

Dienes, Z.P. e Golding, E.M."Les Premiers pas en mathématique"LOGIQUE ET JEUX LOGIQUES

Primeira Parte

(pag.13)

A Lógica

1. Idéias Fundamentais

Trad. A.B.Krebs

Uma parte importante da matemática é consagrada ao estudo dos números. Os números não têm existência concreta como os objetos que vemos ao redor de nós. Os números são propriedades tanto quanto as cores, as formas, as dimensões, etc. Não existe um objeto que se chame "um grande", mas há objetos grandes. O tamanho é uma propriedade sem existência concreta. É o mesmo com a cor, não se pode dizer: "Eis aí um azul"... a menos que se fale de um soldado (nos países onde o uniforme dos recrutas é azul); mas há objetos azuis. As dimensões, as cores, as formas são propriedades ou atributos que se referem a objetos individualizados. O número é uma propriedade que se refere às coleções, aos conjuntos de objetos. Nenhum objeto pode ter a propriedade "dois". Mas um conjunto de objetos pode ter a propriedade "dois". Assim é evidente que antes de estudar os números é preciso estudar os conjuntos de objetos. É preciso compreender bem que os conjuntos se referem aos objetos e os números aos conjuntos. Os objetos são o material base de toda a experiência; tão logo começamos a agrupar os objetos e a formar conjuntos nós já estamos em vias (train) de organizar este material, esta experiência fundamental, em nosso espírito porque nós precisamos triar nossas primeiras experiências para então tirar, formar uma significação. Os conjuntos já são abstrações. Uma das maneiras de separar os conjuntos é ordená-los em "classes de equivalência" podemos separá-los segundo o número de elementos que eles comportem. Assim todos os conjuntos de um elemento serão ordenados na classe 1. Todos os conjuntos de dois elementos serão ordenados na classe 2. E, assim por diante. Todos os conjuntos pertencentes a uma mesma classe têm a mesma propriedade do ponto de vista do número.

Há muitas maneiras de definir os conjuntos. Uma delas consiste em enumerar todos os elementos. Isto pode ser fastidioso se comporta um grande número de elementos, por exemplo, todos os habitantes da Loire. Ainda a maneira mais corrente de definir os conjuntos grandes é a decidir os atributos que seus elementos devem possuir. Mas não é fácil escolher os atributos. Por exemplo, se nós dizemos "Os habitantes da Loire" fazemos apenas dos habitantes humanos, ou é necessário incluir alguns animais e, neste caso, quais? É preciso decidir de um conjunto fundamental, ou universo, os elementos aos quais vão ser aplicados os atributos e utilizar. Este universo, no nosso exemplo, seria aquele dos "seres humanos vivos" e então "ser um habitante de

da Loire" vai selecionar um certo conjunto bem definido de criaturas, extraído de toda família humana. Mas mesmo assim, é necessário tomar cuidado para que o critério seja decisivo em todos os casos. Por exemplo, é necessário - definir claramente o que nós entendemos por "habitante". Trata-se "dos que têm domicílio fixo na Loire" ou de "todos os que lá se encontram de passagem um certo dia?" Uma vez o critério de finido com precisão suficiente para nos permitir dizer se um membro qualquer do universo possui ou não o atributo em questão, podemos afirmar que este atributo define bem um conjunto.

Existem relações entre os conjuntos | assim o fato de um conjunto ser incluso em outro, ou um conjunto não ter nenhum elemento comum com outro, ou ainda, para um conjunto ter exatamente os mesmos elementos que um outro (o que neste caso não é em realidade "um outro"!). Precisamos estudar estas relações. Há também operações que podemos efetuar sobre os conjuntos e que conduzem ao aparecimento de outros conjuntos. Por exemplo, consideremos a operação de "encontrar a parte comum a dois conjuntos"; sejam os conjuntos definidos pelos seguintes atributos:

"ganhando menos de 10.000 fr. por ano" "habitantes da Provence"

Cada um destes atributos define um conjunto de pessoas. O conjunto das pessoas que possuem estes dois atributos constitui a parte comum ou intersecção de dois conjuntos definidos pelos atributos separadamente. Este "conjunto de intersecção" ou "conjunto de elementos comuns" será composto das pessoas que possuem como atributo:

"ganhar menos de 10.000 fr. por ano E ser habitante da Provence".

Assim, quando nós unimos os dois atributos pela palavra E, nós formamos a intersecção dos conjuntos definidos por atributos distintos.

Poderíamos, igualmente, considerar a operação de "reunião de dois conjuntos". Se nós queremos reunir todas as pessoas "ganhando menos de 10.000 fr. por ano" com todas as que são "habitantes da Provence" nós procedemos à reunião de dois conjuntos distintos. Qual é o atributo deste novo conjunto? Declaradamente, é "ou bem ganhar menos de 10.000 fr. por ano ou bem habitar em Provence" desde que se entenda que "ou ... ou ..." é tomado no sentido inclusivo, isto é, que ele inclui todos os Provençais ganhando menos de 10.000 fr. por ano entre todos os outros Provençais e também os não Provençais ganhando menos de 10.000 fr. por ano. Assim, quando reunimos dois atributos pelas palavras "ou ... ou...", nós formamos uma reunião de conjuntos definidos por atributos distintos.

Há uma outra operação muito simples sobre conjuntos que é extremamente importante. É a formação do conjunto complementar. Por exemplo, o conjunto complementar das pessoas ganhando menos de 10.000 fr. por ano é o conjunto das pessoas ganhando 10.000 fr. por ano e mais do que isso. O conjunto complementar dos Provençais é o formado pelos não Provençais. Para obter o atributo aplicável ao complemento de um conjunto é preciso colocar a palavra "não" antes da palavra que define nosso conjunto. Por exemplo, se todos os objetos de um certo quarto formam o universo, o atributo "vermelho"

quadrado	peq. espês. vermelho	quadrado	peq. espês. azul	quadr.peq.espês.am.
retang.	peq. espês. vermelho	retang.	peq. espês. azul	ret. peq.espea.am.
triang.	peq. espês. vermelho	triang.	peq. espês. azul	trian.peq.espês.am.
círculo	peq. espês. vermelho	círculo	peq. espês. azul	circ. peq.espês.am.

quadrado	peq. delg. verm.	quadr.	peq. delg.azul	quadr. peq. delg. amarelo
retang.	peq. delg. verm.	ret.	peq. delg. azul	ret. peq. delg. amarelo
triang.	peq. delg. verm.	triang.	peq. delg.azul	tri. peq. delg. amarelo
círculo	peq. delg. verm.	círculo	peq. delg.azul	circ. peq. delg. amarelo

Vemos que há quatro variáveis:

- 1) tamanho 2) espessura 3) cor 4) forma

As variáveis tamanho e espessura têm cada uma dois valores: grande e pequeno para o tamanho, espêsso e delgado para a espessura. A variável cor tem três valores: vermelho, azul e amarelo; a variável forma tem quatro valores: quadrado, retângulo, triângulo e círculo. Cada peça do conjunto tem quadro "nomes" como indicamos acima. As crianças aprendem rápido os nomes das peças de modo a poderem retirar do conjunto toda a peça nomeada corretamente. O bom conhecimento do nome das peças é condição necessária ao exercício de maior parte dos jogos descritos neste livro.

1. Os blocos Lógicos fazem parte do laboratório de matemática de O.C.D.L.

Aviso importante.

É extremamente importante dar às crianças a possibilidade de jogar livremente muito tempo com as peças como com todo material matemático didático. Se uma criança recusar participar do jogo que lhe propomos nós a deixaremos jogar livremente como ela quer, deixaremos livre curso à sua imaginação e à sua criatividade. Haverá sempre muitas crianças na classe que terão vontade de jogar o nosso jogo para que esta atividade pareça num ou outro momento desejável para toda criança da classe.

3. OS JOGOS DE DIFERENÇA

3.1. O jogo da uma diferença

Entre dois blocos lógicos há ao menos uma diferença. Pode-se tratar do tamanho, da espessura, da cor ou da forma. Naturalmente, os blocos podem diferir uns dos outros de mais de uma maneira. Se um grande quadrado vermelho espêsso só difere de um grande quadrado vermelho delgado no que concerne à espessura, um grande quadrado vermelho espêsso difere de um grande quadrado azul delgado na espessura e na cor. É para ajudar às crianças a tomarem consciência de suas diferenças ou de suas semelhanças que os exercícios que seguem são expostos. digo propostos.

O aluno coloca uma peça qualquer do conjunto sobre a mesa. O aluno seguinte escolherá uma peça que seja diferente da primeira em apenas um só atributo. Esta diferença só pode referir-se ao tamanho, à espessura, à

côr ou à forma. O seguinte, que será o primeiro jogador se hêsó duas crianças, escolherá uma terceira peça que igualmente difere da segunda só por um atributo. Este exercício continuará até que tôdas ou quase tôdas as peças estejam dispostas numa ordem. Cada jogador terá o direito de controlar os que o precedem. Se um dos alunos crê que quem jogou antes dêle cometeu um êrro, êle pode dizer. Se tem razão, ganha um ponto, se está errado perde um ponto. Cada escôlha certa acredita um ponto. Pode ainda ganhar pontos:

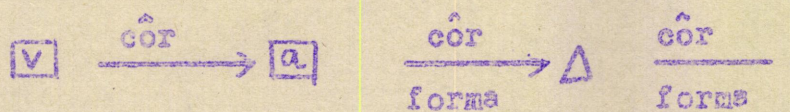
1. seja jogando corretamente segundo a regra estabelecida;
2. seja descobrindo que alguém não respeitou a regra;

O aluno que obtêce o maior número de pontos será o ganhador. O fato de todos os jogadores serem convidados a controlar seus compenheiros de equipe os encoraja a se concentrarem não só no seu próprio jôgo mas também no dos outros.

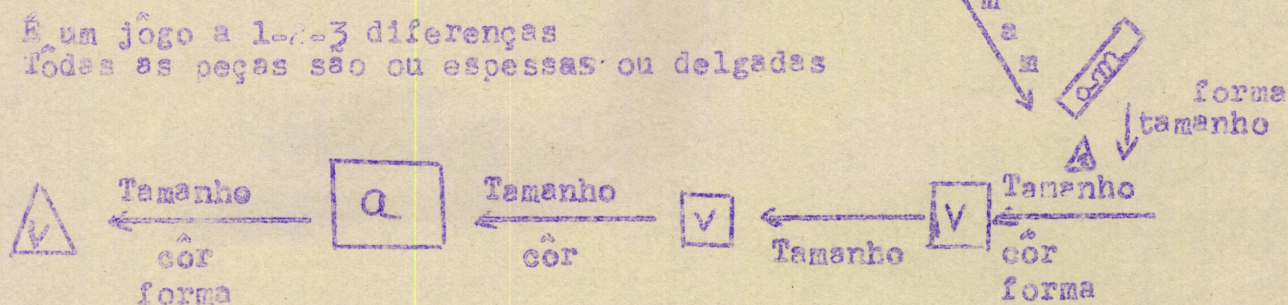
3.2. O jôgo com duas diferenças

Trata-se da sequênciã ao jôgo precedente. O primeiro aluno escolhe uma peça qualquer do conjunto. O seguinte deve escolher uma peça que difere da primeira em dois e somente dois atributos: Se por exemplo, um grande quadrado vermelho espêssô foi escolhido, o jogador seguinte pode colocar um pequeno quadrado vermelho delgado. Nêste caso a segunda peça difere da primeira pela dimensãõ e espessura, mas ela pode igualmente diferir da primeira por outros dois atributos. Um grande quadrado azul e delgado poderá igualmente ser uma boa segunda peça, do mesmo modo que um grande redondo espêssô e amarelo. Os jogadores se controlam mutuamente. No que concerne aos pontos, serão aplicadas as mesmas regras precedentes.

Este jôgo pode ser estendido a três ou mesmo a quatro diferenças. Os alunos gostam muitas vezes de estabelecer suas próprias regras e combinar de um certo modo a sequênciã das diferenças. Êles podem por exemplo, começar por uma diferença, encadear com duas, três a quatro diferenças para retornar a uma diferença e recommear o ciclo. É preciso naturalmente, autorizá-los a combinar as sucessões como elas quizerem.



É um jôgo a 1-2-3 diferenças
Tôdas as peças são ou espessas ou delgadas



3.3. O Jôgo de dominô

Trata-se de uma forma mais complicada de jôgo das diferenças que consiste em jogar simultâneamente em duas direções: da esquerda para a direita e de trás para a frente. Na linha de esquerda para a direita, nós temos

uma diferença, na linha de trás para a frente duas diferenças. Podemos falar de um jogo em forma de cruz. Um problema interessante é difícil é de completar os cantos.

Adiante, na figura 2, os possíveis começos de um jogo em cruz. As peças aqui desenhadas foram supostas tôdas espessas .

Suponhamos que de esquerda para a direita, esteja posta uma linha de cinco ou seis peças ordenadas em uma certa direção por uma linha ortogonal| haverá quatro cantos ao redor desta intersecção. Para encher esses cantos será necessário ter uma peça diferente em um atributo de uma das peças e de dois atributos da outra. E experimentando resolver este problema que nos apercebemos da natureza deste jogo de atributos cruzados.

O espaço achurado representado na figura 2 poderá ser ocupado seja por um círculo grande vermelho espesso, seja por um quadrado grande vermelho espesso, seja por um triângulo grande amarelo espesso, seja por

		a						
		a						
a	a	a	v	v	v			
		v						

Fig. 2 Jogo de domino; da esquerda para a direita há uma diferença entre duas peças, de alto a baixo, duas diferenças. No quadrado hachurado poderemos colocar um grande triângulo azul. um triângulo grande azul espesso

É aconselhável dar aos alunos tantos pontos quantas diferenças corretamente estabelecidas. Um ângulo (coin) corretamente cheio valerá a o jogador 3 pontos. Um ponto pela diferença corretamente estabelecida na direção da esquerda para a direita, e dois pontos pelas duas diferenças na direção de trás para a frente. O aluno que descobre um erro terá o direito a 3 pontos. O que fez o erro, perde 3 pontos.

Um outro aperfeiçoamento de jogo consiste em construir em altura, isto é, em empilhar as peças. As diferenças em altura de uma peça a outra de cima se fazemos uma "torre" com as peças, podem ser de três atributos.

Nosso jogo de atributos cruzados, neste caso, terá não somente uma armação (couche), mas várias. Bem entendido, cada armação (couche) deve ser constituída por atributos cruzados corretos; dito de outra maneira - ensaiaremos construir um jogo de atributos cruzados em três dimensões. A primeira vista parecerá, sem dúvida, que um tal exercício ultrapasse as possibilidades das crianças de 5 a 7 anos. Mas se é verdade que algumas crianças não são capazes de dominar uma tal complexidade, outra em compensação terão. Não seria justo privar as crianças de exercitar suas capacidades, não dar-lhes possibilidade de provarem suas forças. É até mais fácil que cada equipe jogue

um jogo diferente e em acordo com a maturidade das crianças que a compõem.

No jogo de atributos cruzados foi verificado que numa direção com quatro diferenças é mais fácil ter êxito quando ela é cruzada com uma direção com uma diferença. As crianças de um simples golpe de vista, podem ver que uma peça é muito diferente da outra. Podem também descobrir logo um erro porque em caso de erro haverá um atributo comum a duas peças o que não é autorizado pela regra.

Devemos avisar aos professores de não fazerem as crianças enumerarem prematuramente as diferenças. As crianças adquirem uma incrível capacidade de discriminação nêstes jogos onde elas raramente se atrapalham.

O jogo por pares será introduzido para levar essas intuições ao nível de consciência. É uma interessante extensão do jogo de dominó algumas vezes jogado pelas crianças pequenas. Esta extensão resulta possível quando todas as peças foram utilizadas e que as crianças desejam colocar as peças ao redor daquelas que já foram colocadas.

Nêste caso podemos dizer as crianças que elas podem comprar uma peça ou mesmo duas ou três, o preço de uma peça sendo o número de diferenças entre esta peça e o corpo de bloco restantes. Algumas vezes é possível desta maneira fazer um benefício ... ou um prejuízo? Podemos praticar este jogo estipulando que cada criança deve decidir quantas peças vai comprar sem ultrapassar três. Quando tiver comprado suas peças ela será livre de colocá-las conforme as regras do jogo. Assim uma criança poderá perder em uma peça e ganhar em outra.

3.4. O jogo das contradições

As crianças inventaram uma versão ainda mais difícil dêste jogo, versão na qual elas provam que certos espaços não podem ser preenchidos. Elas colocam uma pedra ou qualquer outro objeto no tal espaço. Suponhamos, por exemplo, que na linha de esquerda a direita há um espaço a preencher e que há três diferenças entre a peça da esquerda e a da direita. Como seria necessário fazer isto em dois movimentos mas há um só espaço entre as peças, trata-se claramente de uma impossibilidade porque só é permitido fazer uma diferença de cada vez da esquerda para a direita. Uma pedra deveria ser colocada nêste espaço. Um elevado número de pontos, por exemplo 5, é atribuído a criança que apresente a prova de que tal espaço não pode ser preenchido e o mesmo número de pontos será atribuído a quem conteste com sucesso a validade da demonstração.

Ao fim do jogo, como as peças serão cada vez menos numerosas certos espaços serão difíceis de preencher porque as peças necessárias já terão sido utilizadas. Nêste caso, não é uma impossibilidade lógica que impede completar os espaços, mas simplesmente a falta de peças. Uma outra espécie de objetos será colocada em tal espaço, por exemplo, um lápis, uma borracha. As crianças descobrem espontaneamente a diferença entre estas duas possibilidades.

4. O JÔGO DOS PARES

4.1. O jôgo com 8 peças

Escolhem-se 8 peças. Determinamos 3 variáveis, por exemplo: a forma, a cor e o tamanho, com dois valores para cada variável, isto é, 2 - formas, 2 cores e 2 tamanhos. As 2 formas poderão ser o quadrado e o retângulo, as duas cores, o vermelho e o azul. Os dois tamanhos serão, evidentemente, o grande e o pequeno. Se tôdas as combinações destes atributos devem ser representadas no jôgo, haverá, naturalmente, 8 peças. O primeiro jogador forma, com duas peças quaisquer, um par. Pode-se ao segundo jogador para construir um outro par da mesma maneira que o primeiro jogador. Isto significa que as diferenças entre as peças do segundo par devem ser as mesmas que entre as peças do primeiro par. Se por exemplo, o primeiro par é formado pelo quadrado grande vermelho e o quadrado pequeno vermelho s'ó a dimensão variou. O segundo par deve ser construído de maneira semelhante e pode ser por exemplo: o quadrado grande azul e o quadrado pequeno azul.

O terceiro par deve ser igualmente formado sôbre a base das mesmas diferenças que o primeiro e o segundo pares. Se o terceiro par foi construído corretamente, o quarto resultará automaticamente. Todos os jogadores têm o direito de controlar os que os precedem. Será preciso estabelecer turnos para o primeiro par afim de dar chances iguais a tôdas as crianças.

4.2. Realizar todos os pares

Há exatamente sete maneiras de construir os pares com as oito peças escolhidas como foi indicado no parágrafo anterior. Realizar estas sete maneiras é o objetivo do jôgo. Cada maneira de construir os pares compreende, naturalmente, quatro pares. Cada par estendo constituído duma maneira semelhante. Estabelecemos uma regra de jôgo segundo a qual nenhum par deve ser repetido, isto é, que se duas peças estão reunidas como par, não podem fazer par uma segunda vez. Segundo esta regra há sete maneiras diferentes de construir os pares.

Cada criança pode controlar a regularidade do jogo e se ela descobre uma tal repetição o jogador que cometeu o erro perde um ponto e o que o descobriu ganha um, quem obtiver o maior número de pontos ganha a partida.

4.2. Método de notação

É muito difícil jogar o jôgo acima sem estabelecer um método para registrar as maneiras de fazer os pares. Podemos entregar as crianças a resolução deste problema. Para começar, elas provavelmente, desenharão cada par que foi construído. Após certo tempo, elas descobrirão um método mais sistemático, ou podemos sugerir um, por exemplo, estabelecendo o quadro de sete colunas e três linhas como abaixo:

Diferença de forma	sim	não	não	sim	não	sim	sim
Diferença de cor	não	sim	não	sim	sim	não	sim
Diferença de dimensão	não	não	sim	não	sim	sim	sim

Acquisição
3/10/82
Wendell

A primeira maneira de fazer os pares anotado de memória no quadro na primeira coluna é esta.



A quinta maneira de fazer os pares (ver a 5ª. coluna do quadro seria a seguinte:

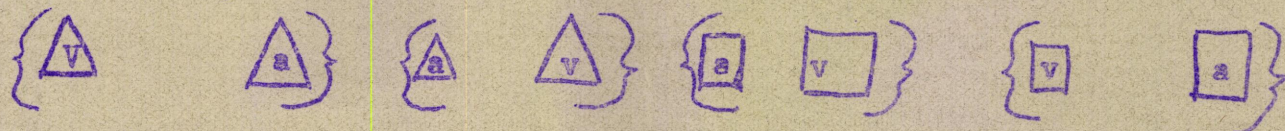


Fig. 3

Podemos escrever nas colunas "sim" ou "não" ou fazer cruzeiras ou não importa que outro sinal que as crianças tenham escolhido. Cada coluna representa uma maneira de fazer os pares. Dêste modo podemos nos dar conta do que já foi feito eo contróle pode ser feito sem discussão entre as crianças para saber se, sim ou não, um par já foi formado. A dificuldade de impedir uma tal discussão será para as crianças uma prova muito convincente de que é necessário registrar os acontecimentos de uma certa maneira para lembrá-los.

4.4. O jogo com 16 peças.

Se, em lugar de três variáveis, introduzimos a quarta, isto é, a espessura, haverá dezesseis peças no jogo e, em cada modo de fazer os pares haverá 8 pares. Neste caso há quinze maneiras diferentes possíveis de fazer os pares. Esta é uma tarefa muito difícil e só as crianças melhor dotadas serão capazes de resolver. Podemos naturalmente restringir o jogo a duas variáveis em lugar de três, isto é, forma e cor, cada uma tendo dois valores.

Neste caso haverá só quatro peças no conjunto e somente três maneiras de fazer os pares. A experiência mostrou que é preferível começar por um conjunto de oito peças, de passar em seguida a um conjunto de quatro, e em terceiro lugar, somente, ao jogo de dezesseis peças.

O jogo pode ser generalizado para outros atributos como a cor de cabelos, a cor de olhos, o sexo das crianças, etc., de modo a podermos formar os pares com as próprias crianças. Suponhamos que selecionamos as crianças loiras e as crianças morenas, as crianças de olhos azuis e as de olhos castanhos, os meninos e as meninas. Neste caso, haverá oito crianças diferentes em cada conjunto. Podemos pedir que formem os pares e descubram de quantas maneiras diferentes elas podem constituir pares sem que algum par seja repetido. Haverá naturalmente, sete maneiras de formar pares, e de cada maneira, há 4 pares. Tais exercícios ajudarão as crianças a transpor seu pensamento lógico a outras situações. Podemos pedir que inventem outras situações onde o mesmo jogo ou jogos semelhantes possam ser jogados. Por exemplo, com figuras de crianças negras e de crianças gordas, de crianças de cabelos crespos e de cabelos lisos, de meninos e de meninas e, de todas as combinações delas formarão um conjunto de jogos de cartas que podem ser utilizados como os blocos lógicos. Evidentemente, outros atributos podem ser utilizados.