

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DE ESTADO DOS NEGÓCIOS DA EDUCAÇÃO E CULTURA
CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS
E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA
EQUIPE DE MATEMÁTICA

CURSO DE FÉRIAS DE MATEMÁTICA REFORMULADA

2ª ETAPA

JANEIRO DE 1968

SUBSIDIO Nº 11/69

Texto tirado do livro:

Les nombres en couleurs

Cuisenaire - Gattegno. Página 11 à 14.

F R A Ç Õ E S

O material de Cuisenaire é rico em todos os aspectos. Tome mos o exemplo das frações tendo em vista ocasionar uma busca funcional na classe em oposição a um ensino conforme programa oficial, mas nem sempre de acôrdo com o ponto de vista psicológico e matemático.

As decomposições lineares dos números mostram-nos que só mente a unidade entra sempre, um número inteiro de vèzes; e que certas decomposições podem ser realizadas com a ajuda de uma só espécie de barra. A leitura desses casos nos dá tôdas as decomposições em fatores desses números. É suficiente inverter a leitura da notação para engendrar frações. Por exemplo: $24 = 4 \times 6 = 6 \times 4 = 2 \times 12 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 3 \times 8$. Há quatro seis em vinte e quatro, donde seis é um quarto de vinte e quatro; oito é um terço; três é um oitavo, etc. Nós tomamos consciência assim que, na situação da adição, nós podemos ler a multiplicação e os fatores, e as frações. Fazemos o mesmo em cada particular caso encontrado e adquirimos, fazendo êsse caminho, a experiência matemática, que se trata de estender o mais longe possível.

Nós não fizemos ainda uso explícito da família de cores. Chegou o momento de mostrar que as relações das cores permitem tomar consciência de uma nova estrutura matemática, a fração operador. Nós a distinguimos do número fracionário, porque, neste último não nos dá temos, enquanto que o operador abre um novo campo matemático.

Na família vermelha (2,4,8) nós sabemos que $2 \times 2 = 4$, $2 \times 4 = 8$ e $4 \times 2 = 8$, donde a vermelha é a metade da carmin, e carmin é a metade da marron e a vermelha é a metade da metade da marron. Disto resulta que o quarto é a metade da metade, sem que nós precisemos dizer qual a operação aritmética utilizada. É uma simples leitura de três relações

fundidas num dinamismo complicado. Durante a lição, podemos mostrar, manipulando essas três barras, que se partimos da maior, invertemos as operações. Este jogo com a unidade e a fração ou a unidade e o múltiplo torna-se, verdadeiramente, um jogo que sugere a representação das operações mentais. Em, particular, nós vemos que o inverso de um meio é dois e que o inverso de um quarto é quatro.

Na família azul (verde claro, verde escuro e azul, 3,6,9) a experiência adquirida é ainda mais rica. Aqui, as duas frações invertidas, comparando 3,6,9 são $1/2$ e $1/3$ e nós temos ocasião de demonstrar que 6 vale $2/3$ de 9, uma vez que uma verde escuro vale duas verde claro.

Como 9 é também formado por $6 + 3$, ou de uma vez e meia a verde escuro, nós chegamos a um resultado, sabendo que $2/3$ é o inverso de $3/2$ isto dentro do quadro geral das inversões das frações pelo fato de que a unidade foi mudada.

A família amarela nos dá, somente, um meio ($1/2$). Mas nós podemos combinar as cores e obter as frações $1/5$, $2/5$, $3/5$, $4/5$, comparando 2,4,6,8 à 10, e as frações $1/10$, $3/10$, $7/10$, e $9/10$ para as outras. Os inversos são imediatos para as comparações de 10 com 2,4,6,8 mas para as outras há um trabalho intenso a fazer.

Para 3,6,9 por exemplo, utilizando a parte alíquota formada pela barra branca vemos que, $10 = 3 \times 3 + 1$ e, que 1 é um terço de três, donde três entra três vezes e um terço em 10, donde o inverso de três décimos é três e um terço. A mesma coisa, $10 = 9 + 1$ ou $1 \times 9 + 1/9$ de 9, donde de nove entra uma vez e um nono em dez, etc.

Tratando-se de inverter sete nonos, o aluno verá que se trata de saber quantas vezes sete está contido em nove, seja uma vez, deixando dois por resto. Com sete por unidade, dois se exprime por dois sétimos, donde um e dois sétimos é o inverso de sete nonos. Nêstes casos semelhantes, é conveniente notar, que o inverso de uma fração encontra-se pela reversão dos dois termos. Não se trata, ainda, de operação sobre as frações mas que, engendrar a fração que exprime a medida de A por B, não é essencialmente distinta da medida de B por A. Esta maneira de considerar a questão é acessível aos alunos de 7 a 8 anos de idade, com a condição de que não se formule regras, mas que se deixe a criança estabelecer seus resultados, complementando uma busca efetiva.

Passado este estado, não há mais dificuldade para inverter frações mais difíceis como, $7/33$ ou $11/30$, etc. A notação torna-se mais viva e onze trinta avos e trinta onze avos representam uma mesma situação onde nós invertemos o papel da unidade e da grandeza e medir.

Tomemos os dois sétimos de uma grandeza conduzida a outra grandeza. Mas no cálculo com as frações não se trata de obter resultados finais expressos, como a grandeza inicial, em certas unidades. Este cálculo transforma as frações em frações e o resultado é sempre uma fração.

Com o material de Cuisenaire a fração operador torna-se, imediatamente acessível. Como dissemos, anteriormente, nós não sabemos adicionar concretamente, senão inteiros. Ora, se nós queremos, por exemplo, reunir frações, nós devemos fazê-las entrar momentaneamente em grandezas, que podem ser postas ponta a ponta e, exprimir o resultado, utilizando como unidade a grandeza inicial, que se trata de escolher convenientemente. A experiência adquirida, anteriormente, nos assegura que se nós queremos adicionar $2/5$ e $1/3$, nós podemos escolher 15 (ou trinta, etc.) como unidade de partido e ver que a primeira fração é igual a $6/15$ e a segunda a $5/15$, donde sua soma é igual a $11/15$ (ou $22/30$).

Nós, em verdade, não fizemos mais do que introduzir uma nova tomada de consciência a qual corresponderá uma notação, uma regra, conduzindo às frações sobre as frações.

Empregar, o sinal + entre duas frações, é um abuso de linguagem e se dissemos que somamos frações queremos dizer, em realidade, que exprimimos aquela fração que opera sobre toda grandeza, e --é o resultado de duas frações, operando, sucessivamente, sobre esta grandeza e aquela que é a soma dos resultados dessas operações será o resultado de operação única. A independência do valor da grandeza é o essencial aqui.

Do ponto de vista experimental é suficiente operar sobre situações bem escolhidas, mas suficientemente arbitrárias. A generalização é um axioma que leva a legitimar a operação e a regra.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad (\text{toda fração simplificada}).$$

ou (bd) sendo o m.m.c. de b e d, transformamos $\frac{a}{b}$ em uma fração igual, tendo (b.d) como denominador, etc. De toda maneira nós, somamos inteiros ou nós partimos de uma fórmula que impõe uma regra.

---|---|---|---|---|---|---|