

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Dienes, Z.P.; Golding, E.W.

"Les premiers pas en mathématique"

ENSEMBLES, NOMBRES ET PUISSANCES

Segunda Parte

Lições e jogos que conduzem à compreensão  
dos conjuntos e dos números

Trad. A.B. Krebs

1.13 Símbolos e simbolização (pág.96)

A primeira experiência da criança é seu eu, é ela mesma. Depois vem a experiência das "coisas que ela encontra ao seu redor" e, entre estas coisas, bem entendida sua mãe, seu pai, seus amigos. Os objetos e as pessoas são as primeiras experiências da criança.

Durante o segundo ano de vida ela começa a adquirir as associações de "palavras representativas desses objetos e dessas pessoas" e, durante o terceiro ano de vida, ela aprende a falar. Nesse momento de sua vida, a palavra se torna um poderoso conjunto de símbolos graças aos quais ela pode contar com suas experiências. (É necessário não esquecer, entretanto, que estas palavras lhe são verdadeiramente próprias, que elas estão muito solidamente fixadas (ancrês) à sua experiência pessoal, e que lhe é necessário muito tempo para se desenvolver corretamente. Mais de um professor, mais de uma mãe têm seguido por uma falsa pista por uma palavra - mal empregada - da criança).

A etapa que segue a da palavra é, talvez, a do desenho. A criança "faz imagens". Em lugar de dizer "uma casa" ela desenha. Quando nos ocupamos dos conjuntos, em classe, somos levados, muitas vezes, a representar os conjuntos por símbolos quaisquer (e como as crianças ainda não sabem ler, não podemos escrever as palavras). Podemos, então, fazer desenhos no quadro ou numa folha de papel e, por exemplo, representar o conjunto composto de uma mesa, de uma cadeira, e de um tamborete, por um esquema grosseiro desses três objetos. Será necessário que as crianças compreendam bem claramente que essas imagens representam os conjuntos de objetos mas não são idênticos aos objetos que representam. É necessário levá-las a ver que elas não podem entrar na casa, sentar na cadeira, que estão representadas, no quadro ou no papel, que a cadeira, a casa, são apenas imagens, que não podemos colher uma laranja da árvore desenhada no quadro. É capital que as crianças compreendam bem a diferença entre o objeto real e o símbolo que o representa. Experiências, como a seguinte, contribuem para isso.

A professora mostra às crianças a imagem de um gato e pergunta: "o que é isto?" e as crianças respondem: "É um gato". A professora prossegue então: "Vem acariciá-lo" ou ainda "Porque ele não se vai?". As crianças se divertem muito. Ela pode, então desenhar no quadro um pássaro



ro bem simplificado e perguntar: "O que é isto" se elas respondem: "É um pássaro" ela pergunta: "Porque ele não voa?". Na sequência de experiências desse gênero as crianças virão sentir e, sobre tudo, dizer - que "esse não é de verdade" que é somente a imagem de um pássaro. Depois, pede-se às crianças para desenharem qualquer coisa que tenham visto recentemente, e a professora lhes proporá perguntas sobre seu desenho até que elas tenham aprendido a dizer por exemplo: "É a imagem de uma árvore" em lugar de: "É uma árvore". Certas crianças mais lentas terão necessidade de muitas experiências antes de la chegarem.

#### Fig. 14 Símbolos e simbolização

Isto não é bizantinismo, É muito importante para as crianças darem-se conta da diferença que há entre o símbolo e o que é simbolizado porque mais tarde, quando ela precisar simbolizar as abstrações como os números, ela necessitará fazer esta diferença e muito claramente.

Quando as crianças se utilizam pela primeira vez dos conjuntos elas já têm uma certa experiência das próprias pessoas e coisas sem nenhuma espécie de simbolização mas elas descobrem cedo a necessidade de guardar um traço qualquer de sua nova atividade e, esta necessidade conduz a simbolização. Quando elas falam de suas experiências elas se servem bem entendido, de símbolos verbais mas elas ainda não os sabem escrever. Primeiro introduzimos o emprego das chaves para designar a noção de conjunto e, no interior dessas chaves as crianças desenhavam as imagens dos elementos do conjunto em questão. Naturalmente, se há um grande número de elementos no conjunto isto se torna logo fastidioso. Se é necessário, por exemplo, desenhar vinte meninos, isto pode constituir para as crianças, e mesmo talvez, para certos professores, uma dificuldade intransponível, e é aí que intervém a linguagem. E permite dizer: "O conjunto de todos os meninos da classe" e ao fim de certo tempo, as crianças saberão escrever e ler. Pouco a pouco, por sua vez a palavra escrita toma o lugar da imagem como o símbolo do que se fala. Em lugar de colocar os desenhos entre as chaves, aí fazemos figurar as palavras. Palavras e imagens são símbolos, tanto como a expressão verbal. Elas representam os objetos reais, as pessoas os elementos, do conjunto.

Ainda é importante chamar a atenção das crianças que a palavra "árvore" não é uma árvore. Ela nos lembra uma árvore, isto é tudo. A palavra "azul" não é o próprio azul, e não é indispensável tomar o giz azul para escrever no quadro. A palavra azul pode, então muito bem ser branca. É por convenção que ela nos lembra a cor azul.

#### Fig. 15 - O NÚMERO DE ELEMENTOS DE UM CONJUNTO

$$N \{ \text{☺} \} = 1 \quad N \{ \text{☺}, \text{☺} \} = 2 \quad N \{ \Delta, \Delta, \Delta \} = 3 \quad N \{ \text{6}, \text{6}, \text{6}, \text{6} \} = 4$$

A letra N colocada antes do conjunto designa "o atributo -







pre à mão e que é necessário jogar seguidamente.

Podemos nos servir destes cartões-números para jogar os jogos de correspondência termo a termo com outros conjuntos. Por exemplo se temos um conjunto composto de uma laranja, uma maçã, e uma banana, - podemos jogar tomando primeiro as três primeiras palavras na ordem correta, e as colocar, uma por uma, em correspondência com os elementos do conjunto de de frutas. Podemos atribuir o "um" à maçã o "dois" à laranja e o "três" à banana, mas, bem entendido, não é indispensável nos prendermos a esta ordem. Nós vimos, com efeito, que a ordem dos elementos deu um conjunto, não importa. Ao contrário, a ordem dos elementos do conjunto das palavras-números é essencial. O que importa é começar pelo "um" mas tanto podemos atribuí-lo à banana como a outra fruta.

Se sabemos bem as palavras-números na ordem correta, a última palavra número determina o "número cardinal" do conjunto de objetos. É isto que queremos dizer quando se fala em "contar os elementos de um conjunto". É necessário multiplicar as atividades desta espécie lembrando que o fato de limitar a fazer contar "um, dois, três, quatro, cinco..." tem muito menos significado do que fazer escolher as palavras "um", "dois", "três", "quatro"... e de as fazer colocar em correspondência termo a termo, com os elementos de conjuntos materialmente realizados.

Naturalmente, é necessário mesmo, a seguir jogar os jogos análogos com os algarismos "1", "2", "3" ... Podemos, por exemplo, para começar, fazer colocar em correspondência com os elementos do conjunto - ao mesmo tempo, os cartões-palavras e os cartões-algarismos. Para começar, nos limitaremos aos números de um a nove.

#### 1.15 Conjunto de conjuntos, e conjunto de conjuntos de conjuntos.

Convém consagrar uma série de jogos às trocas de universos que podem se produzir ao longo de uma lição. Por exemplo, em um dado momento, pensamos no universo das crianças que estão na classe e, mais tarde, na mesma lição, pedimos que pensem no universo dos conjuntos de crianças, o que é diferente. Como pode ser um pouco abstrato para as crianças pensar num universo de todos os possíveis conjuntos de crianças, podemos nos contentar em conduzi-los a pensar em universos de particularis conjuntos de crianças.

Para melhor nos fazermos compreender, exporemos em detalhe - um jogo a partir do qual podem ser criados semelhantes. Fazemos as crianças sentarem nas mesas ou nas carteiras, em seus lugares habituais. Por exemplo, colocamos quatro crianças ao redor de cada mesa, ou duas crianças por banco e falamos em "mesas" (tableés) de crianças. Neste caso, - além do universo das crianças da classe, haverá um outro conjunto de base no qual poderemos pensar durante a lição - o universo das mesas (ou das carteiras).

Podemos, então, começar a jogar estabelecendo a correspondên



cia termo a termo, entre os conjuntos pertencentes a êsses dois universos. Por exemplo, podemos jogar fazendo corresponder as mesas de crianças e as mesas, de maneira que um universo será de mesas de crianças (êsses conjuntos de quatro crianças é que são os elementos do universo) e no outro universo haverá mesas (as mesas serão os elementos d'êste universo). Se ao redor de cada mesa há quatro crianças sentadas, se não há nenhuma mesa desocupada e se não h-a nenhuma criança de pé, há tantas mesas quantas "mesas" de crianças (tablées). Neste caso há correspondência termo a termo entre um conjunto de mesas e um conjunto de crianças sentadas à mesa. (Esta não é uma correspondência termo a termo entre o conjunto das mesas e o conjunto das crianças).

Consideremos o caso seguinte. Imaginamos (ou dispomos) cinco mesas e ao redor de cada mesa imaginamos quatro crianças. Nós podemos neste caso, por em correspondência termo a termo o conjunto dos Quartetos (permitam-nos chamar assim, por necessidade do caso, os grupos de quatro crianças) sentadas ao redor de cada mesa com o conjunto das mesas. Há tantos quartetos quantas mesas. Se, ao contrário, tentarmos por em correspondência, um a um, o conjunto de crianças com o conjunto de mesas, fracassaremos lamentavelmente, porque há muito mais de cinco crianças e só há cinco mesas, quando chegarmos a sexta criança não haverá mais mesa para ela. Há evidentemente, mais crianças do que mesas, mas há tantos "quartetos" quantas mesas.

Podemos levar o jogo mais longe e imaginar que cada criança tenha três livros,. Neste caso nós pensamos em "conjuntos de livros", mas não importa quais conjuntos de três livros em "trios" de livros. Nós dispomos, então, de um maior número de universos. Nós temos o universo das crianças, o universo dos "quartetos" de crianças, o universo dos trios de livros e o universo dos livros. Podemos jogar e, por exemplo, perguntar: "O que podemos por em correspondência (fazer ir) um a um?". Assim o conjunto de trios de livros pode ser posto em correspondência com o conjunto das crianças. Há tantos trios de livros quantas crianças sentadas ao redor das mesas. e há igualmente tantos "quartetos de trios" de livros quantos "quartetos" de crianças e, assim por diante.

Mas há, naturalmente, muito mais livros do que crianças. Se ensaiarmos estabelecer uma correspondência termo a termo entre o número de livros e o número de crianças, faltarão crianças bem antes de faltar livros, do mesmo modo que as mesas para a totalidade da classe.

Estamos em presença do universo dos conteúdos numéricos crescentes. O universo numericamente mais fraco e o das mesas, que tem a mesma propriedade numérica do universo dos "quartetos" de crianças. O universo das crianças já é mais importante em número, e tem a mesma propriedade numérica que o universo dos "trios" de livros. Quanto ao universo dos livros, é o que tem maior conteúdo numérico. Assim, a ordem ascendente é: mesas, crianças, livros. Se queremos calcular o número de livros que há sobre todas as mesas é necessário, primeiro, procurar o número de livros

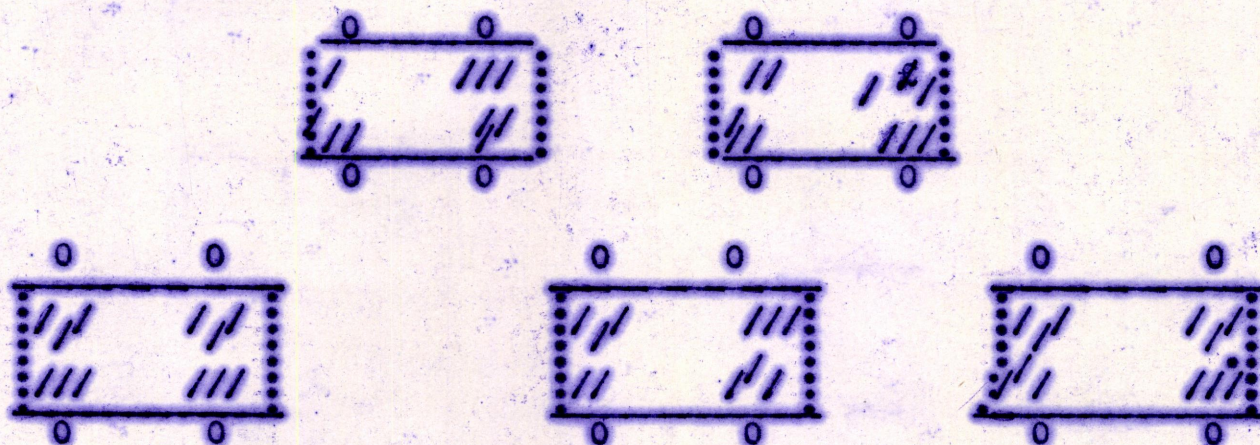


de cada "trio", isto é, três, depois o número de trios por mesa, que é quatro, depois o número de mesas que é cinco,. Como calcular o número total de livros, não é nosso propósito aqui: isto é do nível da escola primária, não da maternal.

Nota 1. Nas escolas inglesas onde o caminho abstrativo da aprendizagem da matemática tem sido posto em relevo, o Curso preparatório, a classe de 11 e faz parte da escola maternal. As crianças só entram na escola primária após terem aprendido a ler. Segue-se que os exercícios descritos como pertencentes à escola maternal serão feitos no Curso preparatório.

É necessário fazer jogos deste tipo com as crianças mais adiantadas da escola maternal, para as familiarizar, primeiro com os conjuntos de conjuntos, depois com os conjuntos de conjuntos de conjuntos. Existem numerosos exemplos na vida de todo dia onde vemos pequenos recipientes em recipientes maiores, por sua vez, contidos em recipientes ainda maiores. É necessário, em toda a ocasião examinar a possibilidade de os colocar em correspondência biunívoca e fazer descobrir as relações entre as propriedades numéricas de cada conjunto e conjunto de conjuntos.

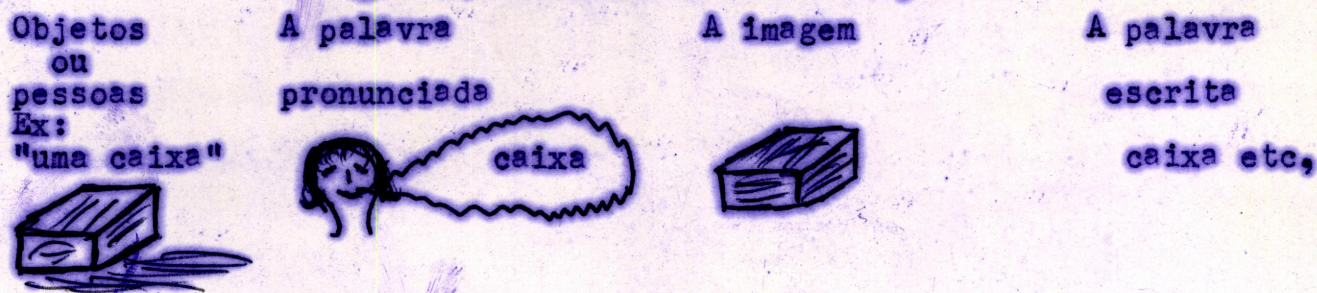
Fig. 17 - CONJUNTO DE CONJUNTOS DECONJUNTOS



Nós temos 5 "mesas de crianças" (ou conjuntos) de cada vez 4 crianças e cada criança tem um conjunto de três livros

Podemos estabelecer uma correspondência termo a termo entre as mesas, as "mesas de crianças" (conjuntos de crianças) e entre as crianças e os conjuntos de livros, mas não entre as mesas e as crianças individualmente ou entre as mesas e os livros ou entre as crianças e os livros tomados individualmente, Em uma etapa posterior estas experiências conduzirão a multiplicação dos números.

Fig. 14 SÍMBOLOS E SIMBOLIZAÇÃO



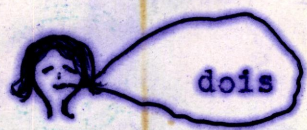


Onúmero  
Objetos

O número  
pronunciado

A imagem  
Repre-  
sentação

O núm. O alga-  
escrito rismo



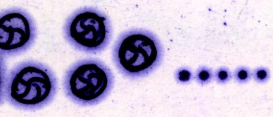
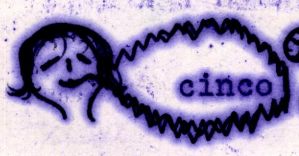
dois 2



três 3



quatro 4



cinco 5

