

Sistema de Numeração - Base dez

1. Conteúdos:

- conceito 

|   |   |
|---|---|
| { | unidade                                 |
|   | dezena (por extensão, centena e milhar) |
- escrita e leitura dos numerais de 0 a 99 (extendendo até 1000)
- composição e decomposição

2. Materiais:

- fichas e saquinhos
- palitos e atilhos
- multibase - base 10
- ábaco - base 10

3. Sugestões de atividades

I Etapa

A. Observação

As crianças devem observar ou mesmo pesquisar como são empacotados os produtos que usamos em casa ou, ainda, visitar um supermercado para realizar esta atividade.

Durante o debate de conclusão desta atividade, a professora pode dar ênfase aos empacotamentos de base dez, bem como levar as crianças a concluir que os empacotamentos têm por objetivo facilitar a compra e venda do produto.

Para ilustrar melhor a atividade e motivar as crianças para as próximas atividades, a professora pode levar para a aula pirulitos "Kibon" (são empacotados em base 10) de acordo com o número de alunos. Por exemplo, para 24 alunos, levaria 2 pacotes e 4 pirulitos, observaria o material, faria comentários e, evidentemente, distribuiria os pirulitos.

B. Empacotamento (JOGO DA FABRICA)

Para esta atividade o professor cria uma situação fictícia: tra transforma a sala numa seção de empacotamento de uma fábrica de pirulitos, os alunos serão funcionários, o material (saquinhos e fichas ou palitos e atilhos) será usado como sendo pirulitos ou tampinhas e saquinhos ou atilhos para o empacotamento e a professora será o gerente, que alertará os

funcionários para não cometerem erros na contagem e no empacotamento. Por isto as crianças (colocadas em pequenos grupos) recebem quantidades aleatórias de pirulitos e saquinhos e, de acordo com as instruções do gerente, devem contar os pirulitos e sempre que separarem dez pirulitos devem colocá-los num "saquinho" e reiniciar a contagem "um a um" tanto quanto for possível.

Durante esta atividade, a professora "gerente" circula entre os grupos orientando-os, se necessário. Esta atividade torna-se muito mais rica se houver inicialmente empacotamentos de quantidades diferentes de 10. Deve envolver diferentes bases, isto é, quantidade unidas de 2 em 2, 3 em 3, 5 em 5.

#### C. Análise do empacotamento

Assim que todos os grupos terminam a tarefa, a professora explora oralmente, o trabalho em grande grupo, com perguntas tais como:

- Grupo A, quantos pacotinhos de pirulitos vocês conseguiram formar? R: três (3)

- Sobraram pirulitos soltos? R: Sim Quantos? R: Quatro (4)

- Quantos pirulitos há em cada saquinho? R: Dez (10)

- Seria possível descobrir quantos pirulitos este grupo recebeu?

Deixar que as crianças ofereçam soluções e usem recursos, se necessário.

Outras perguntas possíveis e que indiretamente preparam para a técnica operatória da Adição e Subtração.

- Quantos pirulitos são necessários ao grupo A, para que eles possam formar mais um saquinho, ou - O que aconteceria ao grupo A se eu lhes desse mais 6 pirulitos? Por quê?

- O que aconteceria ao grupo A se eu lhes tirasse 3 pirulitos?

Obs: Imaginemos como resultado do grupo B, "2 saquinhos e nenhum pirulito solto" - O que deveria fazer o grupo B se eu lhes pedisse 7 pirulitos? Por quê?

N.B. - Estas últimas perguntas devem ser dirigidas ao grande grupo e, se necessário, as crianças podem manipular o material para obterem a resposta. Quando forem feitos agrupamentos em diferentes bases, também é necessário explorá-los com perguntas equivalentes as de base 10.

#### D. Conferir o empacotamento

Os grupos trocam entre si o trabalho realizado e um deverá conferir o trabalho do outro. Se houver engano no empacotamento de um grupo, é evidentemente haverá alteração no resultado, o que constituirá uma ótima o-

oportunidade para análise e debate.

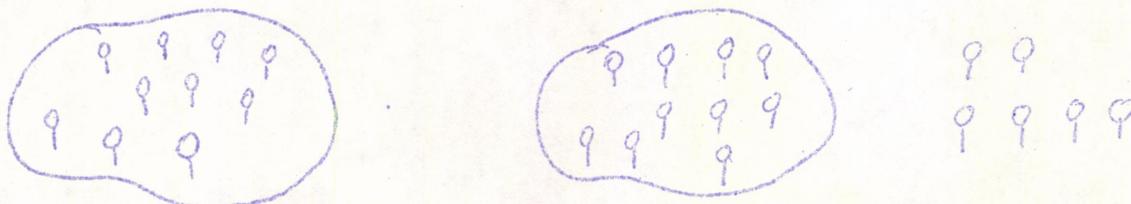
Obs. Estes três momentos (B.C.D.) podem constituir, três ou mais sessões de atividades, dependendo, é lógico, do desembaraço e domínio que a classe apresentar.

## II ETAPA

### Representação gráfica do empacotamento

I Momento. O professor pergunta se sem o material é possível realizar os jogos de empacotamento. Pergunta aos alunos se haveria outra maneira de realizá-las. Geralmente as crianças sugerem o quadro e o giz como recursos e pedem que a professora desenhe os "pirulitos" (no quadro) e eles fazem o "empacotamento" usando uma linha fechada (já pode ser introduzida uma cor única como código do 1º empacotamento - dezena)

A análise da representação é importante e o professor pode lançar mão de perguntas semelhantes às do item C - I Etapa.



Outra sugestão, para conduzir as crianças à representação, é que o professor sugira, após um jogo, que elas criem um "desenho" para representar o que realizaram com o material.

O trabalho pode ser individual ou em grupos e posteriormente analisando pelo grande grupo e selecionando a melhor representação.

Obs: O atílhio, o saquinho e o diagrama da representação da dezena serão de uma mesma cor, porque posteriormente adota-se uma nova cor para centenas e uma outra para unidade de milhar, etc...

O professor deverá fazer com seus alunos várias atividades gráficas de agrupamentos associando-as aos códigos numéricos. É importante também reconhecer quais os níveis de exigência para seus alunos.

Exemplo: AGRUPAR

\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
Base 2

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | X |
|   |   |   |   |

Base 5

DESENHAR

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | X |
| 3 | 2 | 0 | 4 |

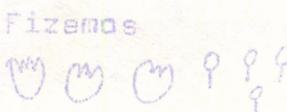
## III ETAPA

### A. Codificação

A professora realiza uma sessão de empacotamento, faz uma rápida análise e pede a cada grupo que registre, de maneira mais simples mas exata,

criando um código, o resultado obtido no empacotamento.

Possíveis registros:

| Grupo A  | Grupo B   | Grupo C       | Grupo D   |
|--|---|---------------|---|
| Nós fizemos 3 saquinhos e embraram 2 pirulitos | Fizemos  | * * * * * III |  |
|  |   |               | 5 2   |

O professor recolhe os registros, analisa-os com o grande grupo e combina que adotarão (um registro) único para toda Turma, o que facilitará o trabalho. Dos exemplos citados se poderia escolher o do grupo D enriquecê-lo e manter um registro único, incluindo os demais grupos:

| Grupos |  |  |
|--------|---|---|
| A      | 3   | 2   |
| B      | 5   | 4   |
| C      | 6   | 3   |
| D      | 5   | 2   |

OBS. Nessa etapa já é possível ao professor acrescentar a terminologia unidade, dezena. Unidade ou unidades serão os pirulitos que ficam soltos, a dezena cada pacotinho que contém dez pirulitos e o código poderá ser enriquecido.

| Grupos |  d |  u |
|--------|---|---|
| A      | 3   | 2   |

### B. Decodificação

Após um jogo a professora, valendo-se do código criado, anota no quadro os resultados dos jogos, perguntando a cada grupo: - Quantos pacotes dezena? Quantas unidades "soltas"? Dar atenção especial ao Zero, caso surja oportunidade.

| Grupos |  d |  u | total |
|--------|---|---|-------|
| A      | 3   | 5   | 35    |
| B      | 5   | 3   | 53    |
| C      | 4   | 4   | 44    |
| D      | 6   | 0   | 60    |

Utilizando-se desta tabela o professor faz perguntas tais como:  
 - Qual o grupo que empacotou mais pirulitos?  
 - Mas o grupo A tinha mais pirulitos do que o grupo D aqui (aponta a coluna das unidades).  
 Deixar que as crianças discutam e cheguem a

uma conclusão.

- Que grupo empacotou menos? Por quê?

- Mas o grupo B também tem os mesmos algarismos que o Grupo A, e-les também têm 5 e 3.

- Qual o 3 que vale mais, o do grupo A ou o do grupo B? Por quê? (apontando sempre para a tabela).

- Agora observem o Grupo C, o que quer dizer 4 e 4? Posso dizer que os dois 4 valem a mesma coisa? Porquê?

- O que aconteceria ao grupo B se eu lhes desse mais 7 pirulitos? Por quê? Aconteceria o mesmo ao grupo A? Por quê?

- O que poderia fazer o grupo D se eu lhes pedisse 5 pirulitos? Por quê?

OBS. O professor não deve apressar-se em dar respostas e sim conduzir o debate, aproveitando as contribuições das crianças. Na tabela acima observa-se a coluna "Total" esta poderá ser trabalhada só oralmente ou, dependendo da turma, ser incluída na tabela, se bem que haverá um momento de sistematização da leitura e escrita dos numerais, pois dependendo do trabalho e principalmente do nível da turma pode ocorrer o seguinte: ao ver o nº 38 elas poderão dizer somente 3 pacotes de 8 u soltas ou 3d e 8u, ou ainda dizer trinta e oito e justificar.

#### C. Jogo do Armazém

O jogo consiste em decodificar o numeral e buscar no material multibase peças correspondentes ao numeral dado, como se as peças fossem mercadorias.

As crianças organizam-se em pequenos grupos, uns serão donos dos armazéns (ficam com o material) e outros serão os fregueses.

Os fregueses devem organizar listas de compras e levá-las ao armazém.

No armazém o balconista entrega a mercadoria que poderá ser conferida pelo dono do armazém.

| LISTA DE COMPRAS |   |   |   |   |
|------------------|---|---|---|---|
|                  |  |  |  |  |
| base 5           | 1   | 2   | 3   | 2   |
|                  | 2   | 0   | 4   | 0   |

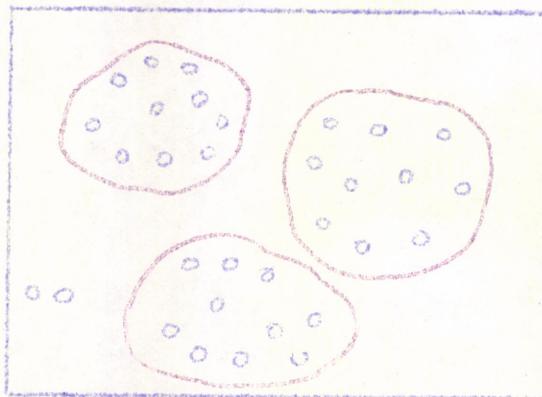
O jogo pode ser realizado nas diversas bases, neste caso a ficha, deve indicar a base.

#### IV ETAPA

A. Relacionar representação gráfica com tabela e vice-versa

1. Dada a tabela representar o jogo graficamente.

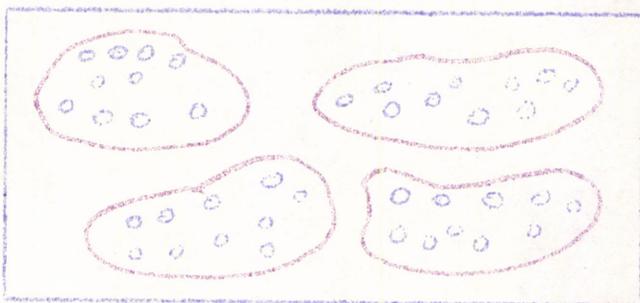
|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| G | d | u | T |
| A | 3 | 2 | ? |
| B | 2 | 5 | ? |



ou



2. Dada a representação, completar a Tabela,



ou



|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| G | d | u | T |
|   |   |   |   |

As duas atividades podem ser enriquecidas com perguntas semelhantes às já citadas.

O trabalho se torna mais rico, podendo ser realizado em grande grupo, pequenos grupos ou mesmo individualmente e as atividades gráficas são inúmeras.

#### OBSERVAÇÕES GERAIS

Apesar de trabalharmos até então, somente com DEZENAS e UNIDADES : estamos levando o aluno a: - estabelecer o princípio do sistema de Numeração Decimal, - identificar o valor posicional do algarismo, bem como preparando-o, indiretamente, para a técnica operatória da Adição e Subtração, dentro desse mesmo sistema, Daí a necessidade do professor algumas vezes distribuir quantidades previamente por ele estabelecidas, por exemplo:

- todos os grupos recebem uma mesma quantidade de material (sem o conhecimento das crianças) pois ao final do jogo o resultado oportunizará um ótimo debate.

- um ou mais grupos recebem quantidades que contenham dezenas exatas, isto para o estudo do zero.

- um grupo recebe uma quantidade tal, cujo registro se fará com único algarismo. Ex:

|    |   |
|----|---|
| 3d | u |
| 3  | 3 |

|    |   |
|----|---|
| 1d | u |
| 1  | 1 |

- um grupo receberá por exemplo quarenta e cinco elementos e outro receberá cinquenta e quatro, o que também oferece oportunidades de um estudo sobre o valor posicional e absoluto dos algarismos.

Todas essas atividades sugeridas podem ser realizadas com os dois primeiros materiais (fichas e saquinhos, palitos e atilhos) bem como aplicá-los ao MB e ao Ábaco só que ao invés de "empacotamento" (agrupamentos) as crianças farão as trocas necessárias e com isso as crianças terão oportunidade de realizar a comparação e estabelecer as possíveis relações entre os materiais.

Jogos estruturados

- jogo de banco - Consiste em realizar trocas com o material Multibase como se as peças fossem dinheiro. Troca-se levando em conta as equivalências entre as quantidades de cubinhos nas mais diversas configurações de peças.

Inicialmente as crianças fazem somente Trocas. Mais tarde, em outra etapa, podem registrar o que acontece antes e depois das Trocas. O registro pode ser do desenho das peças. Numa 2ª etapa, além do desenho, registra-se o numeral.

Desenvolvimento do jogo:

- a) banqueiro: propõe e realiza Trocas
- b) outros alunos: trocam suas peças por cubinhos.

Atividades do prof: a) escolhe o banqueiro, b) estimula, revisa e confere as Trocas realizadas.

REGISTRO

|   |   |   |
|---|---|---|
| ANTES DA TROCA  |   |   |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| DEPOIS DA TROCA   |   |   |
|  |  |  |
| NUMERAL   |   |   |
| 1   | 1   | 2   |

- jogo do dado - Este jogo pode ser jogado em qualquer base, por um grupo de 4 crianças. Toma-se um cubo e escreve-se nas suas seis faces os numerais correspondentes a base. Ex: base 5 (0,1,2,3,4).

A 1ª criança joga o cubo e tem direito de pegar tantos cubinhos quantos o dado assinalar. As outras crianças jogam o dado, pegam os cubinhos correspondentes ao que lhes aparece na face de cima do dado.

A 2ª rodada dá direito a pegar colunas, e terceira dá direito a pe-

gar dados (cubos).

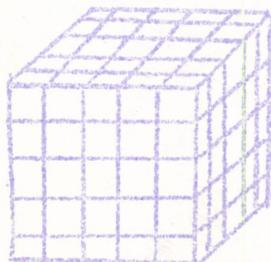
Após todas as crianças terem jogado, cada urna empilha as peças obtidas nas 4 jogadas e é vencedor quem tiver obtido mais unidades.

Numa etapa posterior, poderão anotar numa ficha registro o resultado de cada jogada, verificando quem é o vencedor através dos resultados expressos em numerais.

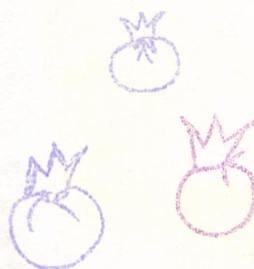
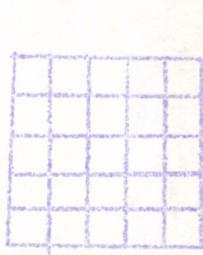
- jogo do armazém - Esses 3 jogos também podem ser adaptados aos outros materiais e enriquecerão o trabalho, tornando-o variado e dinâmico.

### Materiais

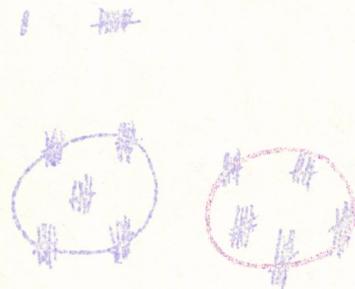
Nº 1 - Multibase



Nº 2 - Saquinhos e fichas



Nº 3 - Palitos e atilhos



### Leitura e Escrita dos Numerais

Como o trabalho se propõe a tornar o aluno capaz de ler e escrever os numerais de 0 a 99, ele poderá ser feito por etapas e o professor pode lançar mão das atividades que seguem, bem como dos materiais já citados acrescidos de fichas semelhantes a estas:

1

2

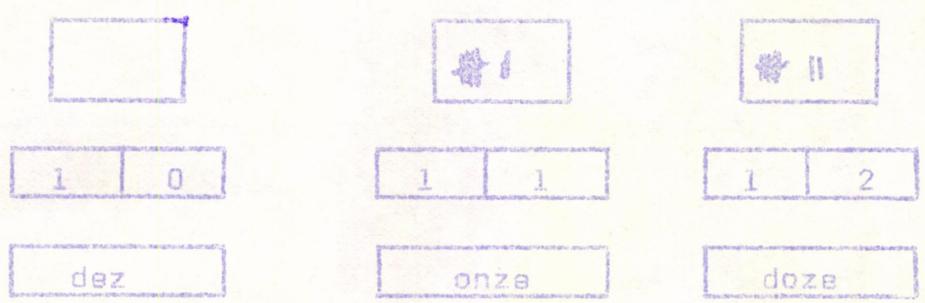
doze

A. Digamos que o professor queira trabalhar com os numerais de 10 a 20 e se utilizará dos palitos e atilhos.

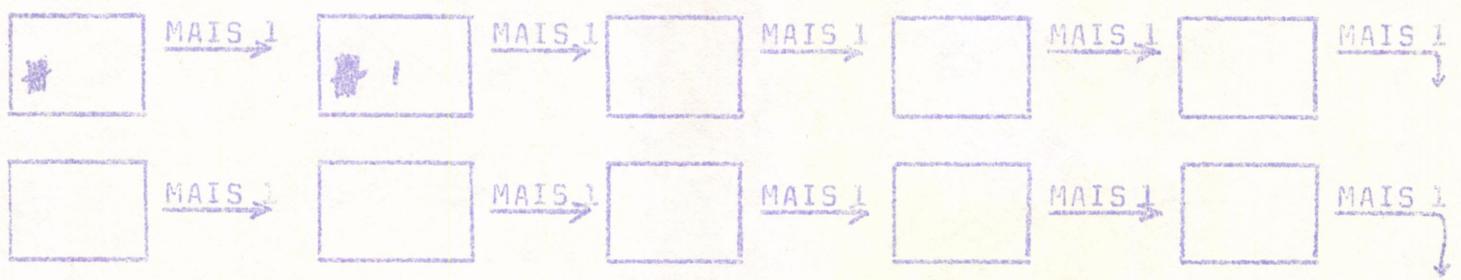
Ele distribui a cada aluno ou a pequenos grupos as quantidades previamente por ele estabelecidas. Ex: um grupo recebe quinze palitos e atilhos, outro dezoito palitos e atilhos, um terceiro grupo recebe onze palitos e atilhos, etc... Cada grupo deve realizar o jogo da fábrica; feito isto a professora pede que tragam o trabalho realizado e juntos organizem os empacotamentos obtidos numa fila "crescente" isto é, da menor quantidade à maior.



O professor dá oportunidade para que todos observem a fila e façam os comentários ou perguntas que desejarem. A seguir oferece as fichas com os numerais e a palavra correspondente a cada elemento da fila que se completará assim:



B. A mesma seriação poderá ser feita da seguinte maneira: O professor inicia a fila do "um a mais" e as crianças devem completá-la até a quantidade indicada pelo professor.



A seguir a fila será etiquetada como na atividade anterior.

OBS: As atividades anteriores, A e B, podem dar origem ao material visual que ficará exposto na sala de aula, durante o tempo necessário para correta leitura e escrita dos numerais em estudo.

Durante este período o professor fará uma variabilidade de atividades e jogos que auxiliem a leitura e escrita dos numerais.

Ex: - JOGOS

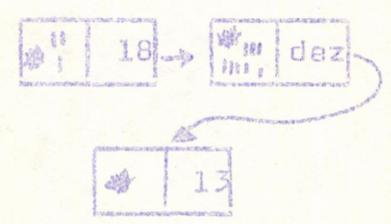
a) memória



b) vispóra



c) dominó



- jogos nas filas
- estabelecer relações:
- ... vir antes de ...
- ... vir depois de ...

... estar entre de ...  
... ser vizinho de ...

d) Mico

|    |             |    |   |
|----|-------------|----|---|
| 15 | quin-<br>ze | 17 |  |
|----|-------------|----|---|

- Atividades

- a) ditado de numerais
- b) composição e decomposição com ou sem tabela
- c) seriações
- d) vizinhos
- e) histórias matemáticas que envolvem os numerais trabalhados

Nota: as atividades A e B sugeridas para leitura e escrita dos numerais podem ser simultâneas ou intercaladas e podem ainda ser realizadas com todos os materiais citados. Ex: Palitos e atilhos.

Ex: Palitos e atilhos

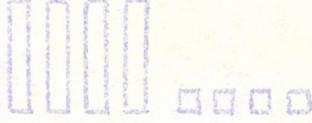
|   |   |
|---|---|
|  |  |
| 21  | 22  |
| vinte e um  | vinte e dois  |

- Fichas e saquinhos

|   |   |
|---|---|
|  |  |
| 30  | 31  |

|        |             |
|--------|-------------|
| trinta | trinta e um |
|--------|-------------|

- Multibase

|   |  |
|---|--|
|  |  |
| 43  | 44   |
| quarenta e três   | quarenta e quatro  |

- Ábaco

|   |    |      |
|---|----|------|
|  | 12 | doze |
|   | 11 | onze |

## OPERAÇÃO DIVISÃO

"O sentido da divisão está baseado na ação de dividir - separação de um conjunto em subconjuntos, o que pode acontecer de duas maneiras:

- Conhecendo-se a quantidade de objetos de que se compõe cada subconjunto, pode-se determinar o nº do subconjuntos contidos no conjunto maior.

Ex: Quantos subconjuntos de 3 objetos podem ser formados com 24 objetos?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão - comparação ou medida.

- Conhecendo-se o nº de subconjuntos que vão ser formados procura-se saber o nº de objetos de cada um.

Ex: Um conjunto de 24 objetos deve ser dividido em 8 subconjuntos iguais. Quantos objetos haverá em cada subconjunto?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão - repartição ou partição."

(Lúcia Maria Jappert de M. Carvalho)

Antes de ensinar a dividir é interessante que se apresente para as crianças situações simples e dinâmicas que as ajudam a compreender as idéias básicas envolvidas no conceito de Divisão.

Uma atividade interessante para este momento é o Jogo "Dados e bandejas".

Este jogo apresenta as idéias básicas envolvidas no conceito de Divisão, oportuniza a descoberta de operação Divisão como inversa da Multiplicação o leva a aluno a identificar os Termos da divisão.

### Jogo "Dados e bandejas"

Material - dados, bandejas e material de contagem (tampinhas, contas ou fichas)

Obs: Nas faces dos dados serão escritas numerais de 0 a 9)

Técnica - Trabalho em pequenos grupos

#### I ETAPA

a) Jogo propriamente dito

A professora coloca em cada grupo um dado, bandejas e uma quantidade pequena, mas aleatória, de tampinhas e pode que o grupo realiza o jogo da seguinte maneira: um aluno joga o dado, os demais deverão contar tantas bandejas quanto for o número que o dado mostrou. Em seguida deverão distribuir "repartir", "dividir" as tampinhas entre as bandejas de modo que a

quantidade seja a mesma em cada bandeja.

b) análise do jogo

A medida que o grupo termina o jogo a professora lança perguntas tais como:

- Quantas bandejas há neste jogo? R. 5

- Quantas tampinhas há em cada bandeja? R. 8

- Quantas tampinhas há ao todo, nas bandejas? R. 40 Por quê? (valorizar e aproveitar as respostas).

"Muito bom, cinco vezes oito é quarenta. Então posso dizer que quarenta distribuídas entre cinco dá oito?"

- sobraram tampinhas? R. sim Quantas? R. 3

- Então quantas tampinhas vocês receberam para realizar o jogo? R. 43 Por quê? R. Porque  $5 \times 8 = 40$  e  $40 + 3 = 43$

Obs: As perguntas foram citadas como exemplo mas a seleção e o emprego das mesmas será feita pelo professor da classe, pois somente ele conhece o ritmo de trabalho dos alunos. Quanto às respostas, inicialmente, serão dadas oralmente sem preocupação ou registro.

---

Esta modalidade do jogo nos apresenta a idéia da divisão - repartição ou partição.

---

2ª Modalidade do jogo

a) Jogo

A professora coloca em cada grupo um dado, bandejas e uma quantidade pequena mas aleatória, de tampinhas e pede que o grupo realize o jogo da seguinte maneira um aluno joga o dado e o número que o mesmo indicará a quantidade de tampinhas que será colocada em cada bandeja. Em seguida deverão distribuir as tampinhas entre as bandejas, de acordo com a regra estabelecida pelo dado, até esgotar a quantidade de tampinhas recebidas.

b) análise do jogo

Procede-se da mesma maneira citada no jogo anterior.

---

Esta modalidade do jogo nos apresenta a idéia da divisão - comparação ou medida.

---

Obs: Inicialmente a "distribuição" de tampinhas é feita uma por uma até que se esgote a quantidade de que o grupo dispõe. O mesmo processo ocorre no segundo momento, separam 3 tampinhas, por exemplo, e pegam uma bandeja e assim por diante. Decorridos alguns jogos as crianças são capazes de fazer estimativas ou mesmo dar respostas exatas, embasadas na multi

plicação.

#### Observação sobre a I Etapa:

Esta etapa deve ser repetida tantas vezes quantas forem necessárias, pois dela dependerá a expressão e elaboração de conceito de divisão.

Da 2ª ou 3ª sessão em diante a professora poderá entregar a cada grupo uma ficha contendo as perguntas de análise do jogo. Ao final de cada jogada uma criança do grupo faz as perguntas aos demais. É evidente que a professora continuará supervisionando a atividade e auxiliando as crianças quando necessário.

### II ETAPA

#### Codificação

Dominada a técnica de jogo e a análise do mesmo a professora sugere que cada grupo crie um código para registrar as faces do jogo. Logo após a professora pede os códigos à classe, analisando-os e buscando um código que será adotado por todos, para facilitar a comunicação das demais atividades.

Caso não surja um código simples e completo a professora sugere, por exemplo:

| Monte | Nº bandejas | Nº elemento c/bandeja | sobras | Monte | Nº elemento c/bandeja | Nº bandejas | sobras |
|-------|-------------|-----------------------|--------|-------|-----------------------|-------------|--------|
| 27    | 9           | 3                     | 0      | 15    | 3                     | 5           | 0      |
| 32    | 6           | 5                     | 2      | 31    | 7                     | 4           | 3      |

Feita a escolha e análise do código adotado, cada grupo receberá, nas sessões seguintes, um código para registro do jogo.

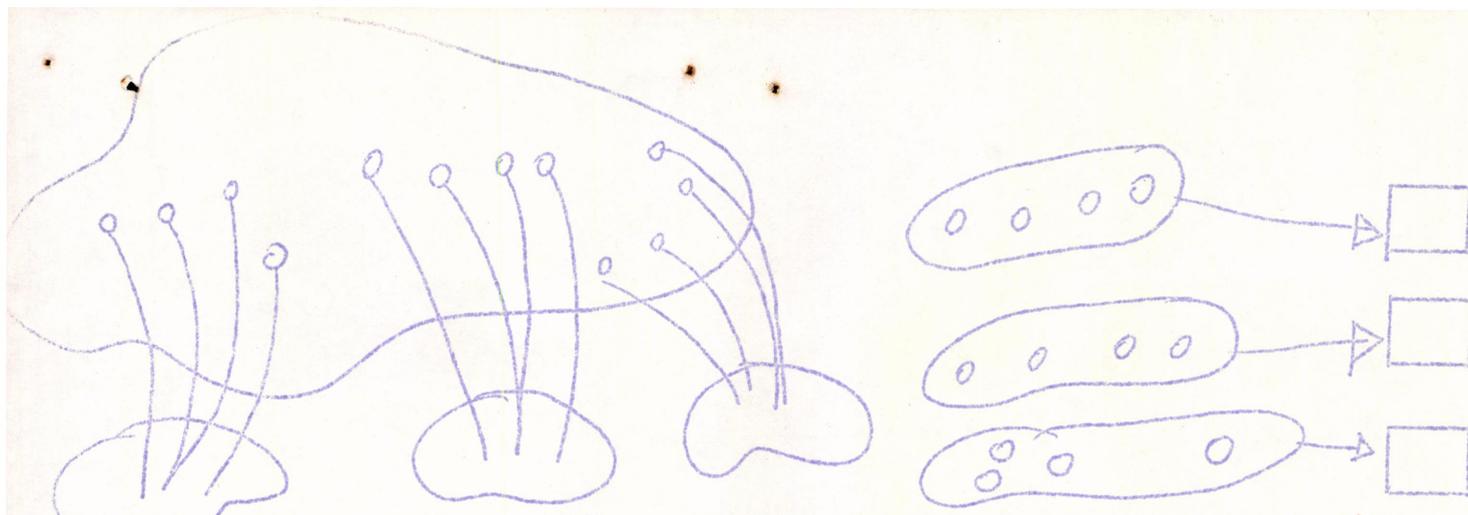
### III ETAPA

#### Representação

Novamente a professora sugere a cada grupo que busque uma maneira de representar os jogos que realizaram como na etapa anterior, as representações serão apresentadas, analisadas e somente uma (a mais simples e mais exata) será adotada pela turma.

Ex: 1ª modalidade do jogo

Ex: 2ª modalidade do jogo



Estas representações podem ser transferidas para os códigos e vice-versa.

#### IV ETAPA

#### Decodificação e solução do problema

Nesta etapa a professora apresenta aos grupos códigos como estas, por exemplo;

| Monte | nº de bandejas | Elem. em bandeja | sobras |
|-------|----------------|------------------|--------|
| 25    | 5              | ?                | ?      |
| 39    | ?              | 6                | 3      |

| Monte | elem. em c/bandeja | nº de bandejas | sobras |
|-------|--------------------|----------------|--------|
| ?     | 7                  | 3              | 2      |
| 28    | ?                  | ?              | 3      |

#### Atividades que sistematizam o Trabalho

Como se pode constatar, nestes jogos as crianças estarão sentindo a divisão como operação inversa da multiplicação, estarão lidando com os termos de divisão (ainda sem a nomenclatura) e trabalhando com as noções de divisão exata e inexata.

Para sistematizar o trabalho podemos, após as etapas já mencionadas, seguir estes passos:

I - Em algumas sessões o grupo trabalha com uma mesma quantidade, variando o jogo através do dado.

- Ex: 25 : 5 A profª analisa os jogos, lançando as perguntas já citadas, bem como, as perguntas estimativas: Ex: "quando dividimos 25 por 5, encontramos 5 elementos em cada bandeja. Agora temos 25 dividido por 6; o nº de elementos em cada bandeja irá aumentar ou diminuir? Por quê?
- 30 : 5 Nestas jogadas a profª pode dar atenção especial ao "resto" e até mesmo conduzir as crianças a fazerem um levantamento das possibilidades do resto de um determinado divisor.
- 42 : 5
- 13 : 5
- 51 : 5 Ex: Para o divisor 5 temos, digo, podemos ter os seguintes :

restos: 0, 1, 2, 3 ou 4.

OBS: Apresentamos aqui sugestões de jogos preliminares, portanto não devemos temer divisões como esta por ex:  $32 : 3$ , pois as crianças podem lançar mão do material ou de cálculos mentais (estimativas e por aproximação). Estes jogos servirão para que a criança embase o conceito de divisão e trabalhe com os fatos básicos da divisão. A técnica operatória virá posteriormente.

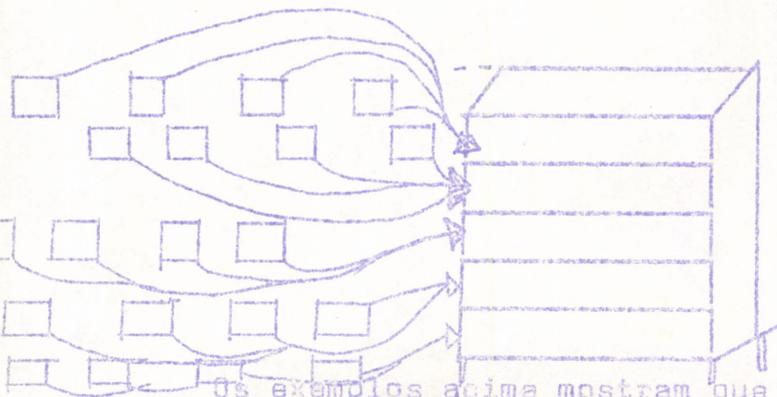
Como vimos no jogo "Dados e bandejas" a criança não realiza cálculos isolados, pois em cada jogada está implícita uma história matemática. Entretanto, é necessário que o Professor Trabalhe de modo mais específico com história matemática que envolvem as idéias da divisão, desenvolvendo a habilidade de leitura, interpretação raciocínio.

Inicialmente o Trabalho pode ser feito em grande grupo ou em pequenos grupos. O professor entrega uma ficha contendo uma história matemática. O grupo do fazer a leitura e buscar uma maneira de solucionar a história. As maneiras de solucionar o problema podem variar entre: desenhos, esquemas ou o uso de material manipulativo que o professor pode colocar a disposição dos alunos.

Exemplo de histórias que podem ser propostas:

• Claudio tem uma caixinha com 12 bolinhas e quer distribuir todas elas, em quantidades iguais entre 4 colegas. Quantas bolinhas vai receber cada um deles?

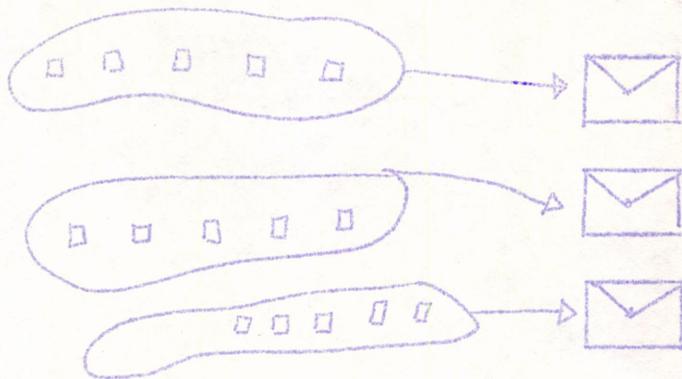
• A professora colocou 20 livros em 5 prateleiras. Quantos livros foram colocados em cada prateleira?



R= Em cada prateleira foram colocados 4 livros

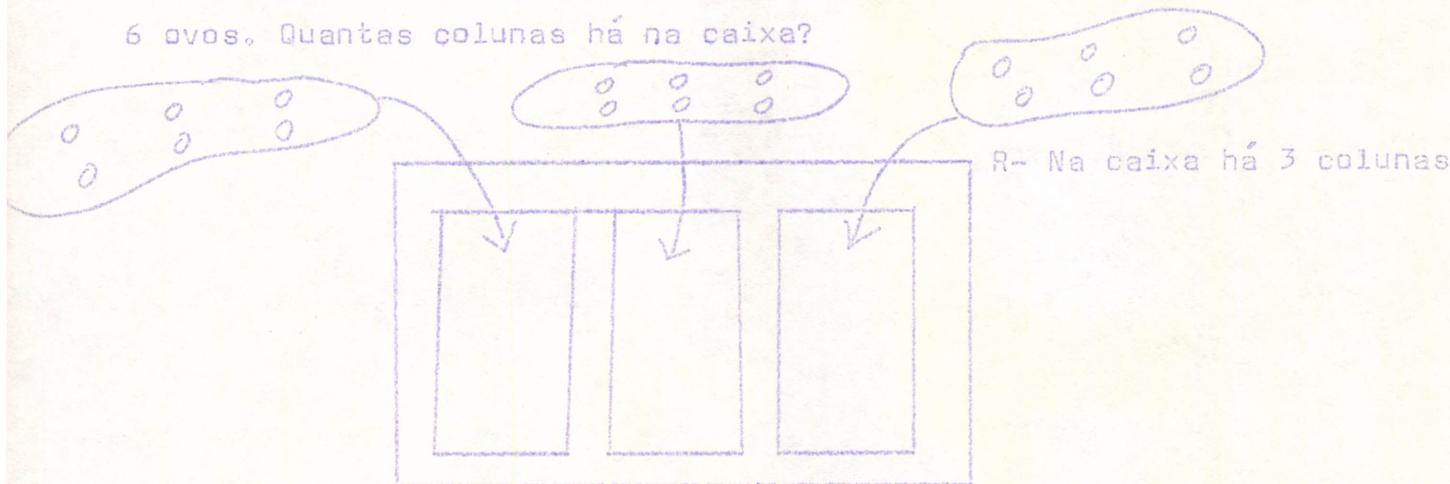
Os exemplos acima mostram que a divisão encerra a idéia de REPARTIR.

• André tem 15 figurinhas guardadas em envelopes. Em cada envelope ele colocou 5 figurinhas. Quantos envelopes André precisou para guardar suas figurinhas?



R - André precisou de 3 envelopes.

• Numa caixa podem ser colocados 18 ovos, dispostos em colunas de 6 ovos. Quantas colunas há na caixa?



Os dois últimos exemplos mostram que a divisão encerra a idéia de COMPARAÇÃO, ou seja, comparar uma quantidade maior com outra menor, determinando quantas vezes um conjunto, com menor nº de elementos está contido no conjunto com maior nº de elementos.

Obs. Estabelecendo uma comparação entre as duas idéias que a divisão encerra vimos que:

#### PARTITIVA

Ao repartir um conjunto (no caso, bolinhas e figurinhas) em subconjuntos ou grupos equivalentes, isto é, com o mesmo número de elementos.

#### COMO MEDIDA

Ao comparar uma quantidade maior com outra menor, determinando quantas vezes a menor está contida na maior, ou quantas vezes um conjunto, com menor número de elementos, está contido no conjunto com maior número de elementos.

o dividendo e o quociente são da mesma espécie

Exemplificando com o caso das bolinhas:

dividendo → bolinhas  
 quociente → bolinhas  
 divisor → número de colegas

Neste caso

o dividendo e o divisor é  
que são da mesma espécie

Exemplificando com o caso das  
figurinhas:

dividendo → figurinhas  
divisor → figurinhas  
quociente → nº de vezes que  
o 5 está contido em 15

Nota - Este polígrafo foi elaborado pela Professora Marlene Leite

Bibliografia consultada:

Carvalho, Lúcia Maria Jappert de M. Divisão

IV - SEQUÊNCIA DE DIFICULDADES  
NO ENSINO DA DIVISÃO

AUTORA:

LÚCIA MARIA JOPERT DE  
MOURA CARVALHO

Quando a criança já dominar os fatos básicos, você pode apresentar as seguintes situações:

\* Divisão exata, divisor de um algarismo contido em cada algarismo do dividendo.

$$42 \overline{) 2}$$

O divisor 2 está contido  
em 4 e em 2

$$693 \overline{) 3}$$

O divisor 3 está contido  
em 6, em 9 e em 3

\* Divisão exata, divisor de 1 algarismo contido no número formado pelos 2 primeiros algarismos do dividendo.

$$123 \overline{) 3}$$

O divisor 3 está contido  
em 12 e em 3

$$287 \overline{) 7}$$

O divisor 7 está contido em  
28 e em 7

\* Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da primeira para a segunda divisão parcial.

$$5 \overline{) 2} \overline{) 2}$$

1 2

0

$$18 \overline{) 5} \overline{) 5}$$

3 5 37

0

Mostre à criança que ao dividir 5 dezenas por 2, ela encontra 2 dezenas no quociente e resta 1 dezena (reserva da 1ª para a 2ª divisão)

$$5 \overline{) 2} \overline{) 2}$$

1 2

Continuando a divisão ficará com 12 unidades para dividir por 2 e encontrará 6 unidades no quociente.

$$5 \overline{) 2} \overline{) 2}$$

1 2 26

0

\* Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da 1ª para a 2ª divisão e (ou) da 2ª para a 3ª

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} 1248 \overline{) 3} \\ 04 \quad 416 \\ 18 \\ 0 \end{array}$$

Observe que, neste exemplo, dividiu-se 12 por 3, encontrou 4 e restou zero, logo, não há reserva da 1ª para a 2ª divisão parcial. Quando se dividiu 4 por 3, achou-se 1 no quociente e restou 1, que é a reserva da 2ª para a 3ª divisão. Ficou-se, por último com 18 para dividir por 3, encontrou-se 6 e o resto é zero. O quociente é 416.

$$\begin{array}{r} 1670 \overline{) 5} \\ 17 \quad 334 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

Neste segundo exemplo dividiu-se 16 por 5, encontrando-se 3 no quociente e o resto 1, que é a reserva da 1ª para a 2ª divisão. Ficou-se com 17 para dividir por 5, obtendo-se 3 e resto 2, que é reserva da 2ª para a 3ª divisão. Finalmente tem-se 20 para dividir, o que dá 4 e resto zero. Encontrou-se assim o quociente 334.

Inicie agora, a divisão inexata, observando a sequência das dificuldades:

\* Divisão com resto e com reservas e divisor de 1 algarismo

$$635 \overline{) 4} \qquad 4745 \overline{) 7}$$

\* Divisão inexata, divisor de um algarismo com aparecimento de um zero no final do quociente

$$4553 \overline{) 5} \qquad 6485 \overline{) 8}$$

\* Divisor de um algarismo, divisão inexata com um zero no meio do quociente

$$1217 \overline{) 4} \qquad 1875 \overline{) 9}$$

\* Divisor de 1 algarismo com aparecimento de zeros sucessivos no quociente

$$4037 \overline{) 4} \qquad 6000 \overline{) 5}$$

Início da divisão com 2 algarismos no divisor

\* Divisor 10, 100, 1000 etc.

$$357 \overline{) 10} \qquad 8612 \overline{) 100}$$

$$357 = 35 \times 10 + 7$$

$$357 : 10 = 35 \text{ e resto } 7$$

$$8612 = 86 \times 100 + 12$$

$$8612 : 100 = 86 \text{ e resto } 12$$

\* Dividendo e divisor maiores que 10 e múltiplos de 10, divisor de 2 algarismos

$$1870 \overline{) 20}$$

$$5680 \overline{) 30}$$

Faça a criança observar que neste caso em que dividendo e divisor são múltiplos de 10, no princípio não se deve cortar o zero, pois - quando o resto é diferente de zero - embora o quociente não se altere, o resto fica alterado.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 16\cancel{0} \overline{) 4\cancel{0}} \\ 004 \\ \hline 9040 \\ 10 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16\cancel{0} \overline{) 4\cancel{0}} \\ 0 \quad 4 \\ \hline 9\cancel{0} \overline{) 4\cancel{0}} \\ 1 \quad 2 \end{array}$$

O resto ficou dividido por 10

Ajude a criança a observar que, dividindo ou multiplicando o dividendo e o divisor pelo mesmo número (no caso 10), o quociente não se altera, mas o resto fica dividido ou multiplicado por esse número.

\* Divisão inexata, divisor de 2 algarismos maior que 10 e múltiplo de 10.

$$3827 \overline{) 30}$$

$$7251 \overline{) 60}$$

\* Divisor de 2 algarismos, sendo 1 ou 2 o algarismo das unidades.

$$3845 \overline{) 21}$$

$$5726 \overline{) 32}$$

\* Divisor de 2 algarismos, sendo 8 ou 9 o algarismo das unidades.

$$7228 \overline{) 28}$$

$$3459 \overline{) 39}$$

\* Divisor de 2 algarismos sendo 3, 4, 5, 6 ou 7 o algarismo das unidades

$$796 \overline{) 23}$$

$$4678 \overline{) 70}$$

$$8324 \overline{) 45}$$

$$6329 \overline{) 56}$$

$$4328 \overline{) 37}$$

\* Divisão com um zero no final do quociente, divisor de 2 algarismos

$$5413 \overline{) 15}$$

$$5668 \overline{) 37}$$

\* Divisão com um zero no meio do quociente

$$9635 \overline{) 47}$$

$$1635 \overline{) 16}$$

\* Divisão com aparecimento de zeros consecutivos no quociente

$$40811 \overline{) 12}$$

$$41337 \overline{) 59}$$

\* Dividendo e divisor são números quaisquer

Caso geral

$$5784 \overline{) 215}$$

$$93407 \overline{) 2375}$$

Se a criança errar a divisão, procure localizar seu erro. Verifique se errou na avaliação do quociente, na multiplicação, na subtração, na arrumação, etc.

Retorne então aos casos mais simples para alcançar a criança no estágio em que se encontra. Ela não poderá passar a nova dificuldade sem que a anterior esteja dominada; cada obstáculo vencido servirá de base para transpor o seguinte.

## V - MÉTODOS E PROCESSOS DE DIVISÃO

### A) MÉTODO TRADICIONAL OU CONVENCIONAL

$$\begin{array}{r} 62 \overline{) 2} \\ \underline{31} \\ 31 \end{array}$$

raciocínio  
6 dezenas - 2 = 3 dezenas  
2 unidades - 2 = 1 unidade  
quociente = 31

No início da aprendizagem, leve a criança a usar o processo longo que dá mais segurança e evita erros.

#### 1 - Processo longo

$$\begin{array}{r} 6:2 \overline{) 2} \\ \underline{-6} \quad 31 \\ 02 \\ \underline{-2} \\ 0 \end{array}$$

A criança pensa assim:

6 dezenas divididas por 2 são 3 dezenas

- escreve 3 no quociente

- multiplica 3 por 2 e escreve 6 abaixo do 1º dividendo parcial que é 6 dezenas.

- efetua a subtração que dá zero.

- coloca ao lado do zero, o 2º dividendo parcial (2 unidades) e efetua a divisão.

- escreve 1 no quociente e repete o que fez anteriormente com o 3.

SUGESTÕES DE EXERCÍCIOS

VAMOS EMPACOTAR?

| Quantidade de objetos | Em cada pacote | Número de pacotes |
|-----------------------|----------------|-------------------|
| 24 objetos            | 6 objetos      | .....             |
| 30 objetos            | .....          | 5 pacotes         |
| .....                 | 9 objetos      | 3 pacotes         |

Inventa uma história matemática com ao todo

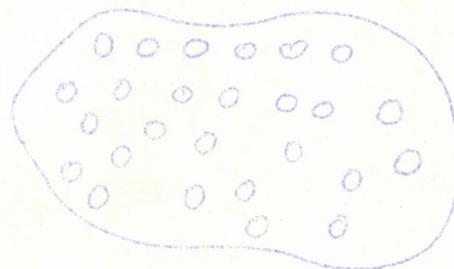
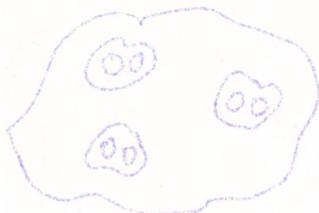
Um prédio de 3 andares tem 4 apartamentos por andar.

Um prédio de 4 andares tem 3 apartamentos por andar.

Qual deles tem maior número de apartamentos?

(Desenha)

Fazer grupos:



3 grupos de ....

.....grupos de 2

.....grupos de 10  
restando .....

Continua:

6933

↓  
900

1135

↓  
.....

4356

↓  
.....

4968

↓  
.....

2590

↓  
.....

7387

↓  
.....

5308

↓  
.....

2934

↓  
.....

3390

↓  
.....

Completa:

3 dezenas  $\leftrightarrow$  8 unidades = ..... unidades

Decompõe:

3040 \_\_\_\_\_

7008 \_\_\_\_\_

Compõe:

3 unidades de milhar e 7 unidades \_\_\_\_\_

6 centenas \_\_\_\_\_

4 dezenas e 1 unidade \_\_\_\_\_

Completa as tabelas:

|                | centenas | dezenas | unidades | numeral |
|----------------|----------|---------|----------|---------|
| $900 + 20 + 9$ | 9        | 2       | 9        | 929     |
| $50 + 1$       |          |         |          |         |
| $600 \div 6$   |          |         |          |         |

| numeral | +100 | +10 | + 1 |
|---------|------|-----|-----|
| 888     |      |     |     |
| 345     |      |     |     |
| 100     |      |     |     |
| 422     |      |     |     |

Descobre o resultado, juntando sempre nove:

$$+ 9 \left\{ \underline{6, 8, 1, 5, 9, 19, 21, 35, 92, 109} \right.$$

Descobre o resultado, retirando sete:

$$- 7 \left\{ \underline{7, 9, 13, 10, 27, 35, 52, 23, 48, 50} \right.$$

Descobre o termo que falta:

$$\begin{array}{cccccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ + \frac{34}{79} & + \frac{51}{103} & + \frac{27}{70} & - \frac{14}{36} & - \frac{19}{45} & + \frac{\square}{45} & - \frac{\square}{15} \end{array}$$

Escreve o numeral correspondente:



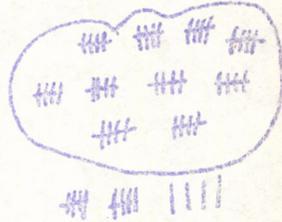
Desenha os materiais:

124 →

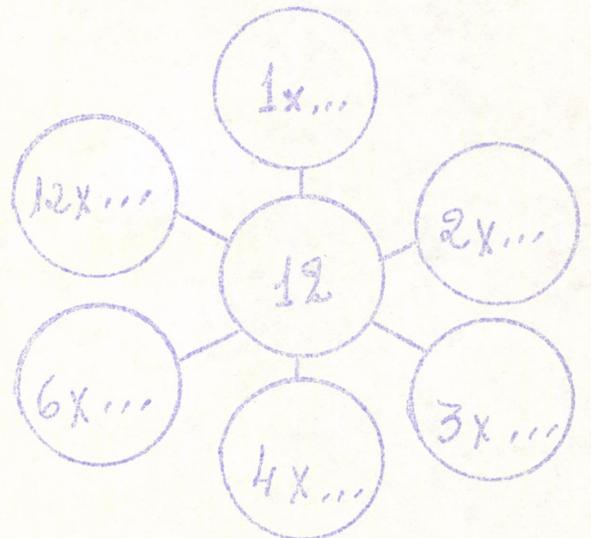
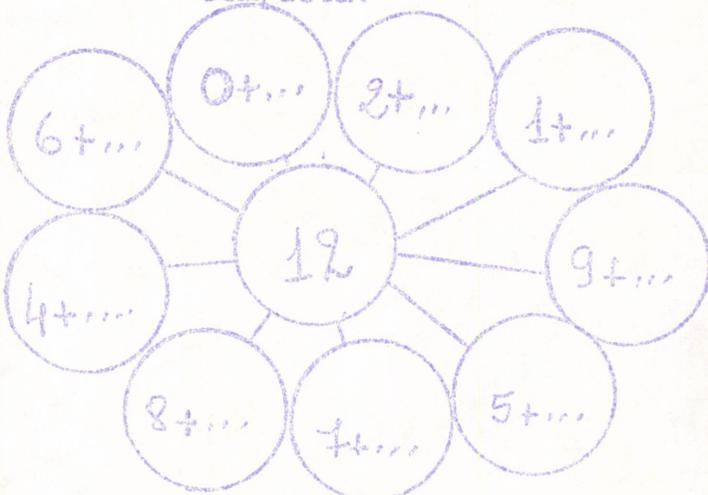
saquinhos

multibase

palitos



Completa:



Multiplicação:

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| — |  |  |  |
|   |  |  |  |
|   |  |  |  |
|   |  |  |  |

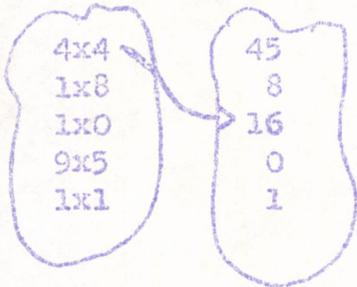
1 - Produto Cartesiano

2 - Repetição de conjuntos

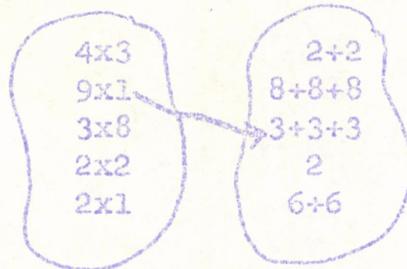


A FLECHA DIZ:

... tem como resultado ...



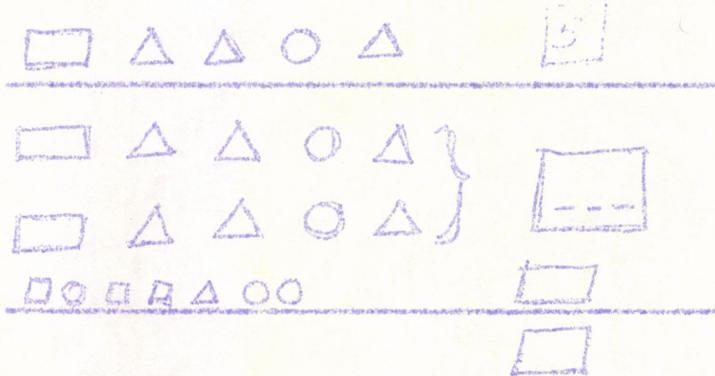
...tem o mesmo resultado que ...



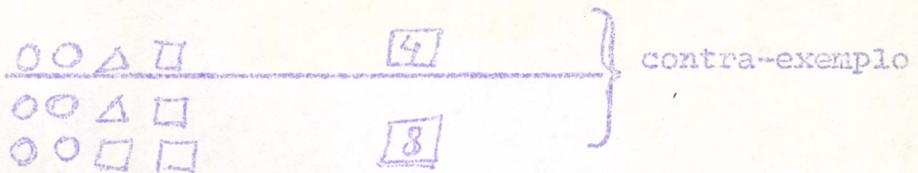
Completa:

- 1 caixa      6 ovos
- 2 caixas    12 ovos
- 3 caixas    \_\_\_\_\_
- 4 caixas    \_\_\_\_\_
- 5 caixas    \_\_\_\_\_
- 6 caixas    \_\_\_\_\_
- 7 caixas    \_\_\_\_\_
- 8 caixas    \_\_\_\_\_
- 9 caixas    \_\_\_\_\_
- 10 caixas   \_\_\_\_\_

Qual o dobro?



Achei o dobro?



Formar grupos com o mesmo nº de objetos colocando em linhas e colunas:

Indica na tabela os resultados, usando os símbolos (sinais)



|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 10 | 16 | 6  | 24 | 28 | 5  | 45 |
| 18 | 40 | 50 | 72 | 32 | 31 | 16 | 65 |
| 60 | 15 | 59 | 18 | 68 | 14 | 90 | 35 |
| 31 | 13 | 20 | 37 | 40 | 24 | 84 | 26 |
| 30 | 79 | 11 | 24 | 63 | 36 | 51 | 36 |

## MULTIPLICAÇÃO

A operação de multiplicação exige um cuidado no que se refere a en focar as idéias distintas que levam ao uso de uma mesma operação chamada "multiplicação": - Idéia de União de Conjuntos Disjuntos (Aplicação)

- Idéia de Combinações

- Idéia de Ordenação num plano (Produto Cartesiano)

O professor deve explorar as propriedades de operação sempre que possível, de sugestões de Atividades para desenvolver o conceito de multiplicação.

1- Material = \_\_\_ Geoplano

Atividades:

1. Constrói figuras geométricas diferentes e compara com as das colegas do grupo.
2. Verifica entre as figuras construídas quais as que ocupam linhas e colunas (completas).
3. Constrói: O menor quadrado possível \_\_\_ e responde as perguntas abaixo, O maior quadrado possível \_\_\_ após cada construção:  
O menor retângulo possível \_\_\_  
O maior retângulo possível \_\_\_  
- Quantas linhas? Quantas colunas?  
- Quantos pregos nas linhas? Quantos pregos nas colunas?  
- Quantos pregos no interior da figura? Por que?
4. Constrói e analisa com as perguntas acima:  
- um quadrado de 16 pregos - um quadrado de 21 pregos.  
- um retângulo de 15 pregos - um paralelograma de 8 pregos.  
- um retângulo de 4 pregos - um paralelograma de 12 pregos.
5. A que operação conduz, uma figura formada por linhas e colunas completas?

2- Material \_\_\_ Figuras geométricas em madeira

Atividades:

1. Observa todas as figuras.  
Quantas formas há? Quais são elas?  
Existe uma mesma forma em tamanhos diferentes? Quais?
2. Com que figuras eu posso compor: um quadrado?  
um retângulo?  
um paralelograma?
3. Toma um quadrado grande e tenta cobri-lo com figuras pequenas, usando um tipo de cada vez. Quando isto foi possível?

4. Com as peças pequenas posso construir figuras formadas de linhas e colunas? Quais são elas?

3- Material \_\_\_\_\_ Plaquas a Trous (ou semelhantes) - "Resta Um" - Pisos em Tabuleiro)

Atividades:

- 1. Constrói todas as figuras possíveis completando linhas e colunas.
- 2. Que figuras eu construo quando uso:

- 2 linhas e 3 colunas
- 2 linhas e 5 colunas
- 5 linhas e 2 colunas
- 4 linhas e 4 colunas

Quantos pinos usaste para preencher estas figuras?

- 3. Constrói um paralelograma com 15 pinos e responde:

- quantas linhas? quantos pinos nas linhas?
- quantas colunas? quantos pinos nas colunas?

- 4. Verifico se é possível construir as figuras abaixo e justifica:

- um quadrado com 16 pinos - um paralelograma 4 pinos
- um retângulo com 18 pinos - um quadrado com 12 pinos.

- 5. Constrói e analisa em termos de linhas, colunas e pinos:

- o menor quadrado
- o maior quadrado

- 6. A que operação conduz, uma figure formada de linhas e colunas completas?

4- Material \_\_\_\_\_ Jogo infantil Primeiras palavras (profissões)

AAatividades:

- 1. Verifique o verso da caixinha. Vamos trabalhar com uma atividade semelhante a nº 3.

Cada elemento do grupo deverá tomar os seguintes cartões:

1º elemento - 3 corpos e 4 cartões de pernas - e com eles fazer todas as figuras exóticas possíveis.

2º elemento - 2 corpos e 3 cartões de pernas

3º elemento - 6 corpos e 2 cartões de pernas

4º elemento - 1 corpo e 3 cartões de pernas.

- 2. Anota quantas figuras foi possível fazer e justifica a tua resposta.

- 3. Agora trabalha em conjunto e façam estas figuras exóticas com:

| corpos | e | pernas | corpos | e | pernas |
|--------|---|--------|--------|---|--------|
| 5      |   | 3      | 4      |   | 4      |
| 8      |   | 2      | 8      |   | 5      |

- 4. Com que combinações eu posso fazer:

12 figuras exóticas?

5 figuras exóticas?

5. A que operação conduz esta brincadeira?

5- Material \_\_\_\_\_ roupas de crianças (3 blusas; 5 saias)

Atividades:

1. Observem as roupinhas que Ana fez para sua bonequinha Susi.

Quantas saias Ana fez?

Quantas blusas Ana fez?

2. Susi irá ao aniversário de Emília que roupa você escolheria para Susi usar?

3. Escolham 3 saias e 2 blusas e verifiquem quantos trajes é possível fazer para Susi?

4. Quantos trajes diferentes a Susi pode fazer, combinando todas as saias e todas as blusas?

Procura justificar esta resposta usando o quadro cartesiano.

6- Material Tabelas com Merenda Escolar

Atividades:

1. Observem o quadro e respondam:

- quantos líquidos?

- quantos sólidos?

2. A merenda é sempre composta de um líquido e um sólido e isto faz com que haja um cardápio variado.

Cada elemento do grupo deverá escolher um líquido e um sólido para sua merenda e assinalar no quadro a sua escolha.

3. Se a encarregada da merenda escolher dois líquidos e 3 sólidos que merenda ela poderá oferecer às crianças?

4. Que merendas eu faço com:

o suco de uva, guaraná, bolo e sanduiche?

o suco de laranja, bolacha, cachorro quente e bolachinha?

5. Combinando todos os líquidos e sólidos que merendas a escola pode oferecer?

Quantas ruas horizontais há no quadro?

Quantas ruas verticais há no quadro?

Quantos espaços podem ser preenchidos?

Quantos sucos?

Quantos sólidos?

Quantas merendas?

6. A que operação conduz este cardápio completo?

7- Material - Saquinhos transparentes e fichas

Atividades

Formar conjuntos com mesmo número de fichas nos saquinhos.

Quantos elementos existem em cada subconjunto (saquinho)?

Quantos ao todo (em todos saquinhos)?

Então, em... subconjuntos, com... elementos há ... elementos ao todo.

É conveniente trabalhar com conjuntos de 3, 2, 4, 5, 7 elementos como também vazio e unitário no decorrer deste trabalho surge a necessidade de símbolos matemáticos para representar esta atividade.

3 conjuntos com 4 elementos é igual a 12.

3 vezes o quatro é igual a 12.

$$3 \times 4 = 12$$

8- Material: Cartões com figuras de meninos e

Cartões com figuras de meninas

Atividades

Cartões com 5 meninas e 7 meninos (com nomes)

- Supor que estas crianças estão num clube. Numa certa festa com danças folclóricas inventaram a seguinte regra: Cada menino deve dançar com cada menina somente uma vez e tem que dançar com todas.

Quantos pares foram formados na festa?

9. Materiais Estruturados (tipo Blocos Lógicos) - Como é possível saber o número de peças?

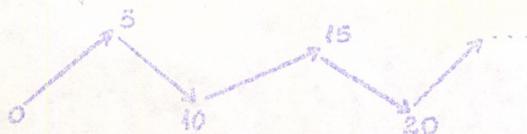
Sugestões de Atividades de Representação Gráfica.

1. Desenhos



2. Jogos orais de contagem de 2 em 2, 3 em 3, 5 em 5, ... como também escrita de seqüências deste tipo.

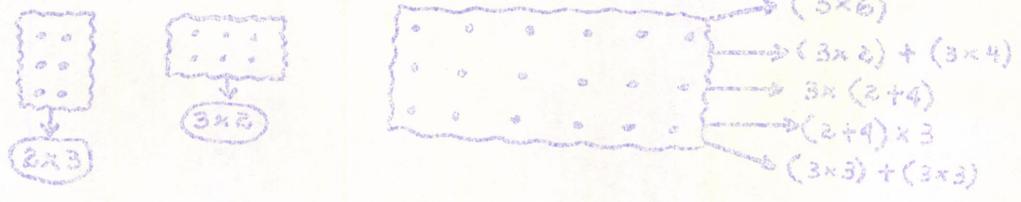
3. Sequências em ordem crescente e decrescente



4. Tabelas de dupla entrada

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 3 | 4 | 6 |
| 1 |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |
| 7 |   |   |   |   |

5. Representação de pontos no plano



6. Expressões com multiplicação - Probleminhas envolvendo combinações que devam ser ilustrados. (saias e blusas secas e molhadas)



7. Quadros

| Representação | Operação | Resultado |
|---------------|----------|-----------|
|               |          |           |

8. Reta numerada



Técnica Operatória

Para que uma criança domine e compreenda a técnica operatória da multiplicação é necessário que ela domine:

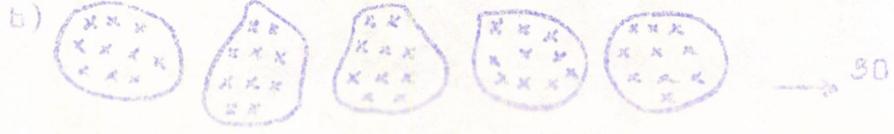
- os princípios do Sistema de Numeração Decimal
- os fatos básicos da multiplicação
- as propriedades, distributiva e associativa
- a multiplicação de um nº de um algarismo por 10.

Para que a criança domine este último requisito o professor pode utilizar-se dos seguintes recursos.

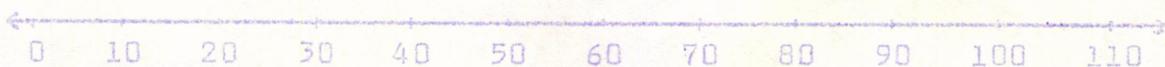
- Contagem de 10 em 10
- material manipulativo (realizar a multiplicação baseada na reunião de conjuntos equipotentes)
- usar a reta numerada

Ex:  $5 \times 10$

a) dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta



c)

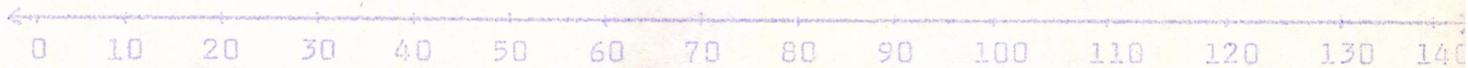


Gradação das Dificuldades

1. Multiplicação de um nº de um algarismo por dezenas exatas . ex:

$3 \times 40$

a. Usando a reta numerada, onde são registradas apenas as dezenas



O professor pode perguntar: "Quantas dezenas há em 40? Quatro

"De acordo com a operação, quantos pulos de quatro dezenas devemos dar?" Três

"Até que número teremos pulado? Até 120

"Em 120 quantas dezenas há?" Doze

b. Utilizando a decomposição

ex:  $3 \times 40$  decompondo 40 em  $4 \times 10$

$3 \times (4 \times 10) = (3 \times 4) \times 10 = 12 \times 10 = 120$  O último estágio consiste no domínio da multiplicação por 10.

2. Multiplicação de um nº de um algarismo por um de dois

ex:  $5 \times 17$

Processo Longo:

Notação vertical

$5 \times 17$

1º estágio

2º estágio

3º estágio

$5 \times (10+7)$

$10 + 7$

$17$

$17$

$(5 \times 10) + (5 \times 7)$

$\begin{array}{r} \times 5 \\ 10 + 7 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 5 \\ 17 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 5 \\ 17 \\ \hline \end{array}$

$50 + 35$

$50 + 35 = 85$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 85 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$

$50 + (30 + 5)$

$\begin{array}{r} 50 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$

$50 + 30) + 5$

$\begin{array}{r} 85 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$

$80 + 5$

85

3. Multiplicação de dois números de dois algarismos Cx:  $27 \times 35$

Processo Longo

Notação vertical

$27 \times 35$

1º estágio

2º estágio

$(20 + 7) \times 35$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$(20 \times 35) + (7 \times 35)$

$\begin{array}{r} 27 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 27 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$[20 \times (30 + 5)] + [7 \times (30 + 5)]$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 27 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 35 \\ \times 27 \\ \hline \end{array}$

$[(20 \times 30) + (20 \times 5)] + [(7 \times 30) + (7 \times 5)]$

$\begin{array}{r} 270 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 700 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$600 + 100 + 210 + 35$

$\begin{array}{r} 100 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$600 + 100 + 200 + 10 + 30 + 5$

$\begin{array}{r} 600 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$900 + 40 + 5$

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

945

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 945 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$

### 3. Multiplicação de duas dezenas exatas:

É importante que o aluno tenha aprendido que 10 vezes 10 é igual a 100 para que possa realizar com significado operações como esta por exemplo:  
40 X 50

Processo Longo

$$\begin{array}{l} 40 \times 50 \\ (4 \times 10) \times (5 \times 10) \\ 4 \times (10 \times 5) \times 10 \\ 4 \times (5 \times 10) \times 10 \\ (4 \times 5) \times (10 \times 10) \\ 20 \times 100 \\ 2000 \end{array}$$

OBS: Faz-se necessário que a criança realize várias operações semelhantes a esta, pois através de situações variadas e da análise de que ocorrerá durante o processo ela chegará à generalização o que lhe permitirá a partir da operação 40 X 50 chegar diretamente ao resultado.

## OPERAÇÃO - SUBTRAÇÃO

A operação subtração é mais complexa do que a adição e exige do professor o cuidado de trabalhar com as três idéias que a mesma abrange:

1. idéia subtrativa
2. idéia comparativa
3. idéia aditiva

Entretanto, se partirmos das experiências vividas, pelos alunos, veremos que apesar de não haver, ainda, um trabalho sistemático, nessas experiências aparecem estas três idéias de subtração.

É comum ouvir-se dos nossos alunos, já no início da 1ª série, conversas como estas:

1. "QUE PENA ! No meu estojo havia dez lápis, mas eu perdi dois. Agora só tenho oito."

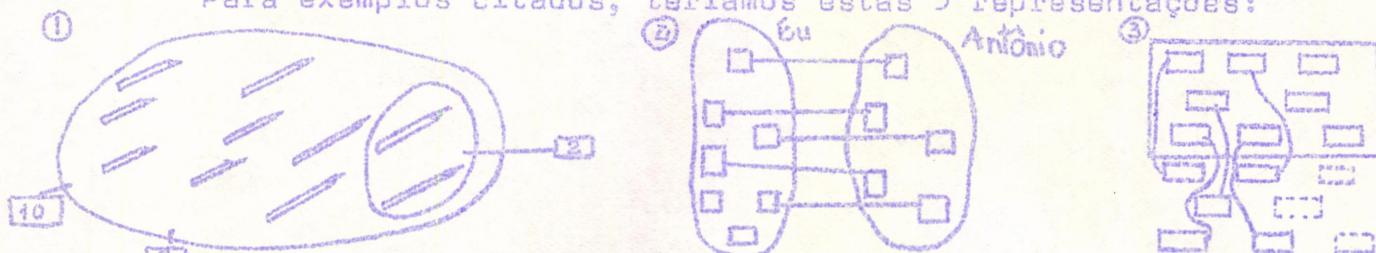
2. "Prof. o Antônio trouxe cinco caixinhas para o trabalho e eu trouxe sete. Eu tenho duas a mais do que ele".

3. " Na terceira página de meu álbum eu tenho que colar oito figurinhas. Eu já consegui cinco. Só faltam três."

Portanto, o professor pode fazer uso destas situações e criar outras semelhantes, apresentando-se a turma que deverá interpretá-las quer oralmente ou através de gráficos e buscar uma solução.

As situações que envolvem matemáticas podem ser apresentadas desde cedo, mesmo antes da criança saber ler e escrever.

Para exemplos citados, teríamos estas 3 representações:

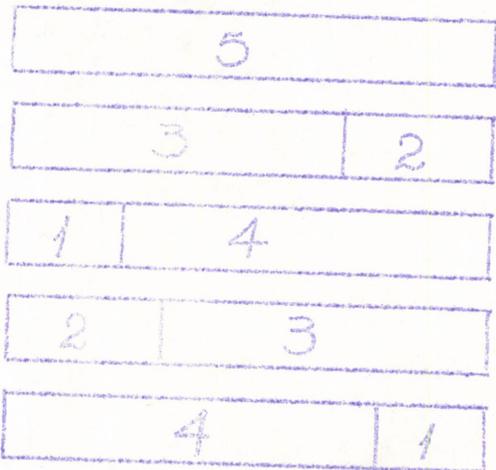


Na primeira representação, estamos trabalhando com operação-complementação (operação com conjuntos que embasa a subtração). Muitos outros jogos podem ser realizados com situações que envolvem as próprias crianças ou com materiais concretos estruturados ou não.

Na 2ª e 3ª representação, estamos utilizando a correspondência - termo a termo, a qual envolve trabalho de "Relação". com uma série de sugestões.

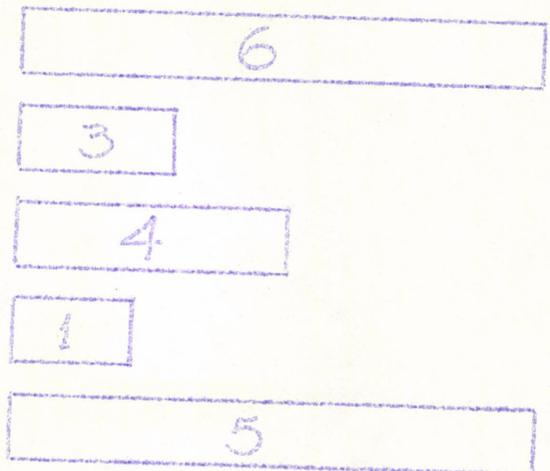
Com o material de Cuisenaire muitos jogos podem ser feitos, buscando a sistematização dos fatos básicos.

A) Construir todos os trenzinhos equivalentes:



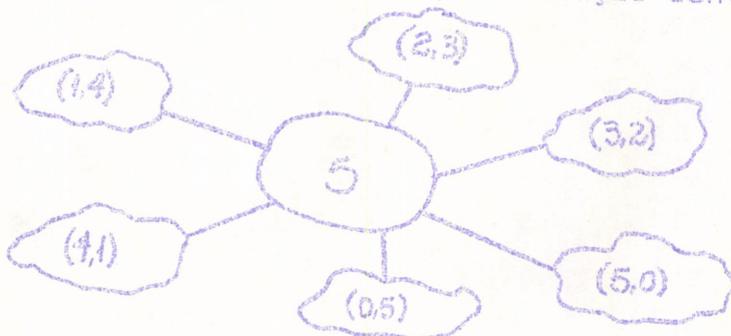
Agora, retirar um vagão de cada trenzinho. O que aconteceu?

B) Observar os trenzinhos e os vagões:



Que vagão está faltando em cada trenzinho, para formar os seis?

Na descoberta dos fatos básicos, podemos utilizar material de contagem, trabalhando com a complementação dentro do jogo "Família dos Números"



Uma vez descobertos os fatos básicos, da subtração, o aluno deve memorizá-los através de jogos tais como: cartões relâmpagos, dominó, bingo, memória.

Quanto à técnica operatória, podemos trabalhar junto ao sistema de numeração, usando o Quadro de Pregas ou Quadro de Valores. (Este trabalho operatório será semelhante ao da Adição, realizando trocas nas ordens). Pode também ser usado Ábaco.

SUBSÍDIOS DO

I.E. FLORES DA CUNHA ESCOLA ESTADUAL DE 1º e 2º GRAUS  
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

OPERAÇÃO ADIÇÃO

Conteúdos

- Operação União Operação adição
- Emprego dos sinais +, =, ( )
- Fatos básicos
  - descoberta
  - fixação
- Propriedades
  - Comutativa
  - Associativa
  - Elemento neutro
  - Distributiva
- Técnica operatória

Materiais

- Não Estruturados
  - material manipulativo - palitos e atilhos
  - Fios de lã - saquinho e fichas
  - flanelógrafo
  - quadro de pregas - cartões U.D.C
- Estruturados
  - Blocos lógicos
  - Cuisenaire
  - Multibase
  - Ábaco Multibase

Pré-requisitos

- Topologia (curvas fechadas, interior, exterior, regiões)
- Conjunto (elemento, relação de pertinência, inclusão, relação entre conjuntos)
- Lógica (atributo, conectivo ou)
- Simbologia
- Conceito de igualdade

Inicialmente convém lembrar que uma aprendizagem significativa se dá através da interação sujeito/meio e que, em se tratando de cálculos, ele surge sempre de situações problemas. É necessário que se apresente às crianças situações que possam ser "traduzidas" através de uma linguagem da própria criança, como por exemplo: uso de objetos, desenhos, gráficos, etc... (depen

dendo da fase em que ela se encontra) e a respectiva correspondência com símbolos numéricos.

Para que a criança compreenda o problema não basta que se lhe pergunte "que conta deve ser feita". Se uma criança souber como adicionar mas, não quando adicionar, seu conhecimento é bastante inútil.

Torna-se evidente que há uma diferença entre o significado da adição e saber como executar os processos computacionais relacionados. Ainda que se ja possível se aprender o último de cor, é de se duvidar que assim fazendo, se obtenha objetivos educacionais que valham a pena. Devemos ainda ter presente os princípios básicos da aprendizagem em Matemática e neste momento de vemos dar uma atenção especial ao "Princípio Dinâmico ou de Construtividade" tendo em vista que os conceitos são construções por parte do sujeito. Estas construções se dão através da ação que pode ser: Concreta, Figurada e Verbal.

No presente trabalho a Adição será embasada na operação União entre conjuntos e exploradas as propriedades da Adição, visando o domínio dos conceitos que facilitarão a resolução de problemas.

#### I ATIVIDADES PRELIMINARES - UNIÃO DE CONJUNTOS

As primeiras atividades podem surgir de situações como estas, propostas inicialmente pela professora e que deverão se repetir quantas vezes forem necessárias.

1. "Hoje vamos trabalhar com o conjunto dos alunos desta turma. Eu pensei no conjunto das crianças que estão de calças compridas."

(solicita que as crianças venham para dentro da linha fechada, colocada no chão e lança perguntas para analisar a atividade.)

2. Agora pensei em outro conjunto: o conjunto das crianças que estão de óculos

(procede como na atividade anterior) A seguir a professora lança o seguinte desafio: Nós poderíamos reunir os dois conjuntos que foram criados? De que maneira?

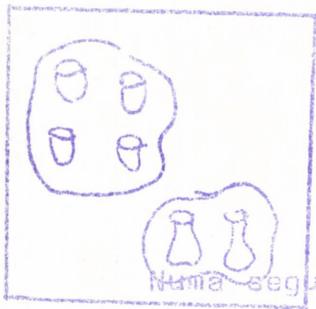
(a professora aproveita as contribuições das crianças, conduzindo-as na resolução da tarefa)

O novo conjunto, ou seja, o conjunto união será assim definido: Conjunto dos alunos que estão de calças compridas ou estão de óculos.

OBS: Tendo em vista que a operação União, entre dois conjuntos, disjuntos A e B origina um novo conjunto, formado pelos elementos pertencentes a A ou B, é interessante que, desde as primeiras atividades, a professora procure fazer as crianças a entenderem este conceito. Para isso a professora

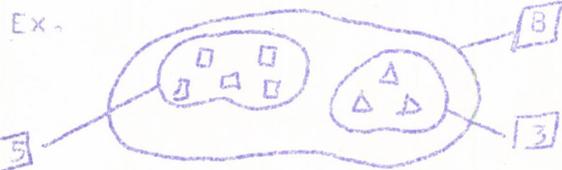
poderá proceder da seguinte maneira: ao realizar as atividades nº 1 e 2, ele coloca uma linha fechada de cor azul, por exemplo, para cada conjunto foi criado. E, ao criar o conjunto União ele substitui as linhas azuis por uma linha fechada vermelha, por exemplo. Assim procedendo ele estará preparando as crianças para criarem uma representação significativa.

Atividades semelhantes as de nº 1 e 2 devem ser realizadas também com materiais tais como: figuras e flanelógrafo, materiais manipulativos e materiais estruturados. Nestes momentos é importante que o professor participe da atividade, lançando perguntas que auxiliem os alunos.



Ex: Utilizando figuras e flanelógrafos a professora ou os alunos criam conjuntos. Para realizar a o peração união a professora pode lançar as seguintes perguntas: Quantos copos? Quantas garrafas? Quantos objetos ao todo?

Numa segunda etapa, estas atividades podem ser acrescidas com o emprego de etiquetas, contendo o numeral correspondente a cada conjunto, inclusive o conjunto União, bem como a busca da representação da atividade.



Quantos quadrados? R. 5  
 Quantos triângulos? R. 3  
 Quantas figuras ao todo? R. 8

A partir deste momento é oportuno que o professor apresente atividades semelhantes a estas.



uso de fichas mimeografadas.



e é também o momento indicado para o

## II ADIÇÃO

Quando passamos ao grau de abstração, no qual nós consideramos somente o número de elementos nos conjuntos, a operação paralela não é com conjuntos, mas com números. A operação, então, é a operação adição.

Podemos representar esta operação, utilizando os numerais.

Exemplo:

Operação União



Operação Adição

$$3 + 5 = 8$$

O número de elementos da União de dois conjuntos A e B disjuntos é igual a soma dos números dos elementos desses conjuntos. O objetivo deste desenvolvimento é que as crianças compreendam ser a adição uma operação com números e união a operação entre conjuntos.

### III EMPREGO DOS SINAIS

Considerável cuidado deve ser dispensado ao uso dos símbolos da operação adição. As crianças devem ser encorajadas a ler uma sentença matemática, com cada símbolo, tendo significado explícito.

Uma compreensão da relação de igualdade é fundamental para o trabalho das crianças com expressões como esta por exemplo:  $2 + 3 = 5$

O símbolo "=" divide a sentença em duas partes que a criança deve trabalhar individualmente. O "balanço" da igualdade, a idéia de que um lado representa a mesma coisa que o outro lado é importante para que a criança interprete, equacione e resolva problemas do tipo: "Que nº adicionado a 2 é igual a 5? De fato as crianças devem apreender a encontrar a solução de uma equação, primeiramente, localizando o símbolo para igualdade e depois determinando as solicitações deste problema nos termos que a relação deste símbolo expressa.

No exemplo dado  $2 + \underline{\quad} = 5$ , o número omitido não é a soma dos números dados.

Mas se não houver um trabalho significativo, mesmo a criança que saiba a soma de 2 e 3 podem responder incorretamente quando, pela primeira vez enfrenta um exercício como este:  $2 + \underline{\quad} = 5$ . O erro comum é escrever "7" na lacuna, pois ela responde ao símbolo que expressa a importante relação na sentença, o sinal "=".

A tarefa consiste em encontrar o termo que falta da sentença de modo a torná-la verdadeira.

Um trabalho sobre simbologia será um pré-requisito para o emprego dos símbolos "+" e "=" da operação adição. Há autores que utilizam inicialmente as expressões "mais e" e "é o mesmo que" ou "igual a" e as vão substituindo paulatinamente pelos símbolos matemáticos.

Um recurso que pode ser utilizado com o objetivo de clarificar o uso do sinal de igualdade entre dois membros, seria o de laçar cada um deles.

Ex:  $3 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

### IV FATOS BÁSICOS DA ADIÇÃO

Os fatos básicos da adição consistem de soma obtida pela combinação de cada número de um algarismo com cada outro nº de um algarismo e consigo mesmo. Estes fatos são chamados básicos porque, com este conhecimento do

e o conhecimento do transporte, se é capaz de somar quaisquer dois números.

A adição presente com fatos básicos que podem ser assim agrupados:

- 19 fatos envolvem o zero em uma das parcelas. (ex:  $0 + 7,5 + 0$ )

- 09 fatos apresentam parcelas iguais (ex.  $2+2,9+9$ )

- 72 fatos apresentam parcelas desiguais (ex.  $3 + 5,8 + 3$ )

O conhecimento da criança sobre o conceito da propriedade comutativa reduz o número de fatos que ele precisa fixar.

Além do agrupamento já mencionado os fatos básicos podem ser classificados - em fáceis e difíceis. Os fatos fáceis são aqueles cuja soma é inferior ou igual a 10 e os fatos difíceis cuja soma é maior de que 10.

Assim a aprendizagem dos fatos básicos da adição deve atender a uma gradação de dificuldades e estar relacionada a estes pré-requisitos: - conceito de número, princípio do sistema de numeração (agrupamento e valor posicional)

#### Como trabalhar os fatos básicos da Adição

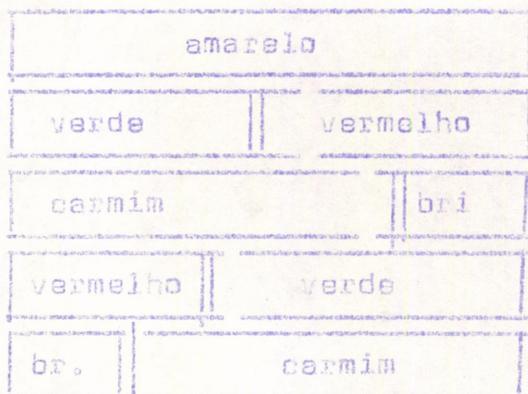
Como já vimos há recursos que são muito úteis para trabalhar os fatos básicos da adição e aqui já foram citadas atividades envolvendo as próprias crianças, flanelógrafo e figuras e materiais de contagem. O que se faz necessário agora é levar as crianças às descobertas dos fatos básicos e para isto sugerimos as atividades que seguem com os respectivos materiais:

a) Jogo do trenzinho - Material de Cuisenaire

Obs: Sendo "Cuisenaire" um material estruturado não devemos esquecer as etapas que premedem os jogos estruturados.

O jogo do trenzinho consiste no seguinte: a professora apresenta uma barra (por ex: a barra amarela, barra 5), dizendo ser um trem formado de um só vagão e que as crianças deverão procurar todas as possibilidades de criar trens formados de 2 vagões que tenham o mesmo tamanho do trem apresentado por ela.

Assim ficará o trabalho:



Durante a construção, a professora deverá circular na sala observando, comentando, aproveitando as oportunidades que surgirem.

Talvez num primeiro momento não haja necessidade de registro da atividade, posteriormente a professora pode sugerir que represente-a, deixando que a representação seja sugerida pela própria criança.

Entre as representações, estas são as mais comuns

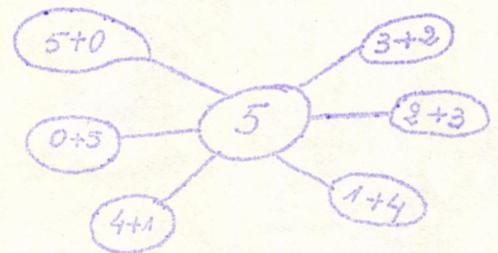
- reproduzir toda a construção usando as próprias barrinhas
- representar os "vagões" com uma mancha que corresponde a cor da barrinha verde vermelha.
- usar os numerais correspondentes aos "vagões" - por ex: 2 e 3 ou  $2 + 3$  ou 2,3.

Este jogo leva à construção das famílias numéricas e a professora pode trabalhá-las conforme o rendimento da turma.

b) Jogo das famílias - material de contagem, bandejas de 2 cores e cartões- com numerais.

A atividade pode ser realizada em pequenos grupos e a professora propõe da seguinte maneira: Hoje vamos trabalhar com a quantidade sete. Cada grupo deverá procurar todas as possibilidades de, usando 2 bandejas de cores diferentes, criar dois conjuntos que reunidos formem a quantidade sete. Ao final da atividade, cada grupo terá formado a família do sete.

O emprego dos cartões, contendo numerais e a representação poderão surgir posteriormente.



Fixação dos fatos básicos

Uma vez elaborado o conceito de adição e realizada a descoberta dos fatos básicos surge a necessidade da fixação dos mesmos, pois facilitará a resolução de cálculos. Entretanto o professor deve realizar atividades e jogos variados que estimulem a criança, pois o simples "estudar" os fatos se torna repetitivo e enfadonho tanto para a criança como para a professora.

Dentre os jogos podemos realizar:

- Jogo do Bingo

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 1 | 8 | 3 | 6 |
| 4 | 2 | 9 | 9 | 5 | 7 |

cartões individuais

$5+4$

$0+5$

$2+1$

- Jogo da Memória

9

$4+5$

3

$2+1$

- Jogo do Mico

8

$4+4$

5



- Dominó

|   |     |   |     |   |     |   |     |
|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| 6 | 4+3 | 7 | 2+2 | 4 | 5+3 | 8 | 2+1 |
|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|

- Cartões relâmpagos

- Jogos com dados

#### V PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

Durante o estágio em que a criança estiver descobrindo os fatos básicos da adição deve-se também levá-la a descobrir a propriedade do elemento neutro e a propriedade comutativa da adição.

O conhecimento da criança sobre o conceito de propriedade do elemento neutro (não o nome, mas o conceito) reduz o nº de fatos que ela precisa memorizar. A idéia de que zero somado a um nº inteiro  $x$  dá uma soma igual ao nº inteiro é um conceito importante a ser desenvolvido.

A atividade b sugerida no item IV é a que oportuniza de maneira mais significativa a descoberta desta propriedade. Ao organizar todas as possibilidades de se ter por ex. cinco elementos em duas bandejas, podem surgir estes pares:

( , ) ( , ) caso só surjam os pares (4,1) - (1,4)(3,2) (2,3) a professora pode levá-los a encontrar os dois anteriores, argumentando que ainda faltam pares no jogo do cinco.

Uma segunda propriedade da adição, útil ao ensino dos fatos básicos, é a propriedade comutativa. Quando se pode designar o mesmo total sem precisar levar em conta a ordem do par de números, dizemos que a propriedade comutativa se aplica a essa operação. O fato de que  $3 + 4 = 4 + 3$  é um exemplo da propriedade comutativa da adição.

A descoberta da propriedade comutativa reduzirá também o nº de fatos básicos a serem memorizados e sua descoberta se faz através das atividades a e b do item IV.

Ex: Jogo do trenzinho

jogo das bandejas

Uma vez descoberta a aplicação da propriedade comutativa, a criança pode resolver problemas cuja solução requeira essa aplicação, como os representados pelas sentenças matemáticas:

a)  $3+6 = \square$

b)  $6+ \square = 5+6$

c)  $3+ \square = \square + 3$

$6+3 = \square$

$3+ \square = \square + 3$

$\square + 9 = 9 + \square$

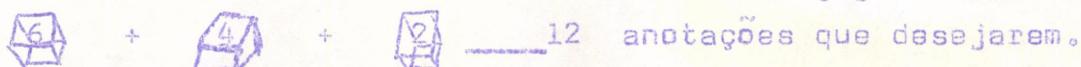
Observe que em cada sentença do exemplo a "qualquer" nº serve para resolver este problema" ao colocar esta afirmação ou ao aplicá-la o aluno de

monstrará ter chegado a generalização da propriedade comutativa. Assim é possível oferecer-se sentenças do Tipo:  $\square + \triangle = \triangle + \square$

Uma terceira propriedade que desempenha importante papel da adição é a propriedade associativa. Conhecer a relação  $(a+b) + c = a + (b+c)$  entre números naturais é interessante pois a mesma desempenha importante papel para a aprendizagem desta adição - envolvendo três ou mais parcelas e para estender o conceito de adição além dos fatos básicos.

Num primeiro momento pode-se oferecer às crianças o "jogo dos 3 dados": sucessivamente as crianças do pequeno grupo jogam os três dados.

Vencerá a que obtiver maior nº de pontos na soma dos três dados, por ex:



Num segundo momento pode-se oferecer o exemplo de uma jogada:  $3 + 8 + 2$  e pedir que eles dêem a soma desta e pedir que expliquem como realizaram a operação para que chegassem a este resultado e finalmente que representem o processo realizado. Possíveis processos e representações.

$$\boxed{3 + 8} + 2 = 13$$

$$11 + 2 = 13$$

$$3 + 8 + 2 = 13$$

$$11 + 2 = 13$$

$$3 + \boxed{8 + 2} = 13 \quad (3+8)+2 = 3+(8+2)$$

$$3 + 10 = 13$$

$$3 + \boxed{8 + 2} = 13$$

$$3 + 10 = 13$$

O emprego do parêntese surgira como a forma usada para indicar a escolha do par de números que for somado primeiro. A constatação de que o resultado final não se altera, qualquer que seja a escolha do par de nºs. que deve ser somado primeiro, evidencia a compreensão da propriedade associativa. Com isso, a criança pode resolver problemas como os representados pelas sentenças matemáticas.

a)  $(4+9) + 3 = \square$

b)  $(4+9) + 6 = 4+(\square + 6)$

c)  $(3+4) + \square = 3+(4 + \square)$

$4 + (9+3) = \square$

$3 + (\square + 2) = (3+5) + 2$

$(9 + \square) = 9+(\square + \triangle)$

Pode-se ainda uma vez aprendida a propriedade associativa dar à criança sentenças do tipo  $(\square + \triangle) + \diamond = \square + (\triangle + \diamond)$  e pedir a ela que inventa problemas que tornem as sentenças verdadeiras.

Como se pode observar até descobertas, logo, compete à professora estruturar situações que promovam essas descobertas e que as mesmas levem as crianças a chegarem a generalizações.

#### VI TÉCNICA OPERATÓRIA

Para que a criança passe da habilidade de adicionar números formados

por dezenas e unidades e posteriormente formados pelas demais ordens é indispensável o domínio dos princípios do sistema de numeração. A habilidade de decompor um número e também a de expressar um numeral decomposto, pré requisito para a adição de n.ºs. representado por numerais de 2 ou mais algarismos.

Com o objetivo de desenvolver essa nova habilidade, a professora poderá trabalhar em pequenos grupos ou em grande grupo, neste caso, usando o quadro de pregas, palitos, atilhos e "casinhas" unidades, dezenas, centenas. Além disso a professora pode seguir uma gradação de dificuldades com o objetivo de levar as crianças a dominarem gradativamente a técnica operatória da adição.

#### GRADAÇÃO

- a) adição de um número representado por um algarismo a outro representado por dois algarismos. Ex:  $13 + 6$
- b) adição de dezenas exatas Ex.  $20 + 30$
- c) adição de dois números representados por dois algarismos (sem reagrupamento) Ex.  $24 + 53$
- d) adição de um número representado por dois algarismos a outro representado por um algarismo (com reagrupamento) ex:  $34 + 8$
- e) adição de dois números representados por dois algarismos (com reagrupamento nas unidades e nas dezenas) ex:  $73 + 28$
- f) colunas de adição (seguindo a gradação apresentada de "a" a "e")

ex:  $4 + 2 + 1$

$3 + 6 + 9$

$20 + 30 + 10$

$12 + 25 + 11$

$25 + 15 + 36$

$36 + 24 + 65$

#### Primeiras atividades com material

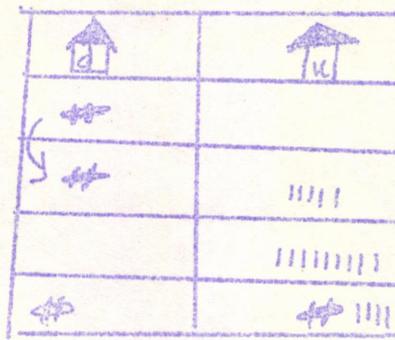
É importante que se relacione a atividade a uma história matemática. A professora coloca a história e depois, passo a passo, vai coordenando o trabalho dos alunos.

Por exemplo: Numa caixa havia quinze bombons (um aluno escreve o numeral no quadro de giz e representa-o no quadro de pregas) e Ana colocou mais nove bombons na caixa. Agora, quantos bombons há na caixa?

Quadro de Giz

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cdot 15 \\ + 9 \\ \hline \cdot 24 \end{array}$$

Quadro de pregas



Processo

- 15 + 9
- (10+5) + 9
- 10 + (5+9)
- 10 + 14
- 10 + (10+4)
- (10 + 10) + 4
- 20 + 4
- 24

OBS: A professora deve oferecer oportunidade aos alunos de realizarem várias adições semelhantes aos exemplos de cada um dos itens da graduação; num primeiro momento em grande grupo sob sua orientação depois em pequenos grupos e finalmente o trabalho será individual. O emprego do material dependerá da necessidade do aluno.

Pode também usar ábacos de diferentes tipos, inclusive construindo com os alunos, para desenvolvimento da técnica operatória.

Este trabalho foi elaborado por: MARLENE DE OLIVEIRA LEITE

#### BIBLIOGRAFIA

- D'AUGUSTINE, Charles H. Métodos modernos para o ensino da matemática. R. de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A. - 1970
- Fichas sobre fatos Básicos - existente no fichário do Laboratório de Matemática do IE.
- Polígrafo: Mathematics for Elementary School Teachers - cap. 3