

HISTÓRIA DOS NUMERAIS

Tradução de BRUMFIEL, EICHOZ, SHANKS
"Fundamental Concepts of Elementary
Mathematics"-Addison Wesley Publi -
shing Company, Inc. Reading, Massa -
chusetts, London - 1962 - 340pág.

Neste capítulo, esboçamos parte da história dos numerais, de sua invenção, isto é, dos símbolos usados para representar os números. Estudaremos como se desenvolveu a arte de calcular. Através deste capítulo, procuraremos mostrar que os números são os mesmos, quaisquer que sejam os símbolos por nós usados.

Os mais primitivos esforços para representar os números estão perdidos nos mais obscuros recantos do passado, há centenas e centenas de anos. Somente uma coisa é razoavelmente segura, que em todas as civilizações o símbolo para o número um foi um simples sinal ou um simples traço vertical ou, talvez, horizontal. Números pequenos poderiam ser representados por vários desses sinais, mas, certamente, seria muito difícil escrever um milhão deles. Os problemas de adição são muito simples. Podemos escrever somas assim : $LLL + II = IIIII$

Foi, somente, quando o homem começou a viver em grupos, que se tornou necessário representar grandes números de uma maneira mais simples. E, tão distante quanto sabemos, não foi senão no início da vida nas cidades, há uns 5.000 anos, que foi inventado um conveniente sistema de numerais. Aparentemente, a civilização se desenvolveu, primeiramente, nos grandes e férteis vales dos rios da Europa e da Ásia. Os vales dos rios Nilo, Tigre e Eufrates e Iantse-Quiang foram o berço das civilizações. Nessas civilizações foi possível aos povos acumularem riquezas, através do comércio, fazer grandes negócios. Governos organizaram-se e taxas foram impostas. Para tudo isso, foi necessário um razoável e simples sistema de numeração.

Dessas civilizações passadas, nós estudamos os sistemas de numeração, que permanecem escritos em pedras, argila, madeira e papel.

Veremos, mais tarde, como foram laboriosamente decifrados, pelos homens, esses velhos símbolos.

Quando escrevemos o símbolo "4.357", os numerais 4, 3, 5 e 7 valem 4.000, 300, 50 e 7. Isso mostra a importância da propriedade que nosso sistema possui. Descreveremos essa propriedade dizendo que nosso sistema obedece ao princípio da posição decimal, isto é, o número que um numeral representa depende do lugar em que aparecem os algarismos no símbolo do número.

Outro fato importante que simplifica nossos cálculos e torna fácil estudar a Aritmética, é que existem somente dez símbolos para repre -

sentar qualquer número. Esses são os numerais hindu-arábicos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Descreveremos seu desenvolvimento mais tarde. Estes numerais são também chamados de dígitos. Vocês sabem porque?

Cada um dos dígitos, usado por si só, representa um único número. E, somente, quando escrevemos um número maior que nove este dígito pode representar dois ou mais números diferentes. Então, em 636, um "6" vale seis centenas e o outro seis.

Naturalmente os números foram introduzidos primeiro para comparar conjuntos ou coleções de coisas. Pelo uso dos números, podemos dizer quantos objetos há num conjunto particular. Levou o homem muito tempo para se decidir a usar um símbolo especial para o conjunto que não possuísse nem um elemento. Deve-se notar que o numeral "0" tem uma pequena propriedade especial, isto é, sempre representa o mesmo número. Por exemplo, no símbolo do número "3.003", o primeiro três representa três mil e o segundo representa, apenas, o número três. Mas cada símbolo "0" representa o número zero.

Na nossa linguagem moderna, há traços de outros sistemas para dizer quantos objetos existem num conjunto. Por exemplo, falamos em comprar uma dúzia de ovos ou uma grossa de lápis. Há sessenta minutos na hora e 360 graus no círculo. A idade de uma pessoa pode ser representada por "três vintenas e dez".

A única razão para que a base de nosso sistema seja dez é o fato de termos dez dedos. Outros povos civilizados têm usado 20 como base. Você pode conjecturar porque? Um exemplo é a civilização Maia, da América Central.

Exercícios;

1. Vocês viram os dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 escritos de uma outra maneira? Pode você e o seu colega que está sentado ao seu lado, fazer o "8" dessa outra maneira?

2. Suponhamos que você não possui o símbolo zero, mas apenas 1, 2, 3, 4, ..., 9. Poderia usá-los para calcular?

3. Algumas sugestões para leitura são apresentadas a seguir.

a) Veja os tópicos "numeral" e "numerais hindu-arábicos" em uma enciclopédia.

b) Leia a cerca da história do Egito e Babilônia, ou China numa enciclopédia.

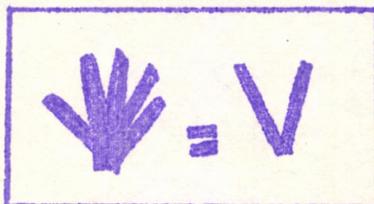
c) Veja a informação concernente à civilização Maia.

ROMA

No auge de seu poder, talvez 100 anos D.C., o Império Romano abrangia toda parte ocidental do mundo civilizado. Esse vasto império não só tinha grande necessidade de pessoas hábeis no cálculo, como dispunha apenas de numerais romanos.

Pode-se distinguir entre os métodos de calcular com números e os meios de registrá-los. Através do Império Romano o cálculo foi realizado no ábaco, porque os numerais romanos não eram convenientes. Ainda não se pode encontrar livros de cálculos com um ábaco romano. Para este propósito os símbolos para os números devem ser escritos e os numerais romanos foram usados para registrar dados.

Originalmente, o numeral romano para o número 5, foi o desenho de uma mão. Mais tarde isto foi simplificado para V. Note-se que há algum uso do valor posicional nos numerais romanos IV e IX. O sistema romano tem como base 10, desde que todos os seus símbolos para um grande número de - notam múltiplos de dez, isto é, L = 5x10, C = 10x10, etc.. Constitui interessante experiência fazer alguns problemas simples de Aritmética, usando estes numerais romanos. A adição e a subtração são, relativamente, fáceis, mas a multiplicação e a divisão não.



Exercícios:

1. Some o que segue, expressando a sua resposta em numerais romanos. Você pode visualizar como seria isto feito no ábaco?

$$\text{VII} + \text{V}$$

$$\text{XXIV} + \text{XXXVIII}$$

$$\text{XIII} + \text{XXIV} + \text{LXIX} + \text{CXLII}$$

2. Efetue as seguintes subtrações:

$$\text{XXIV} - \text{XII}$$

$$\text{XXIV} - \text{XIX}$$

$$\text{CLXX} - \text{LXIII}$$

3. Explique como se poderia imaginar que os numerais romanos foram trabalhados nos exercícios 1 e 2.

4. Experimente fazer estas multiplicações. Diga como ela poderiam ser feitas num ábaco.

$$\text{XI} \times \text{X}$$

$$\text{XIV} \times \text{XX} \times \text{VI}$$

$$\text{XIV} \times \text{XXVI}$$

5. Realize estas divisões. Explique como a primeira pode ser realizada no ábaco.

$$\text{LXXII} : \text{XII}$$

$$\text{CXLIV} : \text{IX}$$

6. Os números romanos foram usados em negócios, na Europa, mesmo no século XVI. Afirmou-se que com os numerias arábicos era fácil a troca de um "0" por um "q". Leia a cerca dos numerais romanos em nossas enciclopédias.

7. Discuta as grandes dificuldades envolvidas na escrita de gran -

des números com numerais romanos.

EGITO

A mais antiga civilização da qual possuímos extensos documentos, desenvolveu-se nos vales do rio Nilo. Ali, anualmente, o limo trazido pela inundação fertilizava a terra. Mas estas inundações destruíam as demarcações de limites e tornavam necessária uma apurada medição de terras após as enchentes. Foi, também, indispensável a exata previsão dos transbordamentos. Isto contribuiu para o desenvolvimento da astrologia, a precursora de nossa moderna ciência, a astronomia, a qual requer o uso da Matemática.

Três mil anos A.C., havia extensa civilização construída sobre e em torno do delta do Nilo. Um sistema de escrita foi desenvolvido (hieroglifos) e também um sistema de numeração. Entre 3.000 e 2.000 A.C. as grandes pirâmides foram construídas. Esta construção foi uma notável obra de engenharia que requereu muito conhecimento de Matemática.

O sistema de numeração egípcio era muito simples. Usava a base 10, mas não usava o princípio posicional e não possuía o símbolo zero. Muitos de nossos conhecimentos da Aritmética egípcia, vieram do estudo do papiro Rhind e do papiro de Moscou. O papiro Rhind foi escrito por um escriba, Ahmes, cerca de 1700 A.C., mas é muito mais antigo. Os escribas eram aqueles que escreviam, liam e calculavam. Sua tarefa era servir como conselheiros práticos à realeza e a mercadores. Esses dois papiros eram utilizados para muitos cálculos práticos.

Números	Símbolos
1	1
10	∩
1000	∩
1000	⊕
1 000 000	⊕

NUMERAIS EGÍPCIOS

O sistema egípcio usava os símbolos expostos no desenho acima. O símbolo para um milhão era representado por um homem assustado. O sistema era muito simples. Assim :

$$7 = \text{IIIIII}$$

$$50 = \text{∩∩∩∩∩}$$

$$234 = \text{??∩∩∩IIII}$$

Entretanto, não havia exigência de ordem para a escrita dos símbolos. Os números maiores não eram necessariamente, escritos à esquerda. Então poder-se-ia expressar o número treze por III ∩ ou por ∩ III. Em suma, vimos que o sistema egípcio tinha por base dez, mas não possuía o zero, e era muito difícil seu uso na representação de números grandes.

A adição era realizada por meio óbvio, mas a multiplicação era

realizada pelo processo de sucessivas somas binárias. Então para multiplicar 15 por 6, os egípcios dobravam o número 15 e tornavam a dobrá-lo, somando esses dois produtos. Nós poderíamos escrever isto como:

$$15 \times 6 = (15 \times 2 \times 2) + (15 \times 2)$$

Exercícios:

1. Escreva os numerais Hindu-arábicos:

$\overbrace{\text{IIIIII}}^{32}$, $\overbrace{\text{IIIIIIII}}^{16}$, $\overbrace{\text{IIII}}^{4444}$, $\overbrace{\text{IIIIIIIIIIIIIIIIIIII}}^{2974}$

2. Multiplique $\overbrace{\text{IIII}}^{4}$ por $\overbrace{\text{IIII}}^{4}$

$$\overbrace{\text{IIII}}^4 \times \overbrace{\text{IIII}}^4 = \overbrace{\text{IIII}}^4 \cdot \overbrace{\text{IIII}}^4 = \overbrace{\text{IIIIIIIIIIIIIIIIIIII}}^{16} =$$

3. Atividades sugeridas:

$\overbrace{\text{IIIIIIIIIIIIIIIIIIII}}^{16}$
 $\overbrace{\text{IIIIIIIIIIIIIIIIIIII}}^{16}$

a) Olhe os hieróglifos.

b) Que significa a palavra papiro?

c) Veja na sua enciclopédia a biografia de Champollion, que descobriu o meio de ler os hieróglifos.

SUMERIANOS E BABILÔNIOS

Também cerca de 3.000 A.C. uma grande civilização floresceu nos vales dos rios Tigre e Eufrates, que também foram solos férteis, enriquecidos por inundações anuais. Onde hoje existe um deserto e uma terra devastada, naqueles dias, havia uma agricultura florescente. Lá habitavam os sumerianos, na região chamada Babilônia. Este povo falava uma língua de características diferentes das modernas línguas européias. (Muitas línguas européias pertencem ao tão falado grupo hindu-europeu e todas características são comuns. A linguagem dos sumerianos era aglutinativa, isto é, combinada, porque as palavras eram combinadas de modo especial para indicar seu emprego.) Os sumerianos desenvolveram, também, uma linguagem escrita chamada cuneiforme, que eles escreviam sobre tabuinhas de argila, por meio de um estilete. As tabuinhas de argila eram secadas ao Sol. Muito do nosso conhecimento sobre os sumerianos provém dessas tabuinhas de barro que foram preservadas. As mais antigas datam dos remotos dias da cidade de Ur, cerca de 3.000 A.C..

Os sumerianos foram conquistados pelos acadianos, um povo semítico. Os acadianos absorveram a cultura sumeriana e fizeram além disso, progressos na Matemática. Os astrônomos babilônicos fizeram observações sobre estrelas e planetas durante séculos. É por causa de suas cuidadosas observações sobre os eclipses do Sol e da Lua que podemos hoje precisar as datas na história dos babilônios.

Os mercadores também guardaram registros muito detalhados sobre tabuinhas de barro. Estas eram tão duráveis que, após terem estado soterradas durante séculos, puderam ser desenterradas e lidas. Por isto sabemos tanto à cerca dos matemáticos babilônios.

Carca de 1700 anos A.C. a Suméria e Babilônia anunciara um novo sistema de leis que muito beneficiaram a grande parte dos homens comuns.

O sistema numérico babilônico usava o princípio posicional, mas não possuía o símbolo para o zero. O mais notável é o fato de que o sistema de numeração babilônico tinha por base 60. (Você pode pensar em alguma coisa de nossa vida moderna que tenhamos herdado dos babilônios ?) O símbolo para o 1 foi simples cunha vertical ▽ . Mas esta cunha podia também simbolizar 60 ou 60². Por isto tem-se sempre de decidir por um estudo de toda a tabuinha, que número ela representa. Além disso ▽ pode também representar 1/60, do mesmo modo que para nós 0,1 representa 1/10. Entretanto, cunhas de diversos tamanhos foram algumas vezes usadas. Então



poderia representar 60+4 bem como 60 + 4x60.

Então, você vê que sem alguma coisa, tal como a nossa vírgula decimal, poderia surgir confusão.

Também, sem um numeral para o zero, era difícil mostrar que faltava certa potência de 60. Por exemplo:

$$3601 = 60^2 + 1$$

Somente muito mais tarde eles aprenderam a colocar o sinal ↖ para o lugar vazio e escrever: ▽ ↖ ▽ para representar 3601. Este sinal foi o primeiro símbolo para o zero.

Exercícios:

1-Quando você aprendeu a somar e multiplicar, foi necessário memorizar somente as somas e produtos dos números 1,2,3,4,5,6,7,8,9. .

Discuta o problema da memorização no sistema babilônico.

2- Escreva os seguintes números em cuneiforme

$$3662 = 60^2 + 60 + 2$$
$$121/60 = 2 + 1/60$$

3- Atividades sugeridas:

a) Leia em uma enciclopédia a respeito da Suméria, da Babilônia e de Hamurabi.

b) Procure um desenho de escrita cuneiforme em uma enciclopédia, e tente ler alguns dos números.

Uma simples cunha não foi o único símbolo numérico babilônico. Porque 60 é grande, e alguns símbolos menores são necessários. Por isto eles usaram o estilete de que dispunham para fazer o sinal o qual representava dez.

geometria; de fato, fizeram problemas de álgebra "geometricamente", sempre que possível. A álgebra foi muito difícil para eles porque eles tinham um sistema de numeração que os levava a considerar os números de uma maneira limitada (eles não usavam frações na sua matemática pura).

O sistema de contar grego era simples. Era de base dez, mas não tinha valor posicional nem um símbolo para o zero. Eles usavam as letras de seu alfabeto para números; mas você precisa conhecer o alfabeto grego a fim de compreender-lhes o sistema. Os numerais e alguns de seus nomes eram como seguem. Observe os dois primeiros e diga onde nos buscamos nossa palavra "alfabeto".

1- alfa	α	10- iota	ι	100- rô	ρ
2- beta	β	20- apa	κ	200- sigma	σ
3- gama	γ	30- lambda	λ	300- tau	τ
4- delta	δ	40- mi	μ	400- hipsilo	υ
5- epsilon	ϵ	50- ni	ν	500- fi	ϕ
6- digama	ζ	60- xi	ξ	600- qui	χ
7- zeta	ζ	70- ônicro	\omicron	700- psi	ψ
8- eta	η	80- pi	π	800-ômega	ω
9- teta	θ	90- opa	φ	900-	π

Exercícios:

1- Escrever os seguintes números com numerais gregos:

23, 17, 86, 245, 877, 333.

2- Na matemática (álgebra, por exemplo) é costume usar letras para representar números. Teria sido conveniente esta convenção na Grécia antiga?

3- Atividades sugeridas:

- Consulte sobre a Grécia numa enciclopédia.
- Consulte sobre as biografias dos famosos matemáticos gregos: Pitágoras, Euclides, Eudócio e Arquimedes, numa enciclopédia ou outro livro de referência.

OS NUMERAIS HINDU-ARÁBICOS

A pesquisa da origem dos numerais hindu-arábicos tem ocupado os homens por muitos anos. Mesmo hoje os arqueologistas, com o auxílio dos matemáticos, continuam a estudar manuscritos antigos, numa tentativa de superar a nebulosidade de nossa visão do passado.

Nesta seção podemos sugerir somente um simples esboço do desenvolvimento destes símbolos. Nas páginas 51-61 do livro de Van der Waerden, "Science Awakening", referidas aos primórdios, você encontrará

chamado Adelhard. Foi essa tradução latina que introduziu na Europa os numerais hindu-arábicos.

4) Houve originalmente duas espécies de numerais arábicos: leste e oeste. Nos seguimos aqueles arábicos ocidentais que eram os usados na Espanha mourisca. Os numerais arábicos do leste são ainda usados hoje na Turquia, Egito, Arábia e países circunvizinhos. Os numerais arábicos do leste são:



Depois da tradução de Adelhard, de al-Khwarizmi, os numerais foram firmemente implantados na Europa. Em 1202, Leonardo Lepisa, conhecido como Fibonaoci, publicou uma aritmética que teve muita influência. Mas mesmo 500 anos atrás a maioria dos povos do norte da Europa fizeram seu cálculo no ábaco e registraram seus resultados em numerais romanos. Somente depois de 1600 pode ser dito que os numerais hindu-arábicos tinham realmente conquistado seu lugar na civilização européia.

Em adição ao livro de Van der Waerden, já mencionado, e os artigos sugeridos na enciclopédia, há muitos outros lugares onde a informação pode ser encontrada. Alguns tópicos são: China(temos negligenciado todo o Oriente), civilização Maia(a qual empregou um sistema de base 20), numerais hebreus, numerais celtas, etc....Todo o assunto é um fascinante capítulo do desenvolvimento da civilização.

Traduzido por:

Maria Águeda de Oliveira Freitas
Zilá Maria Guedes Paim

Revisado por:

Dalva da Rosa Dupy