Zero na divisão

Como vimos a idéia geral da divisão está ligada às duas sentenças equivalentes:

$$\frac{a}{b} = q. \Longleftrightarrow q. \times b = a$$

Coloquemos zero como dado operatório:

a) Suponhamos:

$$\frac{0}{b} = q \quad \wedge \quad b \neq 0$$

A sentença equivalente seria $b \times q = 0$

Para satisfazer a condição do anulamento da multiplicação teríamos de ter $q = 0$

Logo: $\frac{0}{3} = 0$

Assim, quando temos: zero dividido por qualquer número diferente de zero, o conjunto-solução é:

$$S = \{0\}$$

Estamos frente a um problema determinado.

b) Examinemos: $\frac{0}{0} = 9 \Longleftrightarrow q \times 0 = 0$

Em virtude da condição de anulamento do produto, q. poderá assumir qualquer valor, pois a presença de um fator nulo, anula o produto.

No caso acima o conjunto $S = \{0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\}$ temos ' aqui um problema indeterminado.

c) Examinemos, finalmente,: $\frac{a}{b} = q \wedge a \neq 0$

A sentença equivalente $q \times 0 = a$ é falsa, em virtude da condição de anulamento da multiplicação, não há valor diferente de zero que multiplicado por zero, dê um valor diferente de zero.

Neste caso o conjunto $S = \{\ \}$ Temos aqui, então, um problema impossível.

Possibilidade

No decorrer do trabalho, já vimos pontos básicos que tornam a divisão possível.

1º) É necessário que o divisor seja diferente de zero

$$\frac{a}{b} = q \quad \text{se } b \neq 0$$

2º) Como inversa da multiplicação ela é sempre possível, isto é é preciso que o dividendo já tenha sido produto em multiplicação, da qual o divisor fôsse fator:

$$a \times b : p \quad \text{logo } p: a = b \quad \text{ou } p: b = a$$

Do contrário surgiria um resíduo do dividendo, chamado, resto.

Assim fica fora de cogitação o fechamento do conjunto, em relação à divisão, pois exigiria:

$a \in Nn \wedge b \in Nn \quad (a : b) \in Nn$, para quaisquer valores de a ou b.

Variação do quociente

Examinemos divisões como:

5.000 : 100 = 50	5.000 : 100 = 50
50.000 : 100 = 500	5.000 : 200 = 25

Podemos notar que aumentando o dividendo o quociente também ' aumenta; logo, diminuindo o dividendo o quociente também diminui; logo, diminuindo o dividor o quociente aumenta. Daí concluimos ' que o quociente varia diretamente com o dividendo e inversamente com o divisor.

Propriedades

Comutativa e Associativa

A propriedade comutativa não é aplicável à divisão, pois exemplos como: $20 : 10 \neq 10 : 20$ podem ser citados.

Do mesmo modo, se examinarmos êste exemplo :

$(400 : 20) : 10$ e $400 : (20 : 10)$

concluimos que a divisão não é associativa, não podendo, portanto ser dissociativa.

A inexistência da propriedade comutativa nos leva a concluir, também, que não há, na divisão, elemento neutro.

Distribuitiva

Casos como: $(50 + 30) : 8$ ou $(64 - 32) : 8$, apresentam as parcelas da adição, ou os dois têrmos da subtração, divisíveis por um mesmo número.

Êstes casos mostram a presença da distribuitividade. Do mesmo modo:

$$(27 + 24) : 3 = (27 : 3) + (24 : 3)$$
$$(65 - 26) : 13 = (65 : 13) - (26 : 13)$$

Daí podemos concluir que a divisão é distributiva sôbre a adição e a subtração, desde que estas operações de 1º gráu, encerrem têrmos divisíveis pelo divisor em questão.

Elemento neutro e anulamento

Estas duas já citadas e estudadas no decorrer do trabalho:

- o elemento neutro não existe na divisão
- anulamento só se: $\frac{0}{q} = 0 \wedge q \neq 0$

nível A