

RELATIONS

COMENTÁRIOS DAS FICHAS DE TRABALHO

Capítulo I

1. Introdução geral

Os fundamentos da matemática se encontram no próprio mundo; no mundo dos objetos e na maneira pela qual percebemos esse mundo. Quando nos colocamos em contato com o mundo, nos apercebemos de que há trocas que se efetua: essas mudanças são os acontecimentos. Os acontecimentos são trocas de posição ou da qualidade dos objetos, aí compreendidas, incluídas as pessoas que observamos ao nosso redor. É por causa destas trocas que formamos ideia de tempo: não haveria tempo se não houvesse trocas; não haveria espaço se não houvesse objetos. Para nos orientarmos neste mundo, classificamos os objetos desse mundo e classificamos, igualmente, os acontecimentos. Classificando os objetos e os acontecimentos, consideramos já esses objetos e esses acontecimentos em relação entre eles. Quando dizemos que tal ou tal objeto é semelhante a um outro, falamos de uma relação entre este objeto e um outro; esta relação é uma relação de semelhança. Podemos, igualmente, falar de uma relação de diferença: tal ou tal objeto não é parecido com outro. As classificações dos objetos que fazemos nos ajudam nas previsões que devemos fazer para nos orientar no mundo. Para sobreviver, devemos saber, com uma muito grande probabilidade, o que acontecerá. Para nos orientarmos, numa cidade complexa, é preciso conhecer as leis de trânsito e ter muitos outros conhecimentos essenciais.

Nossa capacidade para classificação de acontecimentos e de objetos durante nossa evolução foi, certamente, um fator muito importante. Os seres que não puderam ensinar classificações apropriadas a seus circundantes não puderam sobreviver, e por consequência jamais tiveram descendentes. Por seleção natural, a capacidade de aprender a fazer classificações apropriadas, certamente, aumentou, diminuindo, hoje, nos conhecimentos de matemática.

Por seleção natural, a capacidade de aprender a fazer classificações apropriadas, certamente, aumentou, culminando, hoje, nos conhecimentos de matemática.

A criança aprende a relacionar objetos a outros objetos, acontecimentos a outros acontecimentos classificando-os. Quando ela chega à escola, o dever do professor é ajudá-la nos processos de classificação para prepará-la para as idéias matemáticas que ela deverá aprender mais tarde. Um caso especial de classificação é a classificação em classes disjuntas, isto é, de classes que não tem elemento comum. Quando consideramos uma relação de semelhança / que produz uma participação de, isto é, partição de todos os objetos que consideramos em classes disjuntas, isto é, em classes sem elementos comuns, dizemos que utilizamos uma relação de equivalência, e dizemos que os elementos que estão numa mesma classe são equivalentes uns aos outros. Típicamente, dois elementos, estando um numa classe e o outro em outra classe não tendo elemento / comum com o primeiro, denominam-se diferentes. Segundo esta definição, se tomamos uma relação de equivalência, isto é, uma relação que realiza uma partição no conjunto de todos os objetos considerados em classes disjuntas e se tomamos um objeto qualquer, ele será de uma dessas classes. Se tomamos qualquer outro objeto, ou este outro objeto pertence à mesma classe de nosso primeiro / objeto, ou a uma outra, mas, jamais, às duas classes ao mesmo tempo. No primeiro caso diremos que nossos dois objetos são equivalentes, no outro, que nossos dois objetos são diferentes. As relações que resultam de classificações semelhantes (por semelhança) são relações de equivalência. Os objetos que pertencem à mesma classe são equivalentes. A relação complementar de uma relação de equivalência é a relação de diferença. Por exemplo, tomamos o conjunto dos blocos lógicos e a relação "ter a mesma cor". Se escolhemos dois blocos, os dois blocos ou bem são da mesma cor, ou de cores diferentes. Evidentemente, poderíamos tomar uma outra relação de equivalência, por exemplo, "ter a mesma forma". Dois blocos ou são da mesma forma ou não são da mesma forma. Todos os blocos da mesma forma serão da mesma classe de equivalência que resulta da aplicação da relação "ter a mesma forma". Então, sendo dados blocos quaisquer, eles ou são da mesma ou eles não são da mesma forma. No primeiro caso, eles são equivalentes; no segundo caso, eles são diferentes. Vimos que a equivalência de dois blocos depende da relação de equivalência que se considere. Dois blocos bem podem ter a mesma cor sem ter a mesma forma sem ter a mesma cor. No primeiro caso eles serão equivalentes para a relação de equivalência "ter a mesma cor", mas não para a relação de equivalência "ter a mesma forma". No segundo caso, eles serão equivalentes para a relação de equivalência "ter a mesma forma", mas não para a relação de equivalência "ter a mesma cor".

É importante notar que nem todo atributo se adapta à formação de uma relação de equivalência. Há atributos que não convêm, não satisfazem para a formação de conjuntos. Por exemplo, se tomamos o conjunto das crianças da classe e procuramos formar o conjunto de todos os grandes, não sabemos, exatamente, quais as crianças que são grandes e quais as crianças que são pequenas. Reconhecemos os maiores e quais são os menores, mas não saberemos, exatamente, em que ponto é preciso separar?

Reconheceremos os maiores e quais as crianças que são pequenas

Reconheceremos os maiores e quais são os menores, mas não saberemos, exatamente, em que ponto é preciso separá-los em grandes e pequenos, então, o atributo "cor grande" não se adapta a formação de um conjunto. Por esta razão, "ter a mesma altura" não será um atributo apropriado para a formação de uma relação de equivalência. Mesmo se experimentamos utilizar a mesma altura" não será um atributo apropriado a formar uma relação de equivalência. Mesmo se experimentamos utilizar as cores do vestuário das crianças, igualmente, teremos dificuldade. Mesmo se o atributo "vestir ou não vestir vermelho", por exemplo, está bem determinado, em geral, será até mesmo impossível formar classes de equivalência a partir dessas propriedades. Esta dificuldade resulta do fato que, por exemplo, as crianças vestidas de vermelho não formam uma classe disjunta das crianças vestidas de azul, porque pode acontecer que tenha crianças vestidas de vermelho com azul. No caso dos blocos lógicos, "ter a mesma cor" nos dá classes disjuntas porque cada bloco é só de uma cor; não há bloco que seja, ao mesmo tempo, colorido de várias cores, mas, em geral, as crianças usam roupas de cores diversas. Então, para resumir, é preciso levar em consideração os seguintes pontos importantes:

1. Antes de falar de relações é preciso determinar os seres, os objetos que vamos relacionar (ligar) por meio das relações. Isto quer dizer que é preciso um determinado (particular) conjunto / que nós chamaremos um Conjunto universal (universe) cujos elementos serão, então, relacionados pelas relações consideradas.

2. Sendo dado o conjunto universo que escolhemos para o momento, para construir os subconjuntos, é preciso considerar os atributos que estão determinados. Isto quer dizer que, sendo dado um atributo, ele está determinado se um elemento qualquer de nosso conjunto universo possui ou não possui este atributo. Se este não é o caso, o atributo em questão não está suficientemente determinado / para o conjunto considerado para formar subconjunto.

3. Para formar uma relação de equivalência, é preciso que na definição desta equivalência utilizamos atributos de modo / que as classes formadas por esses atributos sejam disjuntas. Uma relação de equivalência será, em geral, da forma "ter a mesma...." ou "ser da mesma...".

Naturalmente, as relações de equivalência e de diferença não são as únicas. É preciso considerar, por exemplo, as relações de ordem. Isto quer dizer que consideramos os elementos de nosso conjunto universo ordenados de um certo modo. Podemos considerar as ordens estritas ~~numéricas~~, e ordens não estritas. Numa ordem estrita, sendo dados dois elementos quaisquer, deve ser determinado se um deles precede o outro. Numa ordem não estrita, não é possível fazer uma tal disposição. Por exemplo, podemos enfileirar as crianças da classe antes de deixá-los sair da escola, então, haverá uma primeira cri

haverá uma primeira criança que sai da classe, haverá um segundo, um terceiro, e assim por diante. Sendo dados duas crianças quaisquer, será determinado qual saiu antes da outra. Podemos considerar as lições que se desenrolam durante o dia na escola, na mesma classe. Entre duas lições quaisquer, há sempre uma relação de ordem determinada pelo tempo. A ordem, entretanto, pode ser determinada pelo tempo, por uma distribuição espacial ou por qualquer outro critério que quisermos utilizar; por exemplo, os nomes das crianças podem ser colocados em uma lista alfabética; isto quer dizer que a ordem alfabética determina a ordem das crianças da classe. Se há duas crianças cujo nome tem a mesma inicial, então se decide que será a segunda letra que determina a ordem e assim por diante. É deste modo que se define a ordem alfabética. É preciso sublinhar que entre a ordem simples, por exemplo, determinada pelo tempo ou por uma certa distribuição no espaço e a ordem alfabética, há uma diferença essencial, isto é, nas primeiras há, apenas um critério que é preciso aplicar para saber qual elemento vem antes de outro elemento. Na ordem alfabética há vários critérios a considerar. É preciso de início observar a primeira letra de uma das palavras é diferente da inicial da outra, então, o critério funciona: podemos decidir. Se, ao contrário, as duas iniciais são idênticas, então é preciso olhar a segunda letra. Se a segunda letra de um dos nomes é idêntica à segunda do outro, então, é preciso passar à terceira letra e, assim por diante. Os critérios da primeira, da segunda e da terceira letra são superpostos. O mesmo acontece para a decisão se um ou outro de dois números expressos em símbolos é maior ou menor. O primeiro critério é o número de símbolos se um dos dois números está expresso por meio de mais símbolos (chiffres) que o outro, então o número expresso por mais símbolos é o maior. Se este é o caso, não é necessário olhar o valor dos símbolos. Se os dois números são expressos pelo mesmo número de algarismo. Entretanto, esta não é a mesma situação encontrada na ordem alfabética. As crianças tem muita dificuldade em se utilizar de dicionários, porque, ~~mas~~ a maioria não fez exercícios suficientes na utilização de critérios superpostos. Nas fichas sobre relações de ordem, há vários exercícios de critérios superpostos que servem para ordenar conjuntos. Evidentemente, os professores poderão inventar, outras situações. As fichas preparadas nestas séries servem somente, de modelo. Haverá crianças que terão necessidade de muito mais prática antes de poder manipular com facilidade as idéias de equivalência, de diferença e de ordem.

É preciso salientar que as fichas sobre os objetos e sobre os objetos e sobre conjuntos não são entregues imediatamente às crianças. A criança em seu primeiro ano de escolaridade, não será capaz de ler as fichas. A matéria de matemática está estruturada nestas sé-

séries de fichas para que o pedagogo possa obter uma visão de conjunto da futura aprendizagem. Os ensinamentos deverão ser transmitidos verbalmente às crianças pelo pedagogo ou por outras crianças que já realizaram os jogos em questão. As séries de fichas podem ser utilizadas / mais tarde, por exemplo, no terceiro ano, como um método de revisão de controle. Assim, o professor pode se assegurar de que não resta lacuna no conhecimento da criança que a impedirá de compreender o que segue (a sequência), por exemplo, a delicada passagem das relações aos números.

CAPÍTULO II

2. FICHAS DE TRABALHO - OBJETOS

Nesta primeira série, há três gêneros de fichas de trabalho:

- as equivalências de objetos (entre)
- as diferenças de objeto (entre)
- as ordens entre os objetos.

2.1 - EQUIVALÊNCIA - OBJETO

(Fichas 1 e 2) Nestas duas fichas, a criança aprende a distinção entre um atributo determinado e um atributo não determinado. Um atributo aplicado a um conjunto define (determina) um subconjunto deste conjunto, e, ao mesmo tempo, seu complemento. O atributo está determinado quando é sempre possível enunciar-lo, se um elemento qualquer do conjunto possui ou não possui este atributo. Os grandes e os pequenos não são atributos determinados. Os mais velhos e os mais moços, os mais pesados e os menos pesados não são atributos determinados. No problema 2 da ficha 2, a sugestão feita é de separar as crianças conforme sua idade determinada por seu último aniversário. Então, por exemplo, as crianças de seis anos e as crianças de sete anos serão separadas umas das outras. Na questão 5, a criança é encorajada a resolver o problema separando as crianças por seu peso, mas não apenas dizendo " mais pesado, ~~ou menos pesado~~ ou "menos pesado". Para resolver é preciso ter meios para "medir" peso das crianças na / classe.

Fichas 3, 4 e 5) Na ficha 3, introduzimos a idéia de um "club". O club é utilizado como palavra infantil para classe de equivalência. Há uma menina de oito anos e um menino de oito anos no club. Isto quer dizer que as crianças de oito anos podem pertencer a este club. As meninas e os meninos podem, igualmente, pertencer ao club porque já há uma menina e um menino no club, então, haverá um club para crianças de oito anos, haverá um outro club para as crianças de sete anos um para as de seis e assim por diante.

Na ficha 4, vemos que, no club só há meninas de oito anos, então, outras meninas de oito anos podem pertencer ao club, mas os meninos de oito anos formarão um outro club. Haverá clubs para as / meninas de oito anos, para as meninas de sete anos, para os meninos de oito e para os meninos de sete anos. Haverá mais, se houver cri

de chaminés, o número de janelas e a cor das casas. Cada quarteirão da cidade deve ser construído de modo que as casas do mesmo quarteirão sejam sempre semelhantes, isto é, pertençam à mesma classe de equivalência. Isto quer dizer que os atributos, isto é, o número de chaminés, o número de janelas e a cor da casa devem ser idênticos no mesmo quarteirão. Podemos construir deztoite quarteirões; pode-se colocar um número arbitrário de casas em cada quarteirão; por exemplo, no quarteirão A, há dois (na ficha), no quarteirão B, há três, mas pode-se ainda fazer muito mais se quisermos. Podemos, igualmente, construir outras classes de equivalência na mesma cidade. Por exemplo, todas as casas da mesma cor, ou todas as casas que têm o mesmo número de janelas, ou todas as casas que tem o mesmo número de chaminés e que são igualmente da mesma cor, e assim por diante. Podemos jogar os mesmos jogos de equivalência com o conjunto de casas, tanto como o conjunto de blocos. Seria uma boa idéia recortar as casas em cartão vermelho, azul e amarelo. As crianças poderiam desenhar as janelas ou, melhor, recortá-las para que pudessem jogar de modo mais concreto como elas jogaram com os blocos lógicos.

(Ficha 11) Aqui, se introduz a terminologia matemática. Se acreditamos que as crianças não estão (prontas) preparadas para aceitar uma tal terminologia, podemos omitir esta ficha.

(Ficha 12) Esta ficha, evidentemente, se faz com os blocos lógicos, e pode-se construir um jogo de cartas como está sugerido na ficha, de modo que a cada carta corresponda uma partição, do conjunto dos blocos lógicos, em classe de equivalência. Há mesmo, uma tabela a fazer, onde para cada relação de equivalência, corresponderá um número de clubs que podemos formar e o número de membros em cada club. Na questão 3, pedimos às crianças para generalizarem o problema num conjunto universo cujos elementos são as próprias crianças da classe. Por exemplo, pode-se, tomar menino e menina para substituir espesso e fino e, talvez, ter seis anos, sete anos, e oito anos, para substituir as cores, ou ainda morar num quarteirão ou numa outra cidade para substituir as formas, etc... . Acontece que há conjuntos vazios, isto é, que não haverá, talvez, nenhuma menina de sete anos que more em um determinado quarteirão da cidade, enquanto que o conjunto universo dos blocos lógicos está construído de modo que todas as combinações possíveis dos atributos pertinentes sejam realizáveis nesse conjunto universo. Na vida, evidentemente, não é assim e é preciso que as crianças encontrem situações menos sistemáticas. Mas, depois de ter trabalhado com os blocos lógicos, elas se dão conta dos "buracos" que há nos universos não sistemáticos e, por consequência, as razões, pelas quais tais universos são menos sistemáticos que o dos blocos lógicos.

2. 2 DIFERENÇA - OBJETO

(Ficha 1) Aqui, encorajamos a criança na descoberta das diferenças particulares entre dois blocos quaisquer. Na questão 1, o par de blocos está constituído por dois blocos que só tem uma diferença, no B temos um exemplo de três diferenças, no C temos duas diferenças e no D quatro diferenças. Na série de pares, na questão 2 A, há sempre uma diferença. Fazer outros

Fazer outros pares sobre o mesmo modelo quer dizer encontrar outros pares com uma diferença entre os elementos do par. No 2 B, temos uma série de pares onde há sempre duas diferenças entre os elementos de cada par. O problema é de continuar a série, isto é, de dar outros pares onde os elementos do par tem duas diferenças entre eles. A questão 2C coloca o problema de generalizar as séries, isto é, de dar séries de pares de três diferenças e, depois de séries de pares de quatro diferenças.

(Ficha 3) Aqui, para simplificar o problema, tornam-se só vinte e quatro blocos. Veremos que há vinte e quatro espaços, um espaço para cada bloco. As letras escritas nos caminhos que ligam os espaços indicam as relações de diferença que é preciso realizar entre os blocos que ocupam esses espaços. Não é necessário começar pelo meio; pode-se colocar um bloco, não importa onde mas, ao lado é preciso colocar um outro bloco que seja diferente do bloco já colocado, conforme a letra que está escrita no "caminho". De início, seria talvez, prudente limitarmos a uma interpretação das letras como "ao menos uma tal diferença". Isto quer dizer que se há um F entre um e outro bloco, é preciso que estes dois blocos sejam de forma diferente, mas eles podem ser também de uma cor diferente ou de espessura diferente se quisermos. Então, as letras simbolizam uma diferença mínima que é preciso fazer. Evidentemente, se agirmos desta maneira, muitas vezes será difícil de preencher todos os espaços no jogo; mas, podemos dizer às crianças que isto não tem importância ou podemos dizer-lhes que se pode retirar os blocos dos espaços já ocupados, e os substituir por outros blocos. Eventualmente, as crianças poderão interpretar as letras como indicando determinadas diferenças, isto é, a letra F indicará uma diferença de forma, e somente de forma; a letra C indicará uma diferença de cor, mas somente de cor. Com esta interpretação será fácil preencher todos os espaços.

(Ficha 3) Este jogo utiliza somente oito blocos. É preciso escolher duas cores quaisquer e duas formas quaisquer, e depois duas espessuras. Utilizam-se só os blocos pequenos; por exemplo, se tomamos os quadrados e os círculos, os vermelhos e os azuis, os espessos e os finos, teremos oito blocos. O primeiro bloco é colocado no espaço indicado e, esta será a primeira fileira. Na segunda fileira, é preciso colocar um bloco em cada espaço. Cada um desses blocos deve ter uma só diferença do bloco que foi colocado na primeira fileira. Na terceira fileira é preciso colocar os blocos de modo que cada "caminho marcado com o algarismo 1 estabeleça uma relação de diferença de um só atributo entre os blocos que são ligados por estes caminhos. Isto quer dizer que na terceira fileira colocaremos blocos que terão duas diferenças do primeiro bloco que colocamos na primeira fileira. O último bloco será colocado na quarta fileira. Assinalaremos que entre os blocos da segunda fileira, como também entre os blocos da terceira fileira há sempre duas diferenças, isto é, ou cor e espessura ou forma e espessura.

(Ficha 4) O trabalho nesta ficha é uma generalização do trabalho da ficha precedente mas, a apresentação é ligeiramente diferente. Antes de começar o jogo, é preciso escolher duas cores e duas formas. Com as duas espessuras e os dois tamanhos possíveis, teremos escolhido um conjunto de de

dezesseis blocos. Na primeira fileira colocamos um bloco qualquer. Na fileira A, que é a segunda fileira, colocaremos os blocos que têm uma diferença do primeiro bloco e, depois, na fileira B colocaremos os blocos que têm duas diferenças do primeiro bloco; isto quer dizer que haverá relações de uma diferença entre os blocos da fileira B e os da fileira A. Podemos pedir para as crianças desenharem "caminhos" entre os blocos que têm uma diferença entre eles. Igualmente, na fileira C, colocaremos todos os blocos que têm três diferenças do bloco que foi colocado em primeiro lugar. Examine-se ainda uma vez a questão das diferenças entre os blocos que são colocados na mesma fileira. Veremos que na fileira A e na fileira C, só haverá relações de duas diferenças, enquanto que na fileira B haverá relações de duas diferenças assim como relações de quatro diferenças; jamais haverá relações de uma diferença ou de três diferenças entre os blocos da mesma fileira.

(Ficha 5) Aqui, se introduz o jogo de "dominó". É um jogo de duas diferenças que se joga por fileira e por coluna. Tomam-se doze blocos, ou os grandes espessos ou os pequenos delgados, ou os grandes delgados, ou os pequenos espessos; os blocos devem ser enfileirados de modo que jamais tenha dois blocos vizinhos da mesma forma nem da mesma cor. Pode-se variar as regras exigindo duas diferenças por fileira e uma diferença por coluna. Podemos aumentar as diferenças e exigir três diferenças se tomamos outros blocos. Com os doze blocos escolhidos, só podemos fazer duas diferenças porque variamos dois atributos somente, isto é, a forma e a cor.

(Ficha 6) Esta ficha é muito difícil. Se as crianças não são capazes de fazê-la, é preciso passar às fichas seguintes. É preciso fazer três diferenças por fileira e, também, por coluna, isto é, dois blocos quaisquer que são vizinhos devem sempre ter três diferenças e, dois blocos colocados em diagonal e ligados pelas flechas indicadas no diagrama devem ter somente uma diferença de forma; por consequência, eles devem ser da mesma cor e da mesma espessura. Somente é possível resolver este problema colocando só duas formas diferentes por fileira.

2.3 ORDEM - OBJETO

(Fichas 1 e 2) Nestas duas fichas, a criança aprende a ordenar os elementos de um conjunto segundo um critério. Pode resultar que a critério não funcione muito bem; por exemplo, na ficha 2, a questão de conhecer qual quer um melhor ou menos bem nem sempre é fácil de por em regra. Pode-se conhecer tão bem uma quanto outra pessoa. Neste momento, estas duas pessoas permanecem na mesma fila, no mesmo nível, na escala de conhecidos ou de amigos. Na maior parte de nosso trabalho, no que concerne ao estudo das ordens, nós vamos considerar ordens estritas, isto é, ordens onde sendo da