I.E.GEN.FLORES DA CUNHA - ESCOLA ESTADUAL DE 1º e 2º GRAUS

INTRODUÇÃO A GEOMETRIA

Geometria é o estudo do espaço. Há diversos modos de encarar o espaço - daí as diversas geometrias.

As geometrias mais relacionadas com as experiências das crianças são: a topologia, a geometria projetiva e a geometria euclidiana.

Cada geometria estuda as propriedades das figuras que se mantêm invariantes por determinada transformação. Por exemplo, a geometria euclidiana estuda as transformações rigidas: rotações, simetrias, translações. Nas transformações rigidas, são mantidas: a forma da figura, os ângulos, a área, etc.

Atualmente, o estudo da geometria é iniciado pela geometria euclidiana. Historicamente falando, foi assim que a geometria iniciou e se desenvolveu. A geometria euclidiana foi estudada pelos gregos há 2000 anos e tem sido, até recentemente, a base da geometria ensinada nas escolas.

A geometria, como é introduzida atualmente na maioria das escolas, está estruturada na suposição de que a primeira concepção do espaço, na criança, é euclidiana. Piaget sustenta que esta suposição é incorreta. Sua afirmação baseia-se em pesquisas realizadas por ele e seus colaboradores em Genebra e confirmadas por testes muito interessantes realizados por Adrien Pinard e Monique Laurendeau na Universidade de Montreal (Canadá), com cerca de 700 crianças entre 2 anos e meio a 12 anos. A análise estatistica dos resultados destas pesquisas demonstrou que: no período de dois a três anos até seis a sete anos, as relações topológicas (de vizinhança, de fronteira, interior e exterior, etc) predominam sobre as transformações projetivas (sistemas de perspectivas) e as euclidianas (as distâncias, os ângulos, etc.).

Aos quatro anos ou cinco anos, o espaço projetivo e o espaço euclidiano começam a esboçar-se sobre a tela de fundo do espaço topológico. O projetivo e o euclidiano estão presentes nesta fase apenas como um esboço imperfeito.

Piaget resume: "Não antes que tenha decorrido um tempo considerável - após o domínio das relações topológicas, é que a criança desenvolve noções de geometria euclidiana e projetiva."

Encontramos nestas pesquisas a justificativa para oportunizar a exploração do espaço pelas crianças pequenas, iniciando por atividades e jogos de natureza topológica.

TOPOLOGIA

A topologia, como um ramo da matemática, é relativamente nova, não sendo desenvolvida até o século XIX.

A topologia estuda as propriedades que são invariantes sob movimentos elásticos. Na topologia, as figuras não são consideradas como rígidas ou fixas na forma. Elas podem ser esticadas ou comprimidas de modo que assumam uma forma diferente; porisso a topologia tem o apelido de "geometria da borracha".

Vamos fazer alguns experimentos com materiais para termos exemplos de transformações topológicas.

FICHA 1 -

<u>Determinação de partes de um espaço</u>

a - Pense nas diversas maneiras de determinar porções de espaço. A superfície interior das paredes da sala, a superfície do piso e do teto delimitam,por exemplo, o espaço que está no interior da própria sala. Igualmente, a superfície de sua pele delimita um espaço que é aquele que seu corpo ocupa.

b - Dê, agora, outras maneiras de determinar porções de espaço.

<u>Fronteiras</u>

Porções de espaço são separadas de outras porções de espaço por fronteiras. Essas fronteiras chamam-se superfície. A superfície exterior de um ovo separa o espaço ocupado pelo ovo do resto do espaço.

<u>A Fronteira de uma porção do espaço é uma superfície:</u>

Se tivermos, por exemplo, a superfície de uma bola e quisermos limitar uma parte dessa superfície, precisaremos desenhar uma linha.

<u>A Fronteira de uma porção de superfície é uma linha:</u>

Vamos considerar uma linha que seja uma fronteira. Se a percorrermos com um lápis sem levantá-lo, voltaremos ao ponto de partida ? (não é permitido voltar pelo caminho já percorrido). Se a resposta for afirmativa, esta linha é chamada fechada e a porção de superfície limitada pela fronteira é chamada de região.

FICHA 2 -

Tome um pedaço de borracha plana e desenhe nele nitidamente um quadrado.

Peça a um dos colegas que segure duas pontas da borracha e realize as seguintes tarefas:

a - Estique a borracha, tanto quanto puder, em todas as direções sem rasgá-la.

b - Peça a um terceiro colega que desenhe algumas das figuras obtidas ao esticar-se mais ou menos a borracha. (No estudo da topologia, podemos modificar a forma e o tamanho de qualquer figura).

c - Observe os cantos do quadrado. Estique o quadrado e veja se você pode fazer variar a forma desses cantos.

d - Observa a fronteira durante o esticamento. Mantém-se "contínua" ou aparece uma interrupção na linha, quando a esticamos ?

FICHA 3 -

Sobre a tira de borracha trace uma linha reta. Estique a borracha de várias maneiras e observe que modificações ocorreram.

Com a borracha não deformada, marque um ponto no meio da linha reta. O que acontece com este ponto, quando a borracha é esticada ? Repita esta experiência várias vezes, esticando a borracha de vários modos.

Trace uma linha reta paralela à linha anterior. Deformando a borracha, é certo que a linhas continuarão paralelas ?

FICHA 4 -

Tome um elástico e marque alguns pontos alinhados sobre ele.

Estique-o e após encurte-o, sem dobrá-lo.

Observe: os pontos vizinhos continuam vizinhos ? Os pontos não vizinhos permanecem vizinhos ?

FICHA 5 -

Tome outra vez a tira de borracha e desenhe agora uma outra figura cuja fronteira seja fechada:

a - Desenhe um ponto preto no interior da figura e um ponto vermelho no exterior.

b - Deforme a borracha de todas as maneiras possíveis (sem dobrá-la) e procure fazer com que o ponto preto apareça no exterior da figura.

c - Tente mais uma vez, procurando fazer com que o ponto vermelho apareça no interior da figura.

d - Você pode ligar o ponto preto ao ponto vermelho sem atravessar a fronteira mesmo que seja por meio de uma linha muito complicada ?

e - A linha que liga os dois pontos corta a fronteira ?

FICHA 6 -

Já sabemos que em topologia podemos modificar a forma de uma figura. Assim, pouco importa a natureza da figura que definimos como "fronteira fechada", porque, por meio de deformações, podemos obter formas diversas. Assim sendo, podemos empregar um pedaço de barbante, para representar uma fronteira. Este será nosso novo material de trabalho:

a - Coloque o barbante sobre a classe (e dê-lhe certa forma, sem amarrá-lo, para que a linha não seja fechada.

b - Faça novamente um ponto no interior da curvatura e um ponto vermelho no exterior. Verifique se é possível ligar os dois pontos sem atravessar a linha

c - Agora, tome o barbante e ligue duas pontas, fazendo um nó. Depois, dê diferentes formas a essa fronteira consevando o ponto preto no interior e o ponto vermelho no exterior. Verificando cada vez se você pode ligar o ponto preto ao vermelho, sem atravessar a fronteira.

FICHA 7 -

Tome um pedaço de papel grande não amassado e suponha-o infinitamente grande. O espaço dessa grande folha de papel, seria, então, o que poderíamos chamar de representação do plano.

Trace no papel uma linha que divida o plano em duas regiões.

1 - Pontos situados na mesma região :

Como pode você reconhecer que dois pontos estão situados na mesma região ? Escolha dois pontos nestas condições e experimente ligá-los por uma linha, sem atravessar a fronteira. Você precisa atravessá-la ? Se não precisa, os dois pontos, estão situados na mesma região.

2 - Pontos situados em regiões diferentes:

Escolha agora um ponto em cada umas das duas regiões. Experimente ligar estes dois pontos por uma linha que não atravesse a fronteira. Se você tiver que atravessá-la isto significará que os dois pontos escolhidos estão situados em regiões diferentes.

****

FONTES BIBLIOGRÁFICAS -

DIENES, Z.P. - "Topologia, geometria projetiva e afim"

COPELAND, R. - "How children learn mathematics"

ARNOLD, B.H. - "Intuitive conceps in elementary topology"

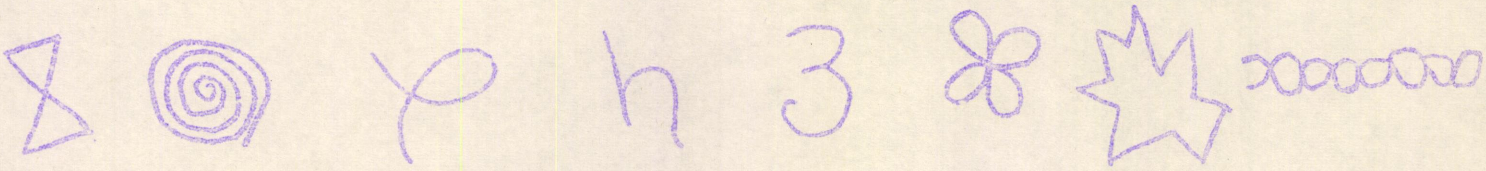
JOHNSON, DONAVAN § GLENN, Willian - "Topology- The Rubber- Sheet Geometry"

TRABALHO ELABORADO PELO CENTRO DE ASSESSORAMENTO PEDAGÓGICO

FICHA 8

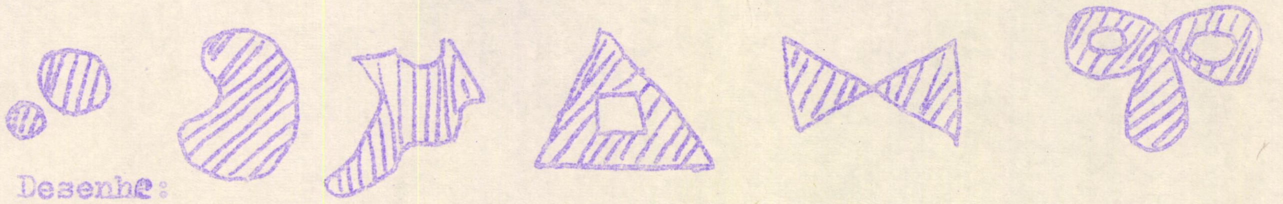
Uma linha é simples quando ela não se cruza consigo mesma. Ela é "não simples" quando se cruza, pelo menos uma vez.

1. Indique S para as linhas simples, e NS para as não simples.



2. Desenhe tres linhas simples e tres linhas não simples:

3. Abaixo, estão algumas fronteiras (lembre que a fronteira é uma linha fechada). Quando a fronteira for simples, indique S; se for não simples, indic NS.



4. Desenhe:

a) Fronteira não simples.

b) Linha não fechada simples

c) Linha não fechada não simples.

Obs: Sempre que não especificarmos o tipo da fronteira, estaremos supondo que seja simples.

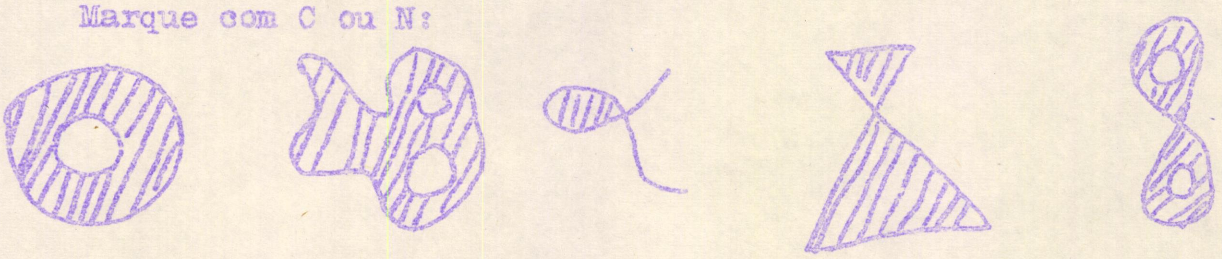
FICHA 9

Fronteiras conexas e fronteiras "não conexas"

Uma fonteira será conexa se pudermos passar de um ponto qualquer da fronteira para outro qualquer desta fronteira, deslocando-nos unicamente sobre a fronteira.

1. Examine as fronteiras ou linhas abaixo e indique se são conexas ou não.

   Marque com C ou N:

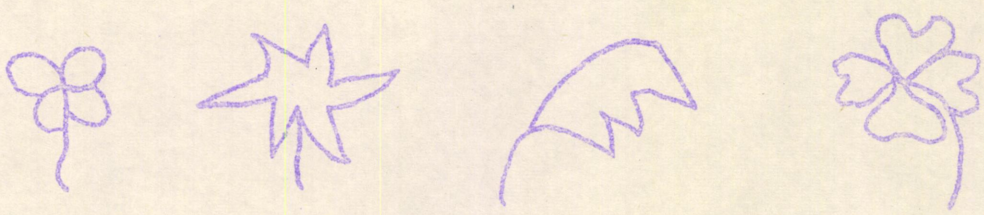


2. Desenhe aquilo que descrevermos e indique se as fronteiras são simples, não simples, conexas ou não conexas:

   a) As margens de um lago com duas ilhas.

   b) As margens de um lago sem ilhas

   c) O contorno das seguintes flores



   d) A fronteira do Brasil (não esqueça Marajó)

CENTRO DE ASSESSORAMENTO PEDAGÓGICO - CAP

FICHA 10

Sabemos que para determinar regioẽs é necessário traçar linhas fechadas (fronteiras)

1. Quantas fronteiras são necessárias para dividir o plano em duas regioẽs?

2. Se quisermos dividir o plano em 4 regioẽs, quantas fronteiras poderemos usar?

I. - Vamos agora trabalhar somente com fronteiras que não se cruzam.

3. Complet :

Para determinar 2 regioẽs, preciso de ________ fronteiras.

" " 3 " " " ________ "

" " 4 " " " ________ "

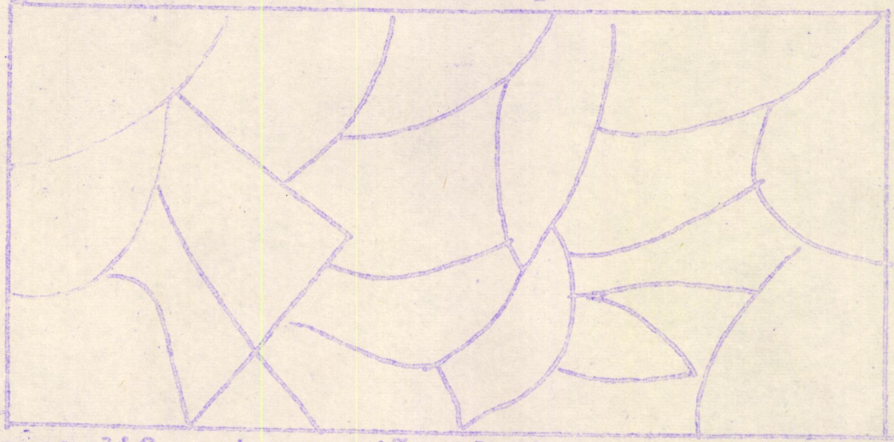
" " 5 " " " ________ "

" " 10 " " " ________ "

Poderia determinar uma regra para qualquer número de fronteiras?

FICHA 14

O desenho abaixo lembra um mapa



1. Pinta as diferentes regiões deste mapa,obedecendo a regra seguinte. Duas regiões vizinhas deverão ter cores diferentes,a menos que tenham apenas um ponto em comum.
   Nosso objetivo é usar o menor número possível de cores.
   Qual é o menor número necessário para este mapa?

2. Desenhe um outro mapa e divido-o de modo que tenha necessidade de apenas duas cores. (deverá ter mais de duas regiões.

3. Desenh outro mapa,agora sendo necessárias tres cores(o mapa deverá ter mia de tres regiões)

4. É possível desenhar um mapa de modo que mais de quatro cores sejam necessárias?