

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GEN. FLORES DA CUNHA "

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

COPELAND, Richar, How Children Learn Mathematics,  
Macmillan Publishing Co, New York, 1974.

TRADUÇÃO: Professora ELY MACHADO CAMPOS

ANO 1976

CAPÍTULO 9 - pag. 153

FRAÇÕES E PROPORÇÕES

Há uma grande distância entre as relações parte-todo do período perceptual ou sensorio-motriz e a subdivisão operacional. A Conservação é uma condição essencial para a subdivisão operacional.

### FRACÇÕES

#### MEIOS E TERÇOS

Embora a maioria das atividades de Piaget sejam únicas (ímpares), o procedimento usado para investigar a compreensão da criação de frações foi um procedimento geométrico. É mostrado à criança uma lâmina circular e duas bonecas. Diz-se para a criança que a lâmina é um bolo e as bonecas vão comê-lo todo, mas cada uma comendo a mesma quantidade. Dá-se-lhe então, uma faca de madeira com a qual ela corta a torta.

O experimento é, então, repetido com um outro bolo e três bonecos. Uma variação é começar com três bonecos em vez de com duas e ver se a divisão em duas partes primeiramente afeta o acesso à divisão em três partes.

Para crianças menores que encontram dificuldade em partir com uma faca, prepara-se círculos de papel, retângulos e quadrados. As crianças são solicitadas a parti-los em duas ou três partes iguais. Pode também, ser posto um lápis a disposição das crianças e solicitado que façam marcas onde pensam cortar, a fim de tornar a divisão mais fácil.

Finalmente, após cada divisão de um inteiro pergunta-se a criança se as partes reunidas novamente dariam tanto quanto o inteiro, ou mais ou menos.

#### ESTÁGIO 1.

Durante o estágio 1, crianças de 4 ou 4 anos e meio encontram muita dificuldade em dividir em meios. De início a criança continua a dividir, não parando em duas partes. Não há um plano ou esquema antecipador. Um pouco mais tarde ela dá a cada boneca a mesma quantidade mas os pedaços são pequenos, permanecendo uma grande parte não dividida. Perguntada para quem é o resto do bolo, responde - "É para ninguém". Algumas destas crianças pensam que o bolo deve ser cortado duas vezes para produzir duas partes.

Tanto quanto se conhece sobre a divisão de diferentes formas, o retângulo parece ser a mais fácil para dividir, então vem o círculo e finalmente o quadrado.

A mais surpreendente característica do estágio 1 é a ausência de qualquer relação entre as partes e o todo. A criança não considera sua parte como um elemento integrante de um todo maior.

Quando uma parte é cortada fisicamente de um bolo inteiro, ela perde sua relação quantitativa com o inteiro. Se a criança tem meio, não pode concluir que a outra parte é também meio; isso também envolve relacionar as partes com o todo.

O problema da relação da parte com o todo já foi discutido no capítulo 5. A criança ao considerar nove rosas e duas margaridas, mesmo embora compreenda que são flores, responde que há mais rosas do que flores. A mesma limitação conceitual está presente ao considerar frações.

### ESTÁGIO 2A

Quatro a seis anos. Para áreas regulares e de pequena escala, dividir em duas metades (halving) é possível aos 4 ou 4 anos e meio de idade. Se entretanto o tamanho do todo original aumenta (espõe-se) vem mais tarde a habilidade para dividir em meios.

A habilidade para dividir em três partes iguais não está ainda presente. No estágio 2A, parte do bolo pode ser dividida em três porções e o resto ignorado. Perguntada sobre o que fazer com o resto, uma criança pode dizer: "É para mamãe". Ora, o bolo pode ser dividido em um número de porções não iguais e três dessas porções retiradas e dadas às bonecas. Se a criança previamente dividiu um bolo em meios, ela pode começar dividindo o bolo em dois pedaços e então, cortar um dos meios em dois pedaços de modo que a terceira boneca terá algum pedaço.

Usar bolos de forma retangular prevê, algumas vezes solução mais fácil, mas os problemas básicos ainda são os mesmos.

A tricotomia envolve uma parte que é um terço de seu complemento, enquanto a dicotomia envolve uma parte igual ao seu complemento.

### ESTÁGIOS 2B e 3A

Seis a sete anos - A divisão em três partes iguais é realizada com sucesso, em torno dos seis, sete anos de idade. Não há um longo de tentativas (experimentações e erro) mas uma compreensão operacional, o nível das operações concretas. O problema é resolvido em estágios graduais, com solução do estágio 2B sendo e as soluções do estágio 3, imediatas. Embora, em geral, esse período ocorra dos seis aos sete anos, crianças mais capazes aos quatro ou cinco.

Perguntas relacionadas com a conservação de todo são também respondidas com sucesso no estágio 3, o nível das operações concretas. As crianças agora compreendem que os pedaços juntos são a mesma quantidade que o bolo inteiro, enquanto anteriormente elas pensavam que os pedaços fossem ou menos que o inteiro original.

## DIVISÃO EM CINCO OU SEIS PARTES IGUAIS

Embora a divisão em seis possa ser realizada combinando meios e terços, decorre uma considerável demora de tempo antes que isso seja atingido no estágio 3B.

As crianças de estágio 2A, cinco a seis anos de idade, de início começam cortando pedaços e entregando-os às cinco ou seis bonecas.

Elas não tem solução para a parte do bolo que sobra após essa divisão arbitrária. Mais tarde, no estágio 2B, há um esquema ou plano, tal como dividir o bolo em dois meios e logo dividindo os ao meio novamente. Encontram, assim, somente quatro pedaços. Uma criança replica que não há o suficiente. Uma outra criança divide cada um dos quatro pedaços em meios, obtendo oito pedaços e então dá seis pedaços às seis bonecas.

No estágio 3A, sete a nove anos de idade, as crianças obtêm sucesso usando tentativas e experimentações tais como arranjar as seis bonecas em torno do bolo e então, dividindo-o.

Finalmente, no estágio 3B, em torno dos dez anos de idade, a criança ataca o problema com alguma segurança, tal como primeiro trisseccionando o bolo e, logo, bisseccionando os três pedaços.

## IMPLICAÇÕES.

A atual prática escolar para regulamentação da introdução de frações parece adequar-se justamente bem com as características desenvolvimentais descritas por Piaget. Várias crianças de seis anos de idade, não terão, portanto, os conceitos necessários para compreender meios e terços.

Os métodos usuais de ensino podem ser aperfeiçoados permitindo-se que a criança formule por ela mesma as operações necessárias mais do que dizendo a elas como dividir em meios, terços ou sextos, sem assegurar-se de que isso traz compreensão.

Antes que as crianças possam compreender as características necessárias das frações, que cada parte deve ter o mesmo tamanho ou ser igual, elas devem primeiro pensar em frações como partes integrantes do todo, o que pode ser separado do todo e reunidos para formar o mesmo todo (conservação). Isso deve ocorrer, em média no primeiro ano escolar.

Piaget resume dizendo que as crianças devem estar capacitadas a compreender (aqui escor com) sete condições ou características de uma fração antes que possam ter uma compreensão operacional.

1. Não pode haver idéia (noção) de uma fração até que haja um todo divisível. As crianças de cerca de dois anos de idade veem o todo como inviolável e recusam cortá-lo. Elas são detidas por sua forma fechada. Aos 3 anos as crianças repartem e cortam; o ato de cortar faz com que o objeto perca seu caráter de totalidade.
2. Uma fração implica um determinado número de partes. Qualitativa mente repartir (partilhar) pressupõe que as partes devem corresponder aos recebedores (bonecas). As crianças pequenas arbitrariamente dividem o bolo de qualquer modo, segundo sua fantasia.
3. A terceira característica de uma determinada fração é que a subdivisão é exaustiva. Não há resto. As crianças que respeitam as primeiras duas condições frequentemente usam somente uma porção do todo para a divisão ou partição.
4. Há uma relação fixa entre o número de partes em que o todo é dividido e o número de intersecções (cortes). Um corte produz duas partes, mas as crianças pequenas que cortam uma pequena parte pensam que um corte produz uma parte. Trabalhando mais no plano topológico do que no plano Euclidiano elas pensam que o número de linhas de fronteiras e o número de áreas correspondem exatamente.
5. O conceito de uma fração implica em que todas as partes sejam iguais. Mesmo que o entrevistador insista que cada boneca deve ter o mesmo, várias crianças ainda deixam parte do bolo não dividida.
6. Quando o conceito de subdivisão é operacional, as crianças compreendem que as frações tem um caráter dualista (duplo). Elas são partes do todo (inteiro) original (como encaixadas numa série), e são também inteiros (in their own right), que podem ser ainda subdivididos. As crianças que separam uma parte, logo outra, mostram que não compreendem séries encaixadas.
7. O todo permanece invariante, uma vez que a criança veja a fração relacionada com o todo do qual se origina. "A conservação do todo é uma condição essencial para a subdivisão operacional". Como vimos, isso não ocorre usualmente até os seis ou sete anos de idade.

EXERCÍCIO: Verificar os resultados de Piaget sobre os conceitos mencionados em crianças usando as atividades semelhantes as descritas. (Para informações mais detalhadas, ver o Capítulo 12, Piaget, Inhelder e Izeminska, The Child's Conception of Geometry).



INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA  
03/09/81  
M. de A. P. Costa  
W. de A. P. Costa