Lógica Dienes

Os não-círculos vermelhos estarão à esquerda, os círculos não-vermelhos estarão à direita, os não-círculos não-vermelhos estarão no exterior dos dois arcos. Se perguntarmos, agora, onde estão os blocos que não são ao mesmo tempo redondos e vermelhos, as crianças mostrarão o resto da figura, isto é, a parte da figura que não é a parte comum aos dois arcos. Pode-se igualmente tomar uma arborescência, o que indica a figura 3/3.

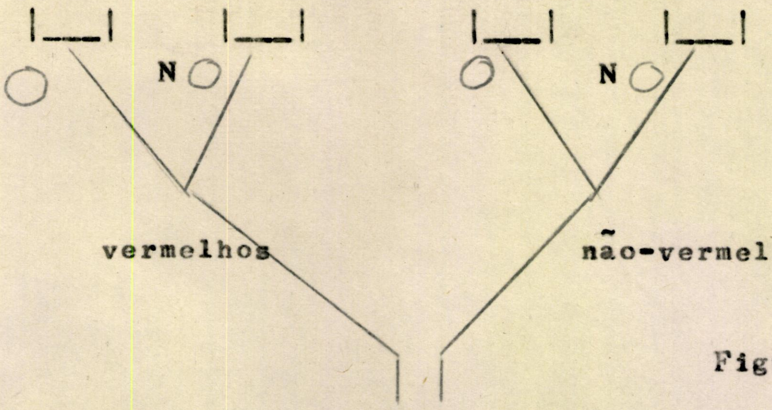

Figura 3

À esquerda, por exemplo, nós colocamos os vermelhos e à direita os não-vermelhos; mais alto, na arborescência, é preciso fazer uma outra divisão entre os círculos e os não-círculos. Colocamos os círculos à esquerda e os não-círculos à direita, os vermelhos e também os não-vermelhos A cada extremidade de nossa árvore, haverá um conjunto tal ~~que~~ como já vimos nos outros métodos de repartição espacial: haverá da esquerda à direita, os círculos vermelhos, os não círculos vermelhos, os círculos não-vermelhos e os não-círculos não-vermelhos.

É evidente que a representação espacial não é pertinente para uma classificação lógica. Uma distribuição espacial é tão válida quanto uma outra. Por esta razão, a criança deverá se libertar (debarrasser) de uma ligação, um elo, muito estreito entre seu pensamento lógico e a repartição espacial utilizada para encorajar este pensamento lógico. Aqui, entramos já na terceira etapa.

Terceira etapa

Pode-se fazer as crianças jogarem os três jogos descritos na segunda ~~parte~~ etapa e pedir-lhes para transferirem os blocos de uma repartição espacial para outra. Em seguida as crianças se dão conta que se pode transferir os blocos conjunto por conjunto, isto é, que se todos os círculos não-vermelhos(são)agrupados em uma determinada parte de uma repartição, o serão igualmente em uma outra repartição. Elas poderão, por consequência, retirar todos os círculos não-vermelhos que estão colocados em um diagrama e os transportar a um lugar apropriado em um outro diagrama. Quando elas virem que não há diferença entre uma repartição e outra, e que elas se libertam de uma propriedade não pertinente ao jogo. Mas, evidentemente, há ainda outras propriedades não pertinentes. Por exemplo, o fato de se utilizar cores, formas, ou outras propriedades particulares. Para que a criança se liberte dessas últimas, é preciso inventar um sistema de conjuntos. Em lugar de tomar os blocos lógicos, pode-se tomar um conjunto de conjuntos. Tomemos, por exemplo, seixos, lápis, fósforos e rolhas (bouchons). Convencionamos um método, uma norma para construir os conjuntos. Decidimos, por exemplo, que podemos colocar três seixos, dois seixos, um seixo ou zero seixo em um conjunto. Podemos também colocar ou dois lápis ou um lápis, ou nenhum lápis em um conjunto. Em seguida, poderemos colocar um fósforo ou nenhum fósforo num conjunto. ~~A seguir poderemos colocar um~~ Vemos que se pode, assim, fazer 48 conjuntos, compostos diferentemente de seixos, de lápis, de fósforos e de rolhas, compreendendo o conjunto vazio onde não há nada. Vimos que a variável "seixo" corresponde à variável forma, porque há quatro formas no jogo e há quatro meios permitidos de ter diferentes nomes de seixos. A variável "lápis" corresponde à cor. Os fósforos e as rolhas têm o tamanho e a espessura. Para inventar um exercício que corresponda exatamente ao exercício precedente, poderemos tomar por vermelho os conjuntos que compreendem dois lápis. Para círculo, por exemplo, os conjuntos nos quais não há seixos. Haverá dois lápis no conjunto que corresponde a um vermelho. Nenhum seixo no conjunto que corresponde a um redondo. Poderemos então fazer os exercícios correspondentes. Diga-se (Il va sans dire) que a correspondência não é dada antecipadamente para as crianças. Constrói-se primeiro o conjunto universal dos conjuntos de seixos, de lápis, de fósforos e de rôlhas. Em seguida, joga-se jogos de cl classificaçao com este conjunto de conjuntos. É preciso, evidenteme te, que as crianças possam manipular conjunto de conjuntos definidos a partir de propriedades pertinentes a esses conjuntos. Por exemplo, um conjunto de conjuntos seria o conjunto dosconjuntos nos quais nao ha lapis, ou nos quais ha sempre um lapis, ou nos quais ha tantos lapis quantos fosforos, e asssim por diante. Pode-se sempre introduzir um novo universo desta maneira e, fazer, em seguida, as crianças fazerem os exercicios que foram descritos e representados nas figuras 1,2,3, mas com um conjunto universal dife rente. Digamos que as crianças ja tenham feito abstraçao da repartiçao particular no espaço; eles deverao agora fazer abstraçao do universo particular utilizado na ordem. Isto e, que elas deverao, por exemplo, associar um conjunto e somente um a cada um dos blocos, e um bloco e somente um, a cada um dos conjuntos. Depois disso elas poderao definitivamente fazer uma correspondência mais sistematica, fazendo a correspondência entre a p propriedade dos conjuntos, de um lado, e as propriedades dos blocos, de outro.

É preciso também introduzir a implicação em um dado momento; uma maneira de fazê-lo seria retirar um ou outro dos quatro conjuntos que s se construiu no jogo das conjunçoes. Se retiramos, por exemplo, os circulos nao-vermelhos, pode-se facilmente, ver que se se escolhe um circulo no que resta, ele deve ser vermelho. Do mesmo modo, se escolhemos um nao-vermelho, ele deve ser nao-circulo. É uma das propriedades condicionais do conjunto que nos resta depois de ter retirado os circulos nao-vermelhos Pode-se igualmente, ver que o conjunto que nos resta possui uma propriedade disjuntiva. Apos ter retirado os circulos nao-vermelhos, todos os bloe cos que restam sao vermelhos nao-circulos. Evidentemente, quando se diz "ou" em logica se entende que a propriedade conjuntiva tambem pode ser verificada. Depois que se jogam os jogos de conjuçao, de disjunçao, de implicaçao e de negaçao, depois que se repartiram os conjuntos correspondentes de varias maneiras diferentes utilizando conjuntos universais diferentes, foi atingido um certo nivel de abstraçao. Estamos ptontos a abordar o problema da representaçao, isto e, que se chegou a quarta etapa.

0200 v	0100 a	0000 am	0210 v	0110 a	0010 am
1200 v	1100 a	1000 am	1210 v	1110 a	1010 am
2200 v	2100 a	2000 am	2210 v	2110 a	2010 am
3200 v	3100 a	3000 am	3210 v	3110 a	3010 am
0201 v	0101 a	0004 am	0211 v	0111 a	0011 am
1201 V	1101 a	1001 am	1211 v	1111 a	1011 am
2201 v	2101 a	2001 am	2211 v	2111 a	2011 am
3201 v	3101 a	3001 am	3211 v	3111 a	3011 am

Figura 4 O primeiro algarismo representa o número de seixos, o segundo o numero de lapis, o terceiro o dos fosforos, o quarto o de rolhas. Assim, 1210 quer dizer: um seixo, dois lapis, um fosforo, zero rolhas.

Quarta etapa

Como se pode chegar a representar a idéia da conjunção, isto é, a idéia da simultaneidade a qual se chega jogando os jogos descritos? É necessario uma representação precisa que deverá compreender as concretizações diferentes ja mencionadas. As redes logicas nos oferecem uma tal representação.

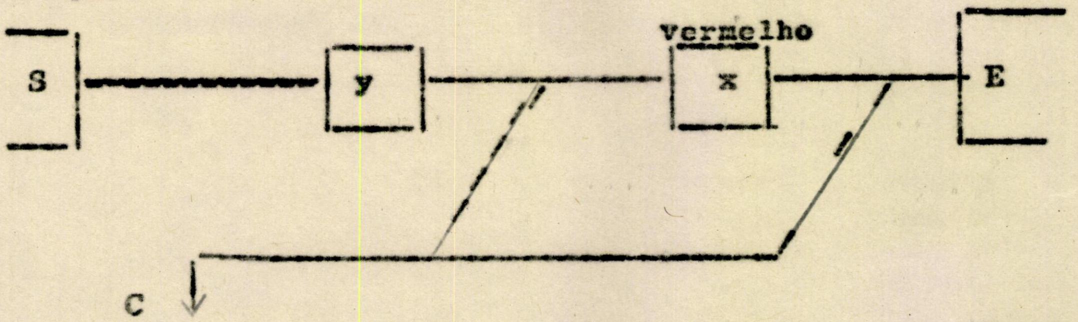

Figura 5

A figura 5 mostra uma entrada à direita, seguida de uma bifurcação com uma porta que é preciso passar. Segue uma outra bifurcação, seguida de uma outra porta. Temos dois caminhos que chegam a esquerda: o caminho ao alto nos da a saida e o caminho de baixo o complemento do conjunto de saida. Pode-se chamar "rebut". Os elementos do conjunto universal que chegam a saida representam de uma maneira concreta a conjunção das duas propriedades x e y. Eis a lei que e preciso seguir na bifurcação que precede uma porta: para que um elemento passe por uma porta ele precisa e basta que ele possua a propriedade que esta marcada sobre a porta. Por exemplo, no caso dos blocos logicos, podemos colocar a etiqueta vermelho sobre uma porta e a etiqueta redondo sobre a outra. Todos os blocos passam pela entrada, mas os vermelhos passarão pela porta x, os não-vermelhos tomarão outro caminho. Os vermelhos que nao sao redondos tomarão o caminho para baixo enquanto que os redondos vermelhos passarão pela porta y, a porta dos redondos. Se quisessemos negar a propriedade y, teríamos y em baixo em lugar de te-lo no meio -- como mostra a figura 8.

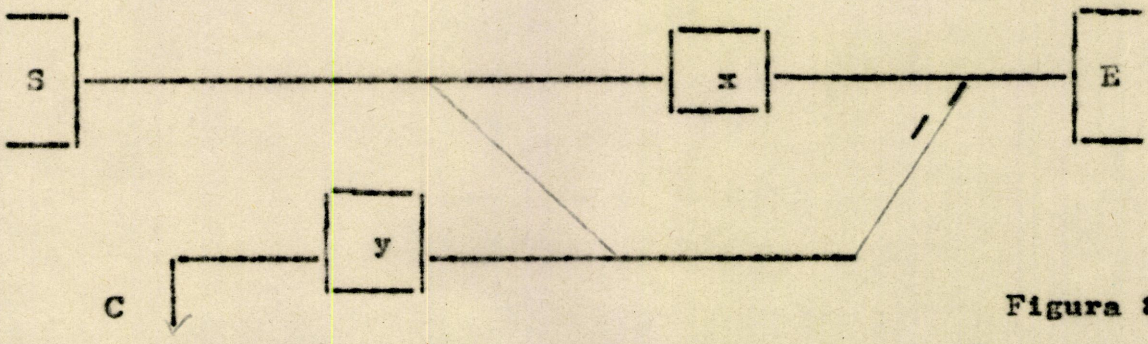

Figura 8

Aqui os blocos que constituem o conjunto de partida são dos x ou dos não-y Pode-se facilmente ver como se constroi o conjunto reunião dos não-x ou dos não-y, etc... VÊ-se igualmente na figura 8 que temos em S, um conjunto que concretiza de certo modo uma implicação. No conjunto de partida da figura 8 se procuramos um y este deve ser um x, porque os y que não sao dos x chegam evidentemente ao conjunto complementar (rebut). Então, "não-y ou x", que é verdade para o conjunto de partida da figura 8, pode ser caracterizado igualmente por "se y, então x" ou pode ser ainda melhor: "a condição y acarreta x".

Para representar uma negação que nega tudo o que precede, poderemos utilizar uma especie de cruzamento tal como indica a figura 9.

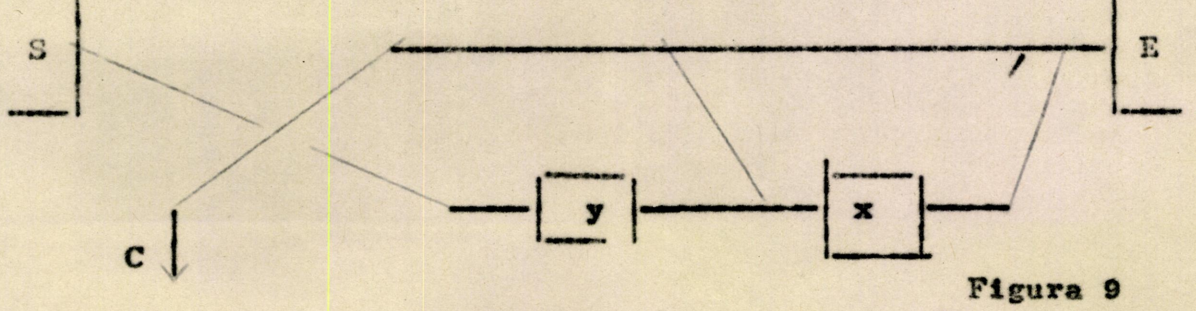

Figura 9

Se o cruzamento não é introduzido no início da rêde itinerario

Tomamos o atributo vermelho para valor da variável x. Tomamos o atributo redondo para valor da variavel y. Temos aqui uma representaçao conveniente para a conjunçao. Para a disjunçao faz-se uma representaçao semelhante.

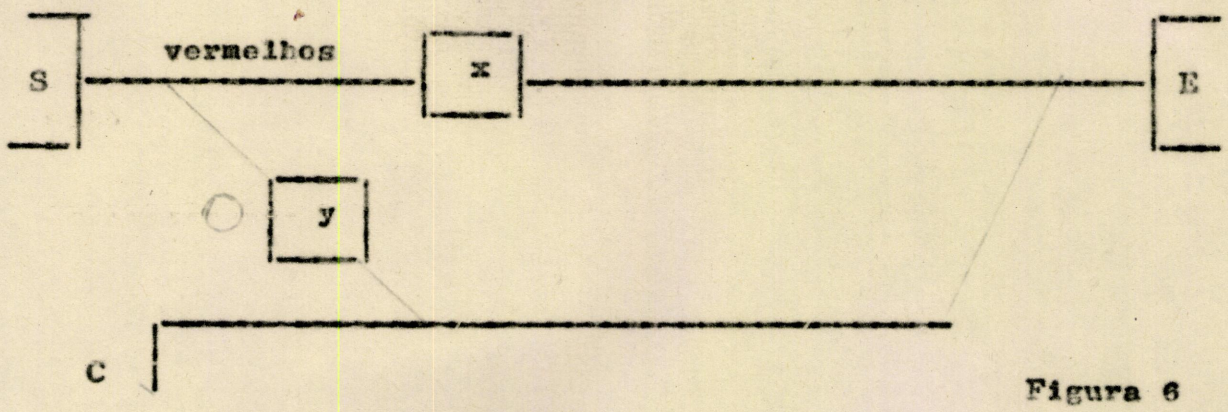

Figura 6

A porta x fica no mesmo lugar, mas a bifurcação chega agora em baixo. Vemos que chegaram a saida todos os elementos e somente os elementos que possuem a propriedade x ou a propriedade y. O complemento sera constituido pelos elementos que nao possuem nem a propriedade x, nem a propriedade y. Por exemplo, no nosso caso, se x quer dizer vermelho, e y quer dizer redondo, todos os vermelhos e todos os redondo chegarao a saida mas so os nao-vermelhos nao-redondos chegarao ao complemento. Esta rede representará a noçao de disjunçao.

Há duas maneiras de representar a negação. Por exemplo, se quisermos que os nao-vermelhos ou os circulos cheguem a saida, colocaremos a porta dos x em baixo em lugar de coloca-la ao alto, como por exemplo, na figura 7.

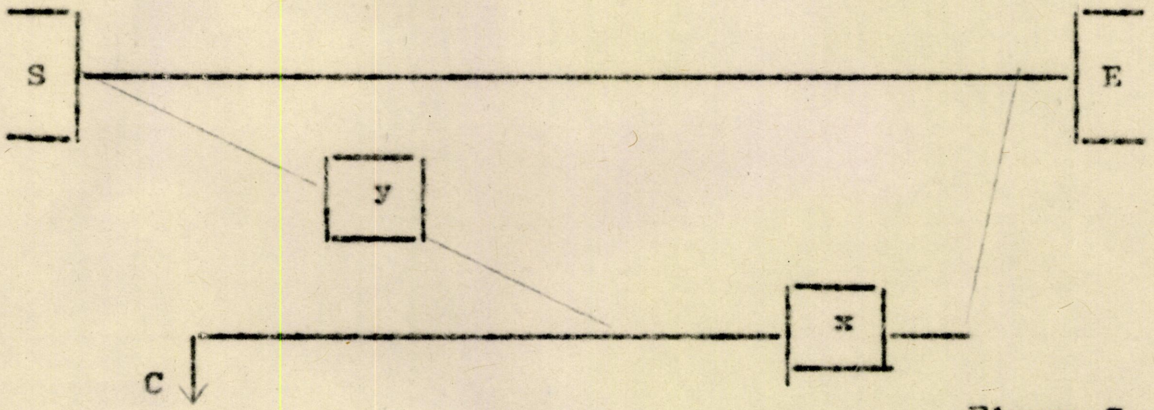

Figura 7

Na figura 7, é evidente que todos os não-x chegam á saida, em seguida, tambem, todos os y. Um y é ou um x, ou um nao-x. Os y que sao os nao-x ja estao la, mas os y que sao os x passaram pela porta x e em seguida tomaram o caminho para a porta dos y.

Se quisessemos negar a propriedade.....pag. 7

Se o cruzamento não está introduzido no fim da rede itinerário 9, a saida seria o conjunto no qual todos os elementos sao nao-y ou nao-x. Apos a negaçao de tudo isto, temos um conjunto no qual e verdade para todos os elementos que eles nao sao "nao-y ou nao-x". Ve-se logo, olhando a figura 5 que os mesmos elementos chegam a saida na figura 5 e na figura 9, sendo isso tambem verdade para os dois complementos. Isto quer dizer que a rede (reseau) da figura 9 partiu o conjunto universal entre conjunto de saida e conjunto rebut da mesma maneira euq a rede itinerario representada na figura 5. Aqui, ja fomos levados a consideraçao de certas propriedades da representaçao dada. Somos levados a consideraçao de certas relaçoes de equivalencia entre redes. Por exemplo, pode-se dizer que a rede 5 e equivalente a rede 9. Diz-se que as duas rêdes são equivalentes se tôdas as duas fazem a mesma repartiçao do conjunto universal ao conjunto de partida e o conjunto rejeiçao (rebut) respectivamente. Aqui, ja estamos muito perto da quinta etapa porque ja se começou uma especie de descriçao. Introduzimos uma relaçao de equivalencia no interior do sistema de representaçao e assim, ja abordamos o problema esboçado para a quinta etapa.

Quinta etapa

Para descrever as equivalências entre as rêdes (réseaux), é preciso inventar nomes para pedaços das rêdes que representam de uma maneira grafica as noções lógicas ja aprendidas durante as etapas anteriores. Tomemos os diagramas 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - por exemplo. Experimentemos descrever de uma maneira concisa as propriedades conjuntivas, disjuntivas dos conjuntos que se encontram a saída dessas figuras.

- Na saída de 5, todos os elementos sãoao mesmo tempo y e x. É preciso um símbolo para "ao mesmo tempo". Evidentemente, pode-se tomar qualquer símbolo. Por exemplo K, utilizado pelos poloneses. Então, Kyx significará a propriedade "ao mesmo tempo" y e x".

- Na saída da figura 6, todos os blocos são y ou x. É preciso um símbolo para "...ou...", isto é, o fato de que há uma alternativa no conjunto de saída, que podemos ter os x ou os y nêste conjunto. Pode-se utilizar A para esta alternativa. Escreve-se Ayx.

- Na saída da figura 7, todos os blocos são sejam os y, seja os não-x. A alternativa é então, entre os y e os não-x. A saída da figura 7 se caracterizará então, escrevendo: AyNx. A saída da figura 8 será igualmente, caracterizada por ANyx.

- Na figura 9, temos um não. O não, isto é, a negação, se refere à disjunção dos não-y não-x, isto é, que se não há cruzamento no fim da rêde, teremos ANyNx. Mas, sendo dado que há cruzamento, é preciso ainda, escrever um N à esquerda o que nega tôda a propriedade ANyNx. A propriedade negada será NANyNx.

Vimos, por exemplo, que Kyx é equivalente à NANyNx. É preciso introduzir um símbolo para a equivalência. Podemos escolher, por exemplo, ≡ ou uma flecha, ou duas flechas. Escreve-se Kyx ≡ NANyNx. Chegamos a uma descrição parcial do sistema de representação introduzido. Vê-se, por exemplo, na figura 5, que se trocamos x e y, da mesma maneira os mesmos elementos a saída. Poderíamos, então, escrever Kyx ≡ Kxy Na figura 6 pode-se igualmente substituir x por y e y por x. Isto significa que se pode escrever Axy ≡ Ayx.

Observemos a figura 7. Se substituimos y por x e x por y teremos AxNy. Vê-se imediatamente que o conjunto de sa-ida não se compõe dos mesmos elementos de ainda há pouco. Então na figura 7, se substituimos x por y e y por x trocamos o conjunto de saída, enquanto que nas figuras 5 e 6, era impossível trocar x por y e y por x sem trocar o conjunto de saída. Isto quer dizer que conduzimos a propriedade comutativa da conjunção na figura 5 e a propriedade comutativa da disjunção na figura 6.

Observemos, um pouco a figura 8. Vimos que no interior do conjunto de saída, a condição y ocasiona a propriedade x. Pode-se simbolizar êste enunciado condicional escrevendo Cyx. De outro lado, vemos muito bem que na figura 8, na saída, todo elemento é, seja um não-y, seja um x. Isto quer dizer que o conjunto de saída pode igualmente, ser caracterizado escrevendo ANyx.

Vemos que Cyx ≡ ANyx.

Do ponto de vista formal, vimos que C pode ser substituido por AN e inversamente. Com efeito, pode-se abster-se do símbolo C e sempre utilizar o símbolo composto AN. Sendo dado que os enunciados condicionais jogam um papel capital na lógica, introduzimos apesar de tudo, um símbolo separado para a condição. "Condição y acarreta x" é chamada uma <u>implicação</u>. Dizemos que y implica x, porque a consição y acarreta o resultado x no conjunto de saída considerado.

No momento somos capazes de formecer alguns métodos ~~de~~ válidos de raciocínio. Nos consideramos só rêdes equivalêntes; isto quer dizer que podemos agora introduzir raciocínios, mas raciocínios cuja ordem possa ser sempre invertida. Por exemplo, se eu sei ~~que~~ Kyx eu posso deduzir NANyNx. Mas, igualmente, se eu ~~conheço~~ sei que NANyNx, eu posso deduzir Kyx. Em linguagem mais comumm isto poderá ser expresso dizendo que se eu sei que ao mesmo tempo uma coisa e uma outra coisa são verdadeiras, eu sei, tambem, que não é verdade que ou a primeira coisa não é verdade ou a segunda coisa não é verdade, e inversamente. Há também o caso do raciocínio cuja ordem não pode ser preenchida. Podemos encontrar êsses métodos de raciocínio comparando os conjuntos de saída que s se encontram no fim das representações correspondentes. Por exemplo, tomemos a saída de 6 e a saída de 5. Digamos que me deram a informação de