemática.

Na linguagem comum, expressões tais como

x menor do que y ; x igual a y ; x perpendicular a y ;
 x é irmão de y ; x tem a mesma cor que y ; x é divisor de y ; x é paralela a y ; x compõe y , são denominadas relações entre x e y . Tais expressões são entretanto, sentenças abertas de duas variáveis, isto é, expressões que não sabemos se são falsas ou verdadeiras. Tais expressões tornam-se falsas ou verdadeiras quando atribuímos valores a x e a y .

Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$

e a expressão x menor do que y , onde x percorre A e y percorre B , isto é, o universo de x é A e o universo de y é B .

Temos o produto cartesiano :

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$$

Consideremos o conjunto R dos elementos de $A \times B$ que tornam verdadeira a expressão x menor do que y .

$$\text{Teremos : } R = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$$

Vemos, então, que R é um subconjunto de $A \times B$ e dizemos que R é definido pela sentença aberta x menor do que y .

Também, podemos dizer que R é o conjunto-verdade da sentença aberta x menor do que y e $A \times B$ é o conjunto-universo.

Seja A o conjunto ; $A = \{ \text{Chico Buarque de Hollanda, Roberto Carlos} \}$ e B o conjunto $B = \{ \text{Carolina, A Praça} \}$, e a expressão x compõe y .

Temos o produto cartesiano :

$$A \times B = \{ (\text{Chico, Carolina}), (\text{Chico, A Praça}), (\text{Roberto, Carolina}), (\text{Roberto, A Praça}) \}$$

Consideremos o conjunto R dos elementos de $A \times B$ que tornam verdadeira a expressão x compõe y .

Temos : $R = \{ (\text{Chico, Carolina}) \}$.

Os conjuntos R nos dois exemplos citados chamam-se conjunto verdade ou conjunto-solução da sentença aberta em $A \times B$.

Podemos agora, definir Relação.

Definição de Relação - Chama-se Relação de A em B a qualquer subconjunto do produto cartesiano $A \times B$.

As sentenças abertas x menor do que y , e x compõe y , são propriedades que definem o conjunto R chamado relação.

O fato de que uma sentença aberta define uma relação, QUE É O SEU CONJUNTO-VERDADE, justifica o abuso de linguagem, a que estamos habituados, de chamar de relação, a sentença usada para defini-la.

E	Completar o quadro abaixo			$C_E(A)$
	A	B	$A \cap B$	
$\{1, 2, 3, 4, 5\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{4, 5\}$		
$\{a, b, c, d\}$	$\{c, d\}$	$\{1, 2\}$		
	$\{6, 5\}$		\emptyset	$\{1, 2, 3, 4\}$

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

SECRETARIA DOS NEGÓCIOS DA EDUCAÇÃO E CULTURA

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA

CURSO DE SÉRIAS DE MATEMÁTICA REFORMULADA

1968

Teoria dos Conjuntos

Noções fundamentais

Relações - Introdução -

Na linguagem falada ou escrita, o elemento fundamental é a sentença ou proposição simples, constituída esquematicamente por um nome e um predicado. Assim, "João é Bom", "Maria é bela" são proposições, onde João e Maria são nomes e "é bom" e "é bela" são os predicados ou atributos. A sentença é a expressão numa língua que designa ^{uma} idéia. Então, "Tenho uma casa", "I have a house", "J'ai une maison", "Ich habe ein Haus", são sentenças relativas à mesma proposição. No que segue vamos entretanto, usar indiferentemente proposição ou sentença. Uma proposição ou sentença é dita bem definida se podemos decidir se é falsa ou verdadeira, dentro da linguagem matemática.

Na linguagem comum, expressões tais como

x menor do que y ; x igual a y ; x perpendicular a y ;
 x é irmão de y ; x tem a mesma cor que y ; x é divisor de y ; x é paralela a y ; x compõe y , são denominadas relações entre x e y . Tais expressões são entretanto, sentenças - abertas de duas variáveis, isto é, expressões que não sabemos se são falsas ou verdadeiras. Tais expressões tornam-se falsas ou verdadeiras quando atribuímos valores a x e a y .

Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$

e a expressão x menor do que y , onde x percorre A e y percorre B , isto é, o universo de x é A e o universo de y é B .

Temos o produto cartesiano :

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$$

Consideremos o conjunto R dos elementos de $A \times B$ que tornam verdadeira a expressão x menor do que y .

Temos : $R = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$

Vemos, então, que R é um subconjunto de $A \times B$ e dizemos que R é definido pela sentença aberta x menor do que y .

Também, podemos dizer que R é o conjunto-verdade da sentença aberta x menor de que y e $A \times B$ é o conjunto-universo.

Seja A o conjunto ; $A = \{ \text{Chico Buarque de Hollanda, Roberto Carlos} \}$ e B o conjunto $B = \{ \text{Carolina, A Praça} \}$, e a expressão x compõe y .

Temos o produto cartesiano :

$$A \times B = \{ (\text{Chico, Carolina}), (\text{Chico, A Praça}), (\text{Roberto, Carolina}), (\text{Roberto, A Praça}) \}$$

Consideremos o conjunto R dos elementos de $A \times B$ que tornam verdadeira a expressão x compõe y .

$$\text{Temos : } R = \{ (\text{Chico, Carolina}) \}$$

Os conjuntos R nos dois exemplos citados chamam-se conjunto verdade ou conjunto-solução da sentença aberta em $A \times B$.

Podemos agora, definir Relação.

Definição de Relação - Chama-se Relação de A em B a qualquer subconjunto do produto cartesiano $A \times B$.

As sentenças abertas x menor de que y , e x compõe y , são propriedades que definem o conjunto R chamado relação.

O fato de que uma sentença aberta define uma relação, QUE É O SEU CONJUNTO-VERDADE, justifica o abuso de linguagem, a que estamos habituados, de chamar de relação, a sentença usada para defini-la.

B	Completar o quadro abaixo			$C_E(A)$
	A	B	$A \cap B$	
$\{1, 2, 3, 4, 5\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{4, 5\}$		
$\{a, b, c, d\}$	$\{c, d\}$	$\{1, 2\}$		
	$\{6, 5\}$		\emptyset	$\{1, 2, 3, 4\}$