D. Gödle

Tradução por
Ester Grossi
29/03/88

I. Divisibilidade

- Fundamentação matemática -

"Divisibilidade é um capítulo da Matemática."

B - Noções que envolve:

A Divisibilidade envolve as noções de : múltiplo e divisor.

a) Múltiplo de um número é o produto dêste número por um número inteiro qualquer. Ex: 21 é múltiplo de 7, pois 7 x 3 = 21.

Multiplicando-se um número sucessivamente pelo conjunto dos números inteiros, obtém-se o conjunto dos múltiplos dêsse número. O conjunto dos múltiplos de um número é infinito, com exceção do zero.

- Conjunto dos múltiplos de 0 = $\{0\}$
- Conjunto dos múltiplos de 1 = $\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
- Conjunto dos múltiplos de 2 = $\{0, 2, 4, 6, 8, ...\}$
- Conjunto dos múltiplos de 3 = $\{0, 3, 6, 9, 12, ..\}$

Conclusões:

- O zero é múltiplo de todos os nºs. porque é divisível por todos os nºs.
- Os múltiplos de 2 pertencem ao conjunto dos nºs pares.
- Os múltiplos de 1 é o conjunto de nºs inteiros.
- O conjunto dos múltiplos de um nº é infinito, com exceção do zero.

b) Divisor de um número é aquêle que divide êste número sem deixar resto. Diz-se que o primeiro número é divisível pelo segundo, isto é, o primeiro número dividido pelo segundo não deixa resto.
Ex: 8 é divisível por 4 e 4 é divisor de 8, porque a divisão de 8 por 4 não deixa resto.

Também podemos dizer que um número a é divisor de um número b, porque existe um número c (que pode ser = ou ≠ de a) que multiplicado por a, dá como resultado b.

Ex: 4 é divisor de 8 porque 4 x 2 = 8
5 é divisor de 20 porque 5 x 4 = 20

Temos:	a = 4		a = 5
	b = 8	ou	b = 20
	c = 2		c = 4

Assim, 4 é divisor de 8 porque 4 multiplicado por 2 é igual a 8.

O conjunto de divisores de um nº é sempre finito, com exceção do zero.

- Conjunto dos divisores de 0 = $\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
- Conjunto dos divisores de 1 = $\{1\}$

- Conjunto dos divisores de 2 = {1, 2}
- Conjunto dos divisores de 3 = {1, 3}
- Conjunto dos divisores de 4 = {1, 2, 4}
- Conjunto dos divisores de 5 = {1, 5}
- Conjunto dos divisores de 6 = {1, 2, 3, 6,}
- Conjunto dos divisores de 7 = {1, 7}
- Conjunto dos divisores de 8 = {1, 2, 4, 8}
- Conjunto dos divisores de 9 = {1, 3, 9}
- Conjunto dos divisores de 10 = {1, 2, 5, 10}

Conclusões:

- O único nº que só tem um divisor é o 1.
- Há nºs. que só são divisíveis por si e pela unidade. São chamados - primos porque só têm um par de elementos como divisores.
- Os nºs que têm mais de dois divisores são chamados compostos.
- O conjunto dos divisores dos nºs inteiros é sempre infinito, com exceção do zero que tem infinitos divisores.

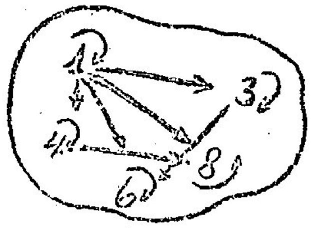
C - Relações

Para as relações valem as propriedades em suas afirmações, - negações ou composições.

Tôda a lei que tiver inverso (ser maior ou ser menor, divisor e múltiplo) a relação não gozará da propriedade simétrica e será, portanto, antisimétrica.

As propriedades reflexiva, antisimétrica e transitiva nos garantem concluir ser a relação, uma "relação de ordem".

Ex: "Ser divisor de"



a) - Prorpiedades da relação "ser divisor de".
   - Reflexiva: todo o nº é divisor de si mesmo. Ex: 4 : 4 = 1
   - Antisimétrica: Se um nº é divisor de outro, êste número não é divisor daquêle.

     Ex: 2 é divisor de 6, logo 6 não é divisor de 2.
   - Transitiva: Se A é divisor de B e B é divisor de C, então A é divisor de C.

     Ex: 2 é divisor de 4 e 4 é divisor de 8, então 2 é divisor de 8.

b) - Propriedades da relação "ser múltiplo de"
   - Reflexiva: todo o nº é múltiplo de si mesmo.
   - Antissimétrica: se um nº é múltiplo de outro, êsse outro nº não é múltiplo daquêle.

     Ex: 8 é múltiplo de 4, mas 4 não é múltiplo de 8.

aprendizagem (concreta e semi-concreta)

A professôra pode introduzir a simbologia da intercepção.

Atividades:

Representando através do diagrama temos:

a) Consideremos uma turma de alunos com os seguintes alunos: Luiz, Paulo, João, Mário, Celso, Francisco, Alberto, Mauro, Antônio, Fernando e Carlos. Dêsses alunos: João, Mário, Celso, Francisco, Carlos e Roberto escolheram o Clube de atletismo.

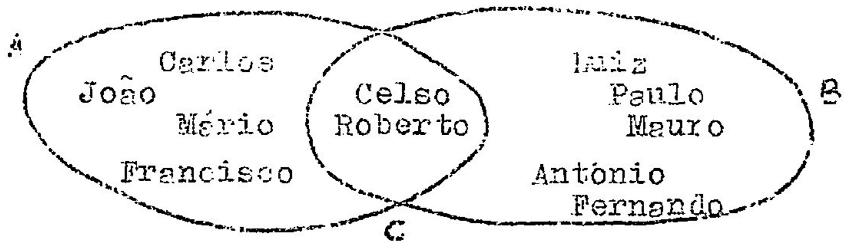
Luiz, Paulo, Mauro, Antônio, Fernando, Celso e Roberto escolheram o Clube de Cultura.

- Quais os alunos que pertencem aos dois clubes?

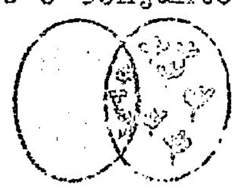
Celso e Roberto. Temos então:

A = João, Mário, Celso, Francisco, Carlos, Roberto.

B = Luiz, Paulo, Mauro, Antônio, Fernando Celso Roberto.



- Sendo A o conjunto de rosas e B o conjunto das flôres vermelhas a intersecção é o conjunto das rosas vermelhas



a) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A ={casa, pedra, gato, giz}

B ={ bola, lua, casa lápis.}

b) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A ={a,e,i,o,u} B ={b,x,d,f,o,i.}

c) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos.

A = {Vermelho, azul, amarelo, verde}

B = {Branco, laranja, cinza, roxo,}

d) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A ={a,b,c,d,e,f,g,h,i}

B = {a,e,i}

V MAXIMAÇÃO

A- Determinação do Máximo divisor comum de dois ou mais números.

Há vários processos para levar a criança a esta aprendizagem.

aprendizagem (concreta e semi-concreta)

A professôra pode introduzir a simbologia da intercepção.

Atividades:

Representando através do diagrama temos:

a) Consideremos uma turma de alunos com os seguintes alunos: Luiz, Paulo, João, Mário, Celso, Francisco, Alberto, Mauro, A Antônio, Fernando e Carlos. Dêsses alunos: João, Mário, Celso, Francisco, Carlos e Roberto escolheram o Clube de atletismo.

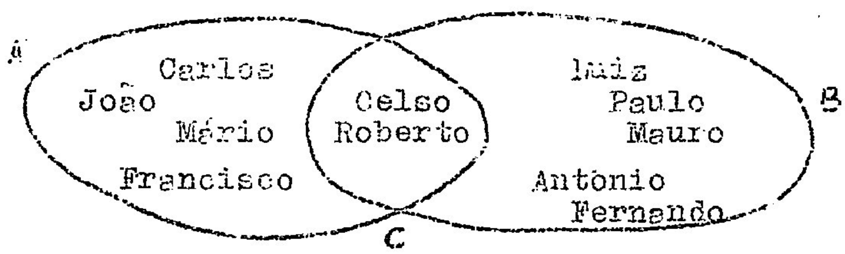
Luiz, Paulo, Mauro, Antônio, Fernando, Celso e Roberto escolheram o Clube de Cultura.

- Quais os alunos que pertencem aos dois clubes?

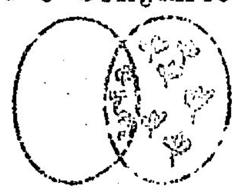
Celso e Roberto. Temos então:

A = João, Mário, Celso, Francisco, Carlos, Roberto.

B = Luiz, Paulo, Mauro, Antônio, Fernando Celso Roberto.



- Sendo A o conjunto de rosas e B o conjunto das flôres vermelhas a intersecção é o conjunto das rosas vermelhas



a) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A = {casa, pedra, gato, giz}

B = { bola, lua, casa lápis.}

b) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A = {a, e, i, o, u} B = {b, x, d, f, o, i.}

c) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos.

A = {Vermelho, azul, amarelo, verde}

B = {Branco, laranja, cinza, roxo,}

d) Determinar o conjunto intersecção dos conjuntos:

A = {a, b, c, d, e, f, g, h, i}

B = {a, e, i}

V MAXIMAÇÃO

A- Determinação do Máximo divisor comum de dois ou mais números.

Há vários processos para levar a criança a esta aprendizagem.

e) Trabalha-se com cada múltiplo em relação ao 2. Ex:

P.- O que o 6 é do 2?

A.- Múltiplo.

P.- Por que?

A- Porque 2 multiplicado por 3 é igual a 6. Porque 6 = a 2x3

P.- O que 4 é do 2?

A.- Múltiplo.

P.- Por quê?

A.- Porque 4 é igual a 2x2.

f) Leva-se o aluno a verificar que qualquer múltiplo de 2 é sempre um número par.

g) Representação do conjunto dos múltiplos de 2.

2= {0,2,4,6,8,10, 12,14,16,....}

2- Formam-se outros números e faz-se o mesmo trabalho do ítem 1
Ex: Toma-se o 3,4,5, ou 6 etc... determina-se o conjunto dos múltiplos dêstes números 3 ={0,3,6,9,12,15,18,.....}

3- Forma-se o 0 e o 1, e faz-se o trabalho do ítem 1, com todas as suas etapas.

4- Determina-se o conjunto dos múltiplos de 1,2,3,4,5,6,7,8, etc

1= {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,......}

2= {0,2,4,6,8,10 12,14,..... }

3= {0,3,6,9,12,15,18,21......}

4= {0,4,8,12,16,20,24,28.....}

5= {0,5,10,15,20,25,30,35.....}

5- Estabelecimento de relações e formulações de conclusões , comparando os conjuntos de múltiplos dos números dados. os alu - nos concluirão que:

a- O conjunto dos múltiplos de um número com excessão do 0 é infinito.

b- Os múltiplos de 2 pertemcem ao conjunto dos números pares.

c- Os múltiplos de 1 é o conjunto dos números inteiros.

d- O o é múltiplo de de qualquer número,

e- Todo número é múltiplo de sí mesmo.

f- Há números que tem múltiplos comuns.

g- Multiplicando-se um número sucessivamente por 0, 1, 2,3,4,... obtém-se o conjunto dos múltiplos dêsse número.

6- Conceituação: - Multiplo de um número é o produto deste número por um número inteiro qualquer.

Ex: 21 é múltiplo de 3, porque 3x7 = 21.

7- Atividades complementares variadas de acôrdo com o grau de compreensão dos alunos, requer habilidade do professor.

B- DIVISOR

1- Retoma-se a notação de divisão que o aluno usa e efetua-se uma divisão exata seja por exemplo a operação:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 6 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

A atuação do professor face à situação do vocábulo "divisor" deve ser de alerta visto que, na divisão possui sentido amplo e na divisibilidade o sentido é restrito. Na divisão, dada a sua posição, é chamado de divisor. Atua, opera sôbre outro número. Na realidade, "divisor" é aquêle que divide exatamente.

2- Interpreta-se a operação que foi uma divisão exata, pois não deixou resto.

3- Diz-se então que o têrmo "divisor" é um número que divide exatamente um outro.

Pergunta-se: O que o 6 é do 12?

Por quê?

Se dividirmos 12 por 2, qual será o resultado? O que o 2 é do 12? Por quê? Porque o 6 e o 2 são divisores de 12?

4- Trabalha-se com outros números como 12, 15, 16 etc... e com seus divisores. Faz-se as mesmas perguntas do ítem anterior levando os alunos a darem significação ao têrmo divisor como elemento que divide outros sem deixar resto.

5- Procurar os divisores de outros números.

6- Conceituação de divisor e de número divisível.

Divisor de um número é aquêle que divide êste número sem deixar resto.

Um número é divisível por outro, quando êste outro o divide exatamente.

7- Organização do conjunto dos divisores dos números de um a dez e estudo comparativo dos mesmos.

$1 = \{1\}$ $2 = \{1, 2\}$ $3 = \{1, 3\}$ $4 = \{1, 2, 4\}$

$5 = \{1, 5\}$ $6 = \{1, 2, 3, 6\}$ $7 = \{1, 7\}$ $8 = \{1, 2, 4, 8\}$

$9 = \{1, 3, 9\}$ $10 = \{1, 2, 5, 10\}$

8- Formulação de conclusões a partir do estudo comparativo dos conjuntos dos divisores do ítem 7.

a) O <u>1</u> é o único número que só tem um divisor.

b) Há números que só são divisíveis por sí e pela unidade.

c) O conjunto dês divisores dos inteiros é sempre finito;

d) Todo número diferente de zero é divisível por sí mesmo;

e) Todo número é divisivel por 1.

f) Há números que tem mais de dois divisores.

Verificarão que aquêles números cuja soma de seus algarismos não é divisível por três, não são também divisíveis por 3.

45 ⌊3	120 ⌊3	76 ⌊3	89 ⌊3	645 ⌊3
15 15	00 40	16 25	29 29	04 25
0		1	2	15
				0

1 x 3 = 3
2 x 3 = 6
3 x 3 = 9
4 x 3 = 12
5 x 3 = 15
6 x 3 = 18
7 x 3 = 21
8 x 3 = 24
9 x 3 = 27
10 x 3 = 30

Também podemos partir da tabela da multiplicação, assim: e levamos os alunos a verificarem que a soma dos algarismos dos múltiplos de 3 é sempre um múltiplo de 3.

Serve para os outros casos.

REGRA: Um número é divisível por 3 sòmente quando a soma dos valô - res absolutos dos algarismos for divisível por 3.

4 5 = 9   1 2 0 = 3   7 6 = 13   8 9 = 17

Os alunos serão levados a observar que os números divisíveis por 3 são aquêles cuja soma de seus algarismos é divisível por 3, isto é dividindo o resultado da soma 4 5 por 3, a divisão é exata, o que corresplonde a alteração 45 + 3:; logo 45 é divisivel por 3.

- 17 pertence ao conjunto dos números divisíveis por 3?
- Por-quê?
- Dados os números 287, 234, 362, 17 36, fazer um círcuo em vol- ta dos números divisíveis por 3.

c) Divisibilidade por 5.

Na divisibilidade por 5 o professor apresenta algumas divisões por 5 com casos de divisão exata e inexata. Os alunos operarão, observa-rão, compararão e poderão concluir:

- Um número é divisível por 5, sòmente quando termina em 0 ou 5

Atividades:

- Escreve um número de três algarismos significativos diferentes que sejam divisíveis por 5.
- Verifica sem efetuar a operação se os números abaixo são divisíveis por 5:

320 - 736 - 45 - 181 - 1200

d) Divisibilidade por 9:

Na divisibilidade por 9, o professor utilizará o mesmo critério da divisibilidade por 3.

Atividades.

- Que algarismo pode ser colocado no lugar de X, para que o número 753X seja divisível por 9?

- Constrói um conjunto com os números divisíveis por 9 compreendidos entre 1 e 30.

e) Divisibilidade por 10.

Na divisibilidade por 10 o professor apresenta divisões exatas e inexatas, levando a criança a concluir.

- Um número é divisível por 10, quando termina em 0.

Atividades:

- Que algarismo pode ser colocado no lugar de X para que o número 915X seja divisível por 10.
- O número 120 pertence ao conjunto dos números divisíveis por 10 por quê ?

II NÚMEROS PRIMOS

A- Determina-se os conjuntos dos divisores de um a dez.

B- Os alunos farão estudo comparativo dêstes conjuntos e observarão que há números que só tem um divisor (o 1), há números que só tem dois divisores (o um e êle próprio) e há números que tem mais de 2 divisores. (o 1, êle próprio e outros).

C- Conduzir o aluno a conceituação de números primos.

- Números primos são aquêles que são divisíveis sòmente por sí e pela unidade.
- Os números primos só tem um par de divisores, distintos, o proprio número e o número 1.
- Números compostos são os números que tem mais de 2 divisores.
- Os alunos a partir do conjunto dos divisores, determinarão quais os números primos. No exemplo dado, os números primos são o 2, 3, 5, e 7. Os números compostos são: 4, 6, 8 e 10.
- Conduz-se de tal maneira que os alunos concluam que:
- O 1 não é primo, porque êle não tem um par de divisores, só tem um divisor.
- O 2 é o único número par que é primo.
- O 2 é o menor número primo.
- Os números primos são múltiplos, mas não são compostos.

Atividades:

- Escreve os números primos compreendidos entre 1 e 20.
- Um número formado de dois algarismos iguais pode ser um número primo? Por- quê?
- Dá exemplo de dois números primos entre sí....
- Que é um número composto?

1- Números primos entre sí.

- Dois ou mais números são primos entre sí se não tiverem outro divisor comum além da unidade.

Ex: $24 = \{1,2,3,4,6,8,12,24.\}$

$49 = \{1,7,49\}$

O divisor comum entre 24 e 49 é 1, logo podemos afirmar que 24 e 49 são primos entre sí.

Conclusões:

- Dois ou mais números primos diferentes são sempre primos entre sí: Ex: 5 = {1,5} 7 = {1,7} 23 = {1,23}
  O divisor comum entre êles é um.
- Dois números consecutivos são primos entre sí: Ex: 9= 1,3,9.
  10 = {1,2,5,10} 6 = {1,2,3,6} 7 = {1,7.}
  O divisor comum é um.

111 <u>FATORAÇÃO</u>

A- Comparação de conjuntos de divisores de alguns números e formulação da conclusão:

- O número divisor de um número excluindo o divisor 1, é sempre um número primo. Ex: O menor divisor de 24 é 2, que é um número primo; O menor divisor de 75 é 3, que é um número primo.

B- Decomposição de vários números em fatôres primos, o que conduzirá os alunos a formular e concluir:

- Todo o número composto pode ser decomposto num produto de fatôres primos.

  Consideremos por ex: o nº 20. O menor divisor de 20 é 2, então dividimos 20 por 2, onde teremos 20 ÷ 2 = 10, mas 10 é número composto e par, portanto divisível por dois, logo, 10 ÷ por 2 = 5. Mas 5 é divisível por 5 e então 5÷ 5 = 1. Teremos a unidade como último quociente.

  Agora, enumeremos os divisores das divisões sucessivas que fizemos, 2,2 e 5, portanto 20 é o produto dêstes fatores primos, assim, 20 = 2x2x5 que pode ser indicado 20 = 2^2x 5.

  O que tivemos foi

```
20 |2
 0  10 |2
     0  5 |5
        0  1
```

Atividades:

- Os alunos trabalharão muito com atividades desta natureza, com números variados, para formularem a regra prática. Para decompor um número em fatôres primos divide-se inicialmente o número dado pelo seu menor divisor (que pode ser descoberto pelos carateres da divisibilidade ou por tentativa.); procede se de maneira igual com o quociente obtido e, assim até que se obtenha o quociente 1.
- Conclusão: O número dado é igual ao produto de todos os divisores primos encontrados.

60 = $2^2 \times 3 \times 5$.

Podemos determinar todos os divisores do número dado por mais de um processo:

1- Para números pequenos é fácil se determinar seus divisores. Valemo-nos dos caracteres de divisibilidade, do conhecimento da tabela de multiplicação e da tabela de divisão, da noção de múltiplo e de divisor. Ex: Vamos determinar os divisores de 12.

a- Pelos caracteres da divisibilidade 12 é divisível por 2, por 3 e por 6.

b- Pela conclusão do estudo dos divisores, doze é divisível por um e por 12.

c- Pela noção de múltiplo temos que 12 = 3x4, logo 12 é divisível por 4. Assim o conjunto dos divisores de 12 é: {1, 2, 3, 4, 6, 12.}

2- Decompõe-se o número dado em seus fatores primos. Ex:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Em seguida, traça-se uma vertical à direita da coluna dos fatôres encontrados e coloca-se acima 1 que é o menor divisor de 60. Ex:

60	2	1
30	2	
15	3	
5	5	
1		

a) Multiplica-se o primeiro fator primo que no exemplo é o 2 pelo divisor 1 e o produto obtido se coloca na linha correspondente ao 1º fator primo. Então 2 será o outro divisor de 60.

b) Multiplica-se em seguida o segundo fator que no ex: é 2 por 1 tendo como resultado 2 que já está assinalado. Multiplica-se então pelo outro divisor 2 e coloca-se o produto obtido na linha correspondente ao segundo fator primo, que é o 2, o 4 será o 3º divor de 60.

c) Multiplica-se o 3º fator primo(no ex: dado é o 3) pelo divisor (1), pelo segundo divisor (2) e pelo 3º divisor (4) e coloca-se os produtos nas linhas correspondentes aos fatores já determinados. Temos agora mais os divisores, 3, 6, 12.

d) Multiplica-se o 4º fator primo (no ex: dado é o 5) por cada um dos divisores encontrados anteriormente e coloca-se os novos produtos na linha correspondente ao 5.

		1
60	2	2
30	2	4
15	3	
5	5	
1		

		1
60	2	2
30	2	4
15	3	3, 6, 12
5	5	5, 10, 15, 20, 30, 60
1		

a) Divisor comum. Conceito:

"Divisor comum de dois ou mais números dados é o número que for divisor de cada um dêsses números

b) Maior divisor comum. Conceito:

" Maior divisor comum de dois ou mais números, não simultaneamente nulos, (isto é, diferentes de zero) é o maior dos seus divisores comuns.

B- Operação maximação.

a) Conceito:

"Maximação é a operação que permite determinar o maior divisor comum de dois ou mais números."

b) Simbologia:

M.D.C.entre 40 e 24; m.d.c. (40,24); 40 D 24; para os três modos de apresentação lê-se: máximo divisor comum entre 40 e 24 é a simbologia da operação maximação.

c) Determinação do máximo divisor comum de dois ou mais números.

Há vários processos para determinar o m.d.c.

1- Divisões sucessivas em que o último quociente é o maior divisor comum entre os números dados. Se o último quociente for 1, os números dados são primos entre sí.

2- Pela fatoração- decompõe-se o números em seus fatores primos comuns aos dois. Para-se onde os fatôres primos são comuns aos dois números.

Ex: 60 080

20 é o máximo divisor comum entre 60 e 80.

Explicação:

60 e 80 são divisíveis por dois;

30 e 40 são divisíveis por dois.

15 e 20 só são divisíveis por 5 isto é, 5 é o divisor comum entre 15 e 20.

Conclusão: Fatora-se os números dados de modo que se determine sempre o menor divisor comum entre êles, diferente de 1.

3- Pela intersecção dos conjuntos dos divisores de números dados

Ex: Determinar o m.d.c.(40,16):

-Conjunto dos divisores de 40 20,10,4,2,5,8,40,1

- Conjunto dos divisores de 16 16,2,8,1,4

Então temos:

2o,10,4,2,5,8,40,1 16,2 8,1,4 = 1,2,4,8

Do conjunto 1,2,4,8 o 8 é o maior dêles. Logo o máximo divisor comum de 40 e 16 é 8.

Conclusões:

- O maior divisor domum de dois números primos entre sí é um.

Ex: m.d.c. (3 e 7) = 1

1) Divisões sucessivas em que o último quociente é o maior divisor comum entre os números dados.

Se o último quociente for 1, os números dados são primos entre sí.

2) Pela fatoração- decompõe-se os números em seus fatôres primos comuns aos dois. Para-se onde os fatores primos são comuns aos dois números. Ex- 60 D. 80.

20 é o máximo divisor de 60 e 80.

Explicação: 60 e 80 são divisíveis por 2 : 30 e 40 são divisíveis por 2; 15 e 20 só são divisíveis por 5, isto é 5 é o divisor entre 15 e 20.

Conclusão. Fatora-se os números dados de modo que se determine, sempre o menor divisor comum, entre êles, diferentes de 1.

3- Pela intercepção dos conjuntos dos divisores de números dados

Ex: a) Determinar o m.d.c.{40,16{

conj. dos divisores de 40 {20, 10, 4, 2, 5, 8, 40, 1}

conj. dos divisores de 16 {16,2,8,1,4 {

Então temos:{20, 10,4,2,5,8,40,1}
{16,2,8,1,4} ={1,2,4,8}

Do conjunto {1,2,4,8} o 8 é o maior dêles, logo 8 é o máximo divisor comum de 4o e 16.

b- Do conjunto{12 e 18} determina-se o m.d.c.

12={12,1,2,6,4,3}   18 = {18,1,6,3,9,2}

{12,1,2,6,4,3} {18,1,6,3,9,2} = {1,6,3,2}

O maior divisor comum é 6. Então:

12 D 18 =6.

c: Conclusões:

- O maior divisor comum de dois números primos entre sé é um.

Ex: o m.d.c.}3 e 7{= 1

- O maior divisor comum de dois números em que o maior é divisível pelo menor é o menor.

Ex: m.d.c.{12,6}= 6

- Os divisores comuns de dois números ou mais são divisores do seu maior divisor comum.

Ex: m.d.c.{48 e 60}= 12

Os divisores de 12{ 1,6,2,4,3,12} são os divisores comuns de 48 e 60.

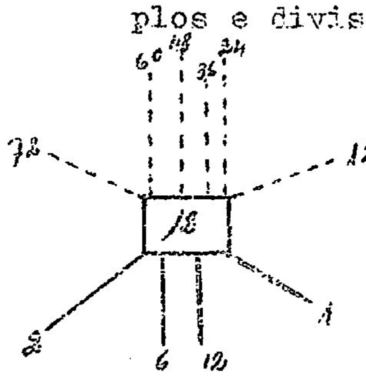
Multiplicando ou dividindo dois ou mais números por um número qualquer diferente de zero, seu maior divisor comum ficará multiplicado ou dividideo por êsse número. Ex- o m.d.c.{18 e 12} = 6, multiplicando 18 por 12 ou por 2 obteremos: m.d.c {18 e 121, 12 X 12} = 6 X 12.

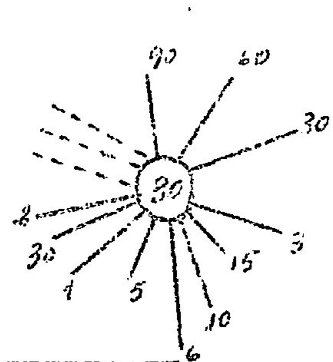
Atividades:

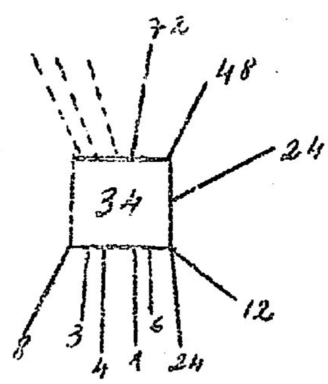
- Calcular (usando a intersecção) O conjunto dos divisores co-

9- Estabelecimento de relações entre múltiplos de divisores. Seja por exemplo 24 dividido por 4 então 42÷ 24÷ 4=6 , não deixando resto. Já sabemos que o número que divide outro sem deixar resto chama-se divisor logo 4 é divisor de 24. Por outro lado, se 4 divide 24 sem deixar resto então 24 é múltiplo de 4 Concluimos que múltiplo e divisor andam sempre juntos. Se 24 é múltiplo de 4, quatro é divisor de 24. Podemos então dizer que 24 é múltiplo de 4 ou é divisível por 4. Também podemos dizer que 4 é divisor ou sub-múltiplo de 24.

10- Atividades com números variados para determinação de múltiplos e divisores. Apresentados em diagrama.







C- CARACTERES DA DIVISIBILIDADE

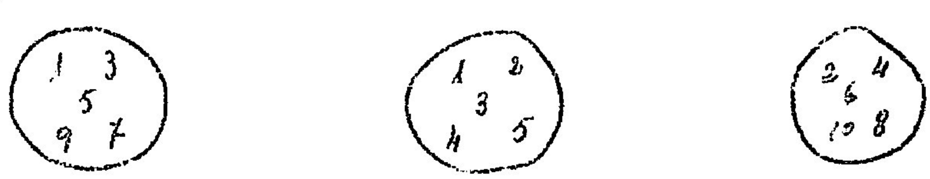
a) Divisibilidade por dois- Na divisibilidade por dois retoma-se as tabelas dos divisores de 1 a 20 , por ex: leva-se os alunos a observarem, compararem, e estabelecerem a regra. Os alunos observarão que o 2 só é divisor dos números que terminam em 0, 2, 4, 6, 8, O 2 é divisor dos números pares.

A criança chegará à conclusão: -

- Um número é divisivel por dois sòmente quando terminar em 0, ou 2, ou4 ou 6 ou 8, consequentemente é divisor sòmente dos números pares.

1º por 2:

Marca com uma cruz o conjunto formado sòmente por números divisíveis por dois.



2- Escreva o conjunto nos números divisíveis por 2 compreendidos entre 10 e 40.

b) Divisibilidade por 3.

A professôra apresenta algumas divisões por 3 com casos de divisão exata e divisão inexata. Realiza a adição dos valores absolutos dos algarismos dos números que se quer determinar a divisibilidade. Os alunos verificarão que os números divisíveis por 3 são aquêles cuja soma de seus algarismos for divisível por 3.

zero, é o menor dos múltiplos comuns destes números dados".

B- Operação minimação.

a- Conceito:

Minimação é a operação que permite determinar o menor múltiplo comum de dois ou mais números.

b- Simbologia:

M.M.C. entre 12 e 15; m.m.c. (12,15); 12 M 15; são as diferentes formas de apresentação e lê-se menor múltiplo comum de 12 e 15. É a simbolização da operação minimação.

C- Propriedades.

A operação minimação goza das seguintes propriedades:

1- Fechamento: o menor múltiplo comum de dois números naturais quaisquer é sempre um número natural.

Ex- 4 (→ Natural) M 6 (→ natural) = 12→ natural.

2- Comutativa: A ordem dos números não altera o menor múltiplo comum entre êles.

Ex: 4 M 6 = 6 M 4.

3- Elemento neutro: 1, pois: 4 M 1 = 1 M 4 (lembre-se que o 1 é divisor de todos os números inteiros, e portanto, de 4).

4- Associativa:(4 M 6) M 8 = 4 M (6 M 8).

NOTA- Propriedade que relaciona as duas operações:

1- Distributiva do D em relação ao M :

8 D (4 M 3) = (8 D 4) M (8 D 3)

2- Distributiva do M em relação ao D.

8 M (4 D 3) = (8 M 4) D (8 M 3).

ORIENTAÇÃO DIDÀTICA COM SUGESTÕES DE ATIVIDADES

1- DIVISIBILIDADE

A- MÚLTIPLO

1- Forma-se um número inteiro qualquer e multiplica-se pelo conjunto dos inteiros sucessivamente:

a) Determina-se o conjunto dos inteiros (por ser infinito colocamos reticências) I= {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,....}

b) Forma-se o número 2 e efetua-se a multiplicação do 2 por cada um dos números do conjunto dos inteiros. Teremos 2x0= 0 2x1=2 2x2= 4 2x3=6 2x4=8 2x5 = 10 2x6=12 .

c) Chama-se a atenção para o nome e resultado da operação.
O resultado da operação multiplicação é o produto, mas agora no nôvo estudo que estamos iniciando,(diz a professôra) lhe daremos um nôvo nome que é da raiz da palavra multiplicar. Procura tirar dos alunos a palavra múltiplo. Se nenhum aluno descobrir a professôra dirá.

d) Enumeração dos múltiplos de dois que os alunos encontraram.
0,2,4,6,8,10,12,14, 16, 18,......

Há casos em que não é possível aplicar tais regras, sendo necessário efetuar a divisão para verificar se esta é exata ou não.

- Regras práticas:

1. Divisibilidade por 2.
"Um número é divisível por dois quando é par".
2. Divisibilidade por 3:
"Um número é divisível por 3 quando a soma dos valôres absolutos de seus algarismos fôr divisível por 3."
3. Divisibilidade por 5:
"Um número é divisível por 5 quanto terminam em zero ou 5."
4. Divisibilidade por 9:
"Um número é divisível por 9 quando a soma dos valôres absolutos de seus algarismos fôr divisível por 9."
5. Divisibilidade por 10:
"Um número é divisível por 10 quando termina em zero."
6. Divisibilidade por 11:
"Um número é divisível por 11 quando forem iguais as somas dos valôres absolutos dos algarismos de ordem ímpar e par, ou a diferença entre a maior e menor soma fôr divisível por 11."

II. Números Primos

A - Conceito de número primo:

"Números primos são aquêles que são divisíveis sòmente por si e pela unidade."

Os números primos só têm um par de divisores distintos; o próprio número e o número 1.

B - Conceito de números primos entre si:

"Números primos entre si são aquêles números que têm sòmente a unidade como divisor comum".

Conclusões:

1. Dois ou mais números primos diferentes são sempre primos entre si.
Ex: $5 = \{1, 5\}$ $23 = \{1, 23\}$
O divisor comum entreêles é o 1.
2. Dois números consecutivos são primos entre si.
Ex: $9 = \{1, 3, 9\}$ $10 = \{1, 2, 5, 10\}$
O divisor comum é 1.

III. Fatoração

A - Conceito:

"Fatoração é a operação que possibilita a decomposição de um número em seus fatôres".

Verificarão que aquêles números cuja soma de seus algarismos não é divisível por três, não são também divisíveis por 3.

45	3	120	3	76	3	89	3	645	3
15	15	00	40	16	25	29	29	04	25
0				1		2		15	
								0	

1 x 3 = 3
2 x 3 = 6
3 x 3 = 9
4 x 3 = 12
5 x 3 = 15
6 x 3 = 18
7 x 3 = 21
8 x 3 = 24
9 x 3 = 27
10 x 3 = 30

Também podemos partir da tabela da multiplicação, assim: e levamos os alunos a verificarem que a soma dos algarismos dos múltiplos de 3 é sempre um múltiplo de 3.

Serve para os outros casos.

REGRA: Um número é divisível por 3 sòmente quando a soma dos valôres absolutos dos algarismos for divisível por 3.

4 5 = 9 1 2 0 = 3 7 6 = 13 8 9 = 17

Os alunos serão levados a observar que os números divisíveis por 3 são aquêles cuja soma de seus algarismos é divisível por 3, isto é dividindo o resultado da soma 4 5 por 3, a divisão é exata, o que correspolnde a alteração 45 + 3:; logo 45 é divisivel por 3.

- 17 pertence ao conjunto dos números divisíveis por 3?
- Por-quê?
- Dados os números 287, 234, 362, 17 36, fazem um círcuo em volta dos números divisíveis por 3.

c) Divisibilidade por 5.

Na divisibilidade por 5 o professor apresenta algumas divisões por 5 com casos de divisão exata e inexata. Os alunos operarão, observa-rão, compararão e poderão concluir:

- Um número é divisível por 5, sòmente quando termina em 0 ou 5

Atividades:

- Escreve um número de três algarismos significativos diferentes que sejam divisíveis por 5.
- Verifica sem efetuar a operação se os números abaixo são divisíveis por 5:

320 - 736 - 45 - 181 - 1200

d) Divisibilidade por 9:

Na divisibilidade por 9, o professor utilizará o mesmo critério da divisibilidade por 3.

Atividades.

- Que algarismo pode ser colocado no lugar de X, para que o

O divisor comum entre 24 e 49 é 1, logo podemos afirmar que 24 e 49 são primos entre sí.

Conclusões:

- Dois ou mais números primos diferentes são sempre primos entre sí. Ex: 5 ={1,5} 7 ={1,7} 23 ={1,23}

  O divisor comum entre êles é um.

- Dois números consecutivos são primos entre sí: Ex: 9= 1,3,9. 10 ={1,2,5,10} 6 ={1,2,3,6} 7 ={1,7.}

  O divisor comum é um.

111 <u>FATORAÇÃO</u>

A- Comparação de conjuntos de divisores de alguns números e formulação da conclusão:

- O número divisor de um número excluindo o divisor 1, é sempre um número primo. Ex: O menor divisor de 24 é 2, que é um número primo; O menor divisor de 75 é 3, que é um número primo.

B- Decomposição de vários números em fatôres primos, o que conduzirá os alunos a formular e concluir:

- Todo o número composto pode ser decomposto num produto de fatôres primos.

  Consideremos por ex: o nº 20. O menor divisor de 20 é 2, então dividimos 20 por 2, onde teremos 20 ÷ 2 = 10, mas 10 é número composto e par, portanto divisível por dois, logo, 10 ÷ por 2 = 5. Mas 5 é divisível por 5 e então 5÷ 5 = 1. Teremos a unidade como último quociente.

  Agora, enumeremos os divisores das divisões sucessivas que fizemos, 2,2 e 5, portanto 20 é o produto dêstes fatores primos, assim, 20 = 2x2x5 que pode ser indicado 20 = 2^2x 5.

  O que tivemos foi

```
20 |2
 0  10 |2
     0  5 |5
        0  1
```

Atividades:

- Os alunos trabalharão muito com atividades desta natureza, com números variados, para formularem a regra prática. Para decompor um número em fatôres primos divide-se inicialmente o número dado pelo seu menor divisor (que pode ser descoberto pelos carateres da divisibilidade ou por tentativa.); procede se de maneira igual com o quociente obtido e, assim até que se obtenha o quociente 1.
- Conclusão: O número dado é igual ao produto de todos os divisores primos encontrados.

zero, é o menor dos múltiplos comuns destes números dados".

B- Operação minimação.

a- Conceito:

Minimação é a operação que permite determinar o menor múltiplo comum de dois ou mais números.

b- Simbologia:

M.M.C. entre 12 e 15; m.m.c. (12,15); 12 M 15; são as diferentes formas de apresentação e lê-se menor múltiplo comum de 12 e 15. É a simbolização da operação minimação.

C- Propriedades.

A operação minimação goza das seguintes propriedades:

1- Fechamento: o menor múltiplo comum de dois números naturais quaisquer é sempre um número natural.

Ex- 4 (⟶ Natural) M 6 (⟶ natural) = 12⟶ natural.

2- Comutativa: A ordem dos números não altera o menor múltiplo comum entre êles.

Ex: 4 M 6 = 6 M 4.

3- Elemento neutro: 1, pois: 4 M 1 = 1 M 4 (lembre-se que o 1 é divisor de todos os números inteiros, e portanto, de 4).

4- Associativa:(4 M 6) M 8 = 4 M (6 M 8).

NOTA- Propriedade que relaciona as duas operações:

1- Distributiva do D em relação ao M :

8 D (4 M 3) = (8 D 4) M (8 D 3)

2- Distributiva do M em relação ao D.

8 M (4 D 3) = (8 M 4) D (8 M 3).

ORIENTAÇÂO DIDÀTICA COM SUGESTÕES DE ATIVIDADES

1- DIVISIBILIDADE

A- MÚLTIPLO

1- Forma-se um número inteiro qualquer e multiplica-se pelo conjunto dos inteiros sucessivamente;

a) Determina-se o conjunto dos inteiros (por ser infinito colocamos reticências) I= $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,....\}$

b) Forma-se o número 2 e efetua-se a multiplicação do 2 por cada um dos números do conjunto dos inteiros. Teremos 2x0= 0 2x1=2 2x2= 4 2x3=6 2x4=8 2x5 = 10 2x6=12 .

c) Chama-se a atenção para o nome e resultado da operação.
O resultado da operação multiplicação é o produto, mas agora no nôvo estudo que estamos iniciando,(diz a professôra) lhe daremos um nôvo nome que é da raiz da palavra multiplicar. Procura tirar dos alunos a palavra múltiplo. Se nenhum aluno descobrir a professôra dirá.

d) Enumeração dos múltiplos de dois que os alunos encontraram.
0,2,4,6,8,10,12,14, 16, 18,......

1) Divisões sucessivas em que o último quociente é o maior divisor comum entre os números dados.

Se o último quociente for 1, os números dados são primos entre sí.

2) Pela fatoração- decompõe-se os números em seus fatôres primos comuns aos dois. Para-se onde os fatores primos são comuns aos dois números. Ex- 60 D. 80.

20 é o máximo divisor de 60 e 80.

Explicação: 60 e 80 são divisíveis por 2 : 30 e 40 são divisíveis por 2; 15 e 20 só são divisíveis por 5, isto é 5 é o divisor entre 15 e 20.

Conclusão. Fatora-se os números dados de modo que se determine, sempre o menor divisor comum, entre êles, diferentes de 1.

3- Pela intercepção dos conjuntos dos divisores de números dados

Ex: a) Determinar o m.d.c.{40,16}

conj. dos divisores de 40 {20, 10, 4, 2, 5, 8, 40, 1}

conj. dos divisores de 16 {16,2,8,1,4 }

Então temos:{20, 10,4,2,5,8,40,1}

{16,2,8,1,4} = {1,2,4,8}

Do conjunto {1,2,4,8} o 8 é o maior dêles, logo 8 é o máximo divisor comum de 4o e 16.

b- Do conjunto{12 e 18} determina-se o m.d.c.

12 = { 12,1,2,6,4,3}   18 = {18,1,6,3,9,2}

{12,1,2,6,4,3} {18,1,6,3,9,2} = {1,6,3,2}

O maior divisor comum é 6. Então:

12 D 18 =6.

c: Conclusões:

- O maior divisor comum de dois números primos entre sé é um.

Ex: o m.d.c.{3 e 7}= 1

- O maior divisor comum de dois números em que o maior é divisível pelo menor é o menor.

Ex: m.d.c.{12,6}= 6

- Os divisores comuns de dois números ou mais são divisores do seu maior divisor comum.

Ex: m.d.c.{48 e 60}= 12

Os divisores de 12 { 1,6,2,4,3,12} são os divisores comuns de 48 e 60.

Multiplicando ou dividindo dois ou mais números por um número qualquer diferente de zero, seu maior divisor comum ficará multiplicado ou dividideo por êsse número. Ex- o m.d.c.{18 e 12} = 6, multiplicando 18 por 12 ou por 2 obteremos: m.d.c {18 e 121, 12 X 12} = 6 X 12.

Atividades:

- Calcular (usando a intersecção) O conjunto dos divisores co

Vasconcelos 28/05/75

muns dos seguintes números:

1) 6 e 26

2) 8 e 6

3) 6,8 e 12

– Valendo-se dos resultados anteriores dizer qual é o maior divisor comum dos números dos exercícios 1, 2, e 3.

VI MINIMAÇÃO

A– Determina-se alguns múltiplos de dois ou mais números.

B– Observa-se, compara-se e verifica-se quais os múltiplos comuns aos mínimos dados.

Ex: Sejam os números 12 e 15.

Conjunto dos múltiplos de 12 = { 12,24,36,48,60,72,84,96,108,120 132......}

Conjunto dos múltiplos de 15 = {15, 30,45,60,75,90,105,120,135, 150......}

Os múltiplos comuns de 12 e 15 são: 60, 120....(há infinitos múltiplos comuns)

c– Determina-se algum múltiplo de 2 ou mais números dados.

d– Observa-se, compara-se, verifica-se quais os múltiplos comuns obtidos. (sabemos que um número tem infintas múltiplos).

e– Entre os múltiplos comuns determina-se o menor múltiplo (não se pode determinar o maior, porque se há infinitos múltiplos, não há um número maior.) Ex: Sejam os números 8 e 12:

conj. dos múltiplos de 8 = { 8,16,24,32,40,48,56,64....}

Conjunto dos múltiplos de 12 ={12, 24, 36,48,60,72....}

Os múltiplos comuns são = 24, 48, 72....

O menor múltiplo comum é 24.

f– Processos:

1) Pela fatoração completa dos números.

Decompõem-se os números em seus fatorês primos e multiplica-se todos estes fatores. Ex: Os nº 12 e 30.

12 – 30 | 2
6 – 15 | 2
3 – 15 | 3
1 – 5 | 5
1

2 X 2 X 3 x 5 = 60

60 é o menor múltiplo comum de 12 e 30.

Fatoramos os dois números ao mesmo tempo, porque êles tem fatôres comuns, explica-se isto pela intercepção

2– Pela intersecção dos conjuntos dos múltiplos dos números dados

Ex– Determinaroo m.m.c de{12 e 15.}

Conj. dos números de 12 = {12, 24, 36, 48,60, 72,84,96,108, 120,132....}.

de 15 = { 15,30,45,60,75,90,105,120,135,...}

Pensa^{to} → Relaccional (abstração - forma)

- Abstracção

- Divisibilidade -

Max. Minimo