

Instituto de Educação General Flores da Cunha

Escola Estadual de 1º e 2º Graus

Laboratório de Matemática

### LOGICISMO

Em meados do século passado, especialmente com Boole, a lógica realizou a vanço extraordinário. Boole dotou a lógica de um simbolismo matemático que permitiu análise profunda das operações lógicas e lançou as bases para desenvolvimentos ainda maiores.

Mas a lógica assim estruturada apresentava pequena importância para os fundamentos da matemática. Foi com Peano e sua escola, a partir de 1880, que a lógica avançou de tal forma, que se mostrou capaz de contribuir decisivamente para a melhor compreensão dos problemas relativos aos fundamentos da matemática. Peano criou uma linguagem lógico-simbólica na qual tratou de expor todas as disciplinas dedutivas. Isto acarretou enormes avanços não somente para a lógica, mas também para a matemática, permitindo uma visão mais exata e perfeita do mecanismo lógico das numerosas teorias matemáticas.

Na obra de Bertrand Russell, líder do logicismo, convergem as pesquisas de Cantor (criador da Teoria dos Conjuntos), Dedekind e Weierstrass referentes a aritmetização da análise, a lógica matemática de Boole e Peano e a Teoria dos Conjuntos. O próprio Russell reconhece essas influências e apresenta suas teses como o remate de tais investigações.

Bertrand Russell assevera: "A matemática e a lógica, historicamente falando, tem sido consideradas disciplinas distintas. A matemática achava-se relacionada com as ciências e a lógica com o pensamento. Todavia, ambas se desenvolveram na época atual. A lógica tornou-se mais matemática, e a matemática, mais lógica. Em consequência, é impossível traçar linha divisória entre ambas: são de fato uma só disciplina. Diferem como jovem de adulto: a lógica é a juventude da matemática e a matemática, a idade adulta da lógica."

Em síntese, a tese logicista compõe-se de duas partes:

1º) toda idéia matemática pode ser definida por intermédio de conceitos lógicos (por exemplo, classe ou conjunto, relação, implicação, etc.);

2º) todo enunciado matemático verdadeiro pode ser demonstrado a partir de princípios lógicos mediante raciocínios puramente lógicos (ex. de princípio lógico: o princípio da contradição: "Dadas duas proposições contraditórias, tais que uma é a negação da outra, uma delas é a falsa".)

A matemática é uma ciência dedutiva: partindo de certas premissas, chega, por um estrito processo de dedução aos vários teoremas que a constituem.

É verdade que, no passado, as deduções matemáticas eram com frequência desprovidas de rigor; é também verdade que o rigor é um ideal dificilmente alcançável. se faltar rigor em uma prova matemática, ela será, sob esse aspecto, defeituosa. Nenhum apelo ao senso comum, ou intuição ou qualquer outra coisa que não a estrita lógica dedutiva, deve ser necessário à matemática após estabelecidas as premissas. O que se pode conhecer, em matemática, e por métodos matemáticos, é o que pode ser deduzido da lógica pura.

Na dedução, temos uma ou mais proposições chamadas premissas, a partir das quais inferimos uma proposição chamada conclusão. Para que possamos estar validamente capacitados para inferir a verdade de uma proposição, temos de saber que outra proposição é verdadeira e que há entre as duas uma relação do gênero chamado "implicação", isto é, que a premissa "implica" a conclusão.

Qualquer disciplina matemática sempre encerra certas proposições aceitas sem demonstração, chamadas <sup>idéias</sup> proposições primitivas. Porém, escolhidas as noções e as proposições primitivas, todos os outros conceitos da disciplina, para serem empregados, devem ser definidos em termos das noções primitivas, e todas as outras proposições da mesma só devem ser aceitas mediante demonstração. Uma disciplina elaborada estritamente de acordo com o que acabamos de dizer, constitui uma teoria axiomática.

A análise matemática toda (aritmética, álgebra, cálculo diferencial e integral, teoria das funções, etc.) fundamenta-se no conceito de número natural (além dos conceitos e princípios lógicos). Após a descoberta dessa circunstância, Peano foi adiante, mostrando que a teoria ordinária dos números naturais pode ser construída a partir de três conceitos primitivos e de cinco postulados.

Dos axiomas de Peano podemos deduzir todas as proposições usuais da aritmética elementar. Analogamente, todas as idéias comuns da aritmética são definíveis em função dos conceitos primitivos de Peano.

Como já observamos que a análise matemática inteira fundamenta-se apenas no conceito de número natural (e na lógica) resulta que grande parte da matemática decorre, por meio das definições e de demonstrações, dos conceitos primitivos e dos postulados de Peano. Portanto, verificamos que uma extensa porção da matemática reduz-se a lógica.

#### Crítica do logicismo:

O logicismo encontra-se exposto a críticas fortes. Realmente, a redução da matemática à lógica só teria sentido se fôsse completa e apresentasse vantagens. No entanto, isto não se dá, por que os logicistas tiveram necessidade de apelar princípios extra-lógicos em sua tentativa de redução. Além disso, quando Bertrand Russell procurou reduzir a matemática à lógica, quicá pretendesse fundamentar a primeira com auxílio da segunda, aparentemente mais segura e melhor estabelecida. Todavia, diversos paradoxos e dúvidas têm aparecido ultimamente no domínio da lógica, o que leva a concluir que a doutrina russeliana não oferece quaisquer vantagens para a matemática. O grande mérito do logicismo reside na circunstância de ter incrementado o progresso da logística e de haver patentado que a matemática e a lógica são disciplinas intimamente ligadas entre si, na realidade inseparáveis. No entanto, isto não significa ter sentido, hoje, querer alguém reduzir a matemática à lógica, pois a matemática atual situa-se inteiramente fora dos limites que o logicismo lhe quiz impor. Esta afirmação constitui um fato e este fato destrói a maior parte das aspirações logicistas.

Dos livros: Introdução aos fundamentos da matemática.  
Newton Carneiro Affonso da Costa.

Introdução à Filosofia Matemática.  
Bertrand Russell