Matemática Moderna

Instituto de Educação

"Gen. Flôres da Cunha"

Turma 711

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA PARA ESCOLAS PRIMÁRIAS

GRUPO711

RELATÓRIO DO 1º ANO DE ATIVIDADES DO CURSO

Embora o objetivo principal dêste curso fôsse referente à Didática da Matemática Moderna pouco avançamos nêste setor , pois é certo que não é possível se iniciar um trabalho didático quando não há, ainda o conhecimento científico necessário para o desenvolvimento dêsse trabalho.

Realmente, para muitos de nós, professores, quando aqui chegamos, pouco ou nada conhecíamos sôbre Matemática Moderna. Julgavamos, por vezes, que esta era apenas uma nova forma de apresentar a Matemática Clássica.

Mas no decorrer do curso, já ao iniciarmos a noção de conjunto compreendemos que algo de muito sério estava por vir e que estavamos penetrando num campo bastante novo. No entanto, pelos conceitos anteriores, em nós estruturados, maiores resistências apresentamos e consequentemente maiores dificuldades encontramos, Esta, sem dúvida, foi uma das razões porque neste primeiro ano do curso as aulas desenvolveram-se em sua maioria, sôbre fundamentação matemática, e de didática, pròpri amente, tivemos poucas aulas.

Queremos ressaltar, no entanto, que pela maneira como foi dirigida a aprendizagem dos conceitos matemáticos desenvolvidos nêsse curso, muito de didática da matemática moderna já pôde ser apreendida.

Precisamos, porém, no próximo ano analisar, parte por parte, e ver o que pode ser transferido para a realidade de nossas escolas primárias.

Esta é a parte mais importante e que continuamos aguardando co grande ansiedade.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

GRUPO - 711

RELATÓRIO DO 1º ANO DE ATIVIDADES DO CURSO

Embora o objetivo principal dêste curso fôsse referente à Didática da Matemática Moderna, pouco avançamos neste setor, pois é certo que não é possível se iniciar um trabalho didático, quando não há ainda o conhecimento científico necessário para o desenvolvimento dêsse trabalho.

Realmente para muitos de nós, professôres, quando aqui chegamos, pouco ou nada conhecíamos sôbre Matemática Moderna. Julgavamos por vêzes que esta era apenas uma nova forma de apresentar a Matemática Clássica.

Mas no decorrer do curso, já ao iniciarmos a noção de conjunto compreendemos que algo de muito sério estava por vir e que estavamos penetrando num campo bastante nôvo. No entanto, pelos conceitos anteriores, em nós estruturados, maiores resistências apresentamos e consequentemente maiores dificuldades encontramos. Esta sem dúvida foi uma das razões porque neste primeiro ano de curso as aulas desenvolveram-se na sua maioria, sôbre fundamentação matemática, e de didática, pròpriamente, tivemos poucas aulas.

Queremos ressaltar, no entanto, que pela maneira como foi dirigida a aprendizagem dos conceitos matemáticos desenvolvidos nêsse curso, muito de didática da matemática moderna já pôde ser apreendida.

Precisamos, porém, no próximo ano analisar, parte por parte, e ver o que pode ser transferido para a realidade de nossas escolas primárias.

Esta é a parte mais importante e que continuamos aguardando com grande ansiedade.

DESENVOLVIMENTO DO CURSO:

I - Parte referente à fundamentação Matemática.
Prof. ESTER GROSSI - total de aulas: 93
(Assunto relacionado, nas páginas seguintes).

II -Parte não referente à fundamentação Matemática.

a) - Psicologia : Prof. ITALIA FARACO
Assunto: Algumas considerações sôbre "A lógica e a criança."
Total de aulas: 2 (duas).

b) - Didática: Prof. ODILA B. XAVIER
Assuntos: Considerações sôbre:

1- Noções de Matemática Moderna que podem ser incluidas na escola primária.

2- Período preparatório e fixação da aprendizagem.

3- Princípios ou condições para um planejamento.

4- Posição para um planejamento de Matemática Moderna na Escola Primária: vitalização ou reformulação mais ampla.

Total de aulas: 5 aulas

III-Leitura dos seguintes artigos:

1- Desconhecimento das matemáticas (I capítulo do Livro Mathematique Moderne).

a) O medo do novo.
b) A barreira da linguagem.
c) As matemáticas não são invariáveis.

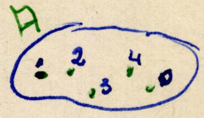
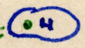
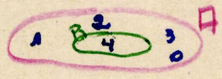
2- Atualizando nossa visão da matemática moderna.

3 - Os conjuntos e as operações com conjuntos - L.P.Dienes.

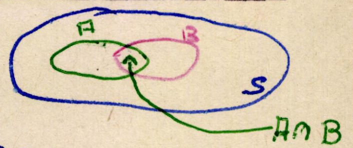
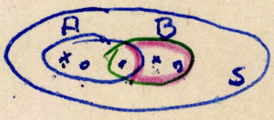
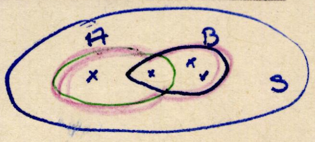
4 - Os números para contar (Irving Adler).

5 - A Matemática moderna no ensino Primário Dienes Z.P.

FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

Conteúdos Trabalhados	TÍTULOS PRINCIPAIS	SIMBOLISMO
Em que consiste? Circunstâncias Determinadoras	Matemática Moderna	
A palavra conjunto em linguagem comum em Matemática. Criação de conjuntos. Conjunto determinado pela designação de seus elementos. Conjunto determinado pela propriedade característica. Gráficos de Venn. Conjunto unitário: Conjunto vazio: Conjunto universo.	NOÇÃO DE CONJUNTO: Primeiros Conceitos.	A  $U = I$ $A = \{x \mid x \in I \wedge x < 5\}$ $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $B = \{x \mid x \in A \wedge x > 3\}$ $B = \{4\}$ B =  $C = \{x \mid x \in A \wedge x > 4\}$ $C = \{\ \}$ $C = \emptyset$
Relação entre o conjunto e seus elementos	Relação de Pertinência	$3 \in A$ $7 \notin A$
Dois conjuntos são iguais, quando os seus elementos são os mesmos. Conjuntos iguais gozam das propriedades: reflexivas, simétrica e transitiva.	Relação de igualdade e suas propriedades	$A = B \longleftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$ $A = A$ $A = B \longleftrightarrow B = A$ $A = B \wedge B = C \longleftrightarrow A = C$
Partes de um conjunto: Subconjuntos, parte própria e parte plena. Conjunto de partes.	Relação de inclusão e suas propriedades.	 A $A \subset A$ A parte plena de A $B \subset A$ B parte própria de A $A \supset A$ $A \not\subset B$ $A \supset B$
Pensamento Impírico e Pensamento Matemático. O que pensamos; Porque pensamos. Idéia; Juízo; Proposição.	Introdução à Lógica Matemática. Cálculo proposicional (algumas noções)	Modificador: não $\sim$ Conetivos: ou $\vee$ (exclusivo) ou $\veebar$ e $\wedge$

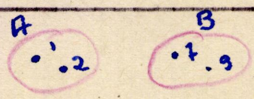
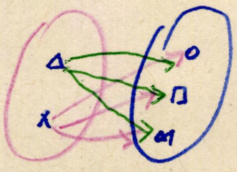
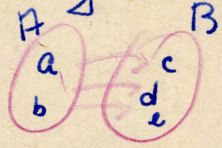
OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Dados dois conjuntos A e B ambos pertencentes a S, chama-se conjunto intersecção A com B ao conjunto de todos os elementos de S que pertencem simultâneamente a A e a B.	Operação Intersecção	 $A \subset S$ $B \subset S$ $A \cap B = \{x \in S / x \in A \wedge x \in B\}$
Conjunto diferença de dois conjuntos A e B, ambos contidos em S e enunciados nesta ordem, é o conjunto de todos os elementos de S que pertencem a A e não pertencem a B.	Operação Diferença	 $B \setminus A = \{x \in S / x \in B \wedge x \notin A\}$
Conjunto reunião de dois conjuntos dados A e B, ambos contidos em S, é o conjunto de todos os elementos de S que pertencem a pelo menos um dos conjuntos dados.	Operação Reunião	 $A \subset S$ $B \subset S$ $A \cup B = \{x \in S / x \in A \text{ ou } x \in B\}$

P R O P R I E D A D E S   DAS   O P E R A Ç Õ E S

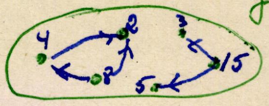
A operação intersecção goza da propriedade comutativa. A propriedade união goza da propriedade comutativa. A operação diferença não goza da propriedade comutativa, com exceção para o caso em que os conjuntos forem iguais.	Propriedade Comutativa	$A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$ $A \setminus B \neq B \setminus A$
A intersecção goza da propriedade associativa. A operação união goza da propriedade associativa. A operação diferença não goza da propriedade associativa.	Propriedade Associativa	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$
A operação união é distributiva em relação a intersecção.	Distributividade da operação reunião com relação à intersecção.	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C$
A diferença é anti-distributiva à direita com relação união e à intersecção.	Distributividade da diferença com relação à união e a intersecção.	$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

ESTUDO DAS RELAÇÕES

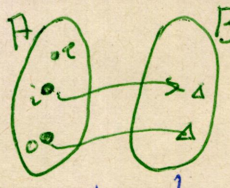
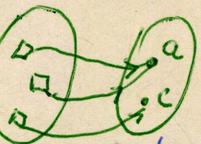
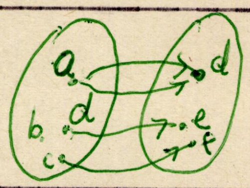
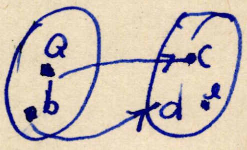
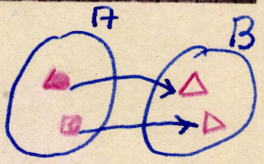
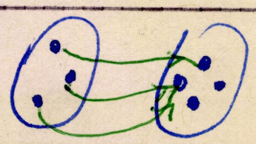
Relação é todo o conjunto de pares. Relação de A em B, é qualquer subconjunto do produto AxB. Quando dois conjuntos coincidem, a relação é definida num conjunto só. Relação de A em A, é qualquer subconjunto do produto Axa.	O conceito de relação	$R = \{\forall (x, y) \in A \times B\}$ $(x, y) \in R$ xRy $R = \{\forall (x, y) \in A \times A\}$
O conjunto de partida é domínio da relação. O conjunto de chegada é o contradomínio da relação.	Domínio e Contradomínio de uma relação	$DR = \{\forall x \in A\}$ $CR = \{\forall y \in B\}$ $R = \{\forall (x, y) \in A \times B\}$
A relação é vazia quando nenhuma dupla satisfaz à propriedade.	Relação Vazia	 $R = \{\forall (x, y) \in A \times B / y = 2x\}$ $R = \{\}$
Quando relacionamos todos os elementos do "Domínio" com os do "Contradomínio" temos um "Produto Cartesiano".	Produto Cartesiano	$E \times M = \{(p, q) / p \in E \wedge q \in M$ 
Imagem de um conjunto por uma relação, é o conjunto dos pontos de chegada ou "contradomínio".	Imagem de uma relação	Imagem de A = {c, d, e} 
A imagem da união de dois conjuntos, é distributiva.	Distributividade da imagem da união de dois conjuntos.	$R(A \cup B) = RA \cup RB$
A imagem não goza da propriedade distributiva em relação à intersecção.	Distributividade em relação a intersecção.	$R(A \cup B) \neq RA \cap R$

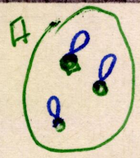
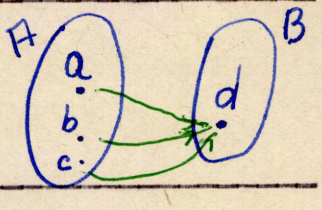
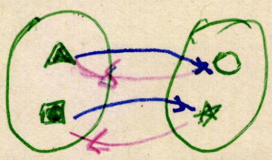
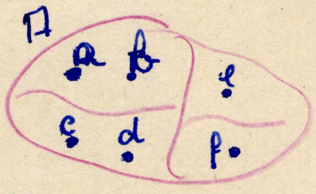
PROPRIEDADES DAS RELAÇÕES

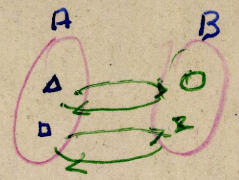
A relação pode admitir laçada em todos os pontos do gráfico. A relação pode não admitir laçada em nenhum ponto gráfico. A relação pode admitir laçada em alguns pontos do gráfico (pelo menos em um).	Propriedades reflexiva. Propriedade: Ante-reflexiva Propriedade não reflexiva	[illegible] $(\forall x, x \in A \rightarrow (x,x) \in R)$ ou $(\forall x)(x \in A \rightarrow xRx)$
A relação pode gozar da simetria, quando entre dois pontos do gráfico há seta de ida e volta. (igual a sua recíproca). Se nenhuma das duplas satisfaz relação, ela é ante Simétrica (A tem que ser diferente de B). Nem tôdas as duplas podem satisfazer a relação.	Propriedade Simétrica Propriedade: Ante-Simétrica Propriedade: Não Simétrica	$\forall x, \forall y$ se $x \in A \wedge y \in A$ $A\ (x,y) \in R \rightarrow (y,x) \in R$ $x \rightleftarrows y$ $\forall x, \forall y$ se $(x,y) \in R$ e $(y,x) \in R$ então $x = y$ Se $x < y$ não vale $y < x$
Se uma flecha vai de A para B, e de B para C, então vai de A para C. Tôdas as duplas podem satisfazer a propriedade.	Propriedade Transitiva	$x \in E \wedge y \in E \wedge z \in E /$ $(x,y) \in R \wedge (y,z) \in R$ $\rightarrow (x,z) \in R$
Nenhuma dupla pode satisfazer a propriedade.	Ante-Transitiva	
Algumas duplas podem satisfazer a propriedade.	Não Transitiva	
Uma relação pode gozar das propriedades: Reflexiva: Simétrica: Transitiva.	Relação de Equivalência	$A \equiv B$ $A \cong B$ $A = B$
Uma relação pode gozar das propriedades: Reflexiva: Ante-simétrica: Transitiva.	Relação de ordem larga.	$x \leq y \ \underline{\vee}\ y \geq x$
Uma relação pode gozar das propriedades: Ante-reflexiva: Ante-simétrica: Transitiva.	Relação de ordem estrita.	$x < y \ \underline{\vee}\ y > x$

Numa relação de ordem todos os elementos podem ser comparados dois a dois.	Relação de ordem total ou linear	$x > y \underline{\vee}\, y < x$
Numa relação de ordem nem todos os elementos podem ser comparados dois a dois.	Relação de ordem parcial.	x é mult. de y 

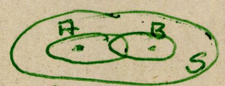
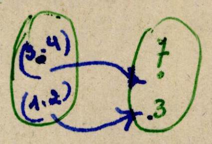
C O N C E I T O   D E   F U N Ç Ã O

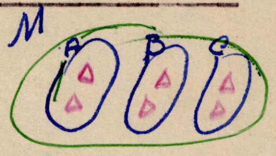
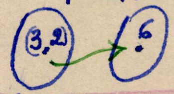
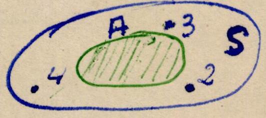
Função é um caso particular das Relações. Função F de A em B, é uma relação de A em B tal que para cada X pertencente ao Domínio da função, existe um correspondente Y pertencente ao Contradomínio. Tôda função é uma relação, nem tôda relação é uma função.		Cada $x \in D_A$ tem seu correspondente $y \in B$ / $(x, y) \in R$ $f: A \rightarrow B$
Pontos livres são aqueles dos quais não partem flechas e não fazem parte do "Domínio" de função.	Pontos livres	 e - ponto livr.
No conjunto de chegada pode haver pontos múltiplos, isto é, onde chegam mais de uma seta.	Pontos múltiplos	 a-ponto multi
Aplicação é um caso particular de função que não admite pontos livres no conjunto de partidas.	Conceito de Aplicação.	$\forall x \in A$ tem seu correspondente $y \in B$ / $(x, y) \in R$
A aplicação é sobrejectiva quando não admite pontos livres no conjunto de chegada.	Sobrejecção	
A aplicação é injectiva quando não admite pontos múltiplos no conjunto de chegada.	Injecção	
Uma aplicação pode ser injectiva e sobrejectiva ao mesmo tempo.	Bijecção	
Uma aplicação pode ser nem sobrejectiva nem injectiva.		

Numa aplicação cada elemento pode estar em relação consigo mesmo.	Identidade	
No gráfico de uma aplicação tôdas as setas podem chegar a um único ponto.	Aplicação Constante	
A inversa de uma relação é sempre uma relação, mas inversa de uma função nem sempre é uma função.	Relação inversa	
A inversa de uma bijecção é também uma bijecção. Se uma relação é uma bijecção, podemos estabelecer uma correspondência bi-unívoca entre os elementos dos dois conjuntos dados.	Correspondência bi-unívoca ou Bijecção.	$\mathcal{P}$ de A ou $\bar{\mathcal{P}}$ de $A = \{C, B\}$ Se C $\bar{\mathcal{P}}$ de A, então $C \neq \emptyset$ Se B $\bar{\mathcal{P}}$ de A, então $B \neq \emptyset$ e $C \cap B = \emptyset$ e $B \cup C = A$
Dado um conjunto A diferente do vazio, chama-se Partição de A aos subconjuntos das partes de A, tal que: Cada subconjunto seja diferente do vazio. Não haja intersecção entre os subconjuntos. A reunião de todos os subconjuntos (elementos da partição) seja o próprio A.	Conceito de Partição	
A noção de partição é muito importante para compreenção da idéia de número.	A Partição e a idéia de número	
Tôda relação de equivalência determina uma partição e tôda partição determina uma relação de equivalência. Tôda vez que pudermos estabelecer uma bijecção entre dois conjuntos, podemos afirmar que êles têm o mesmo número cardinal, ou são equipotentes. A relação.... tem o mesmo cardinal.... goza das propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. É portanto uma equivalência. O cardinal é uma propriedade atribuida aos conjuntos e não aos elementos isolados. O cardinal é a idéia que poderá ser registrada por diversos símbolos.	Uma relação de equivalência determina uma partição. O cardinal é uma propriedade. Representação do Cardinal	 $\bar{\mathcal{P}}A = \{\overset{D}{\{a,b\}}, \overset{G}{\{c,d\}}, \overset{H}{\{e\}}, \overset{I}{\{f\}}\}$ $\# D = 2$ $\# G = 2$ $\# H = 1$ $\# I = 1$ $\# D = 2$, II, dois, deux, B etc

Tôda a vez que entre dois conjuntos pode ser estabelecida uma bijecção, a êles corresponde o mesmo número cardinal.		
Quando não podemos estabelecer entre dois conjuntos uma bijecção a êles corresponde propriedades numéricas diferentes, embora esta propriedade seja genérica para qualquer conjunto.	CARDINAL	$\# A = 2$ $\# B = 2$
A propriedade numérica do ϕ recebe o nome de ZERO.		
O conjunto dos naturais é um conjunto infinito que tem como elementos os cardinais; êstes cardinais são propriedades numéricas de conjuntos finitos.	CONJUNTO DOS NATURAIS	$N = \{0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$

RELAÇÕES NO CONJUNTO DOS NATURAIS

Contar e estabelecer uma correspondência entre o conjunto dos naturais e um conjunto qualquer de elementos.	O QUE É CONTAR	
Operação é tôda ação reversível pela qual através de determinado esquema chega a ser um nôvo.	OPERAÇÃO	
Uma operação é fechada quando o resultado pertence ao conjunto universo de onde se tirou os elementos para se operar.	OPERAÇÃO FECHADA	 $A \subset S$ $B \subset S$ $(A \cup B) \subset S$
Adição é uma particular função por meio da qual eu associo a um par de propriedade numérica uma outra propriedade numérica também elemento do conjunto.	ADIÇÃO	 $3 + 4 = 7$
Definimos a adição a partir da operação reunião, porém reunião é operação entre conjuntos, onde interessa a natureza dos elementos enquanto na adição interessa apenas as propriedades numéricas.	REUNIÃO E ADIÇÃO	
A adição no conjunto dos naturais goza das propriedades: Fechamento: Comutativa: Associativa: Existência de elemento neutro.	ESTRUTURA DE MONÓIDE	

Multiplicação no conjunto dos naturais é uma particular função, onde a um par (os dois fatôres representados pelo cardinal do conjunto de conjuntos e pelo cardinal associado a cada conjunto), associamos um terceiro elemento que é o cardinal da união dos conjuntos (produto). (a ser discutido ainda) A multiplicação pode ser explicada a partir do produto cartesiano, onde um dos fatôres é representado pelo cardinal do número de classes o outro é representado pelo cardinal do número de elementos de cada classe e o produto é igual ao cardinal do número de duplas.	OPERAÇÃO ~~DA~~ MULTIPLICAÇÃO NO CONJUNTO DOS NATURAIS	 $\#M = 3$ $\#A = 2$ $\#B = 2$ $\#C = 2$ $\#A = \#B = \#C$ $6 = \#(A \cup B \cup C)$   $\#(A \times B) = \{(a,e)(a,f)$ b,e $(c,f)\}$ $\#$ 6 é o cardinal do número de dupl
A multiplicação no conjunto dos naturais goza das propriedades: Fechamento: Associativa: Elemento Neutro: Comutativa. Distributiva em relação a adição.	De que estrutura goza a multiplicação no conjunto dos naturais? (não analisado em aula)	
Conjunto complementar de A contido em S é o conjunto diferença: S menos A. A subtração no conjunto dos Naturais pode ser esplicada a partir da operação complementação entre conjuntos.	Conjunto complementar e a operação subtração no conjunto dos naturais.	 $C_S^A = S - A$
O conjunto universo das relações é o produto cartesiano de todos os elementos do conjunto de partida com todos os elementos do conjunto de chegada (Conj. de todas as possibilidades de duplas). O conjunto universo de uma partição é o conjunto das partes	Considerações sôbre conjunto universo.	

A propriedade numérica é representada através de símbolos.

Embora haja infinitas propriedades numéricas é necessário haver meios de representar oral e escrita cada uma dessas propriedades.

O sistema de numeração nos dá essa possibilidade usando poucos símbolos.

Um sistema que é universalmente conhecido é o hindú-arábico que é estruturado a partir da idéia ~~as~~ de conjunto e subconjunto.

No sistema hindú-arábico, o que costumamos chamar de valor absoluto é a propriedade numérica do conjunto, e de valor relativo é a propriedade numérica do conjunto de conjuntos.

Conforme o número de símbolos utilizados, determinamos a base do sistema.

10 símbolos- base 10
9 símbolos- base 9
20 símbolos- base 20
2 símbolos- base 2

Qualquer símbolo pode ser usado desde que obedeça a determinado sistema

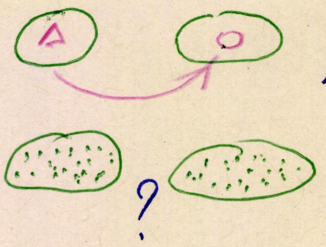
Questões levantadas:

O sistema de numeração com bases diversas deve ser usado na escola primária?

Por que nós adultos temos tanta dificuldade em trabalhar com outras bases?

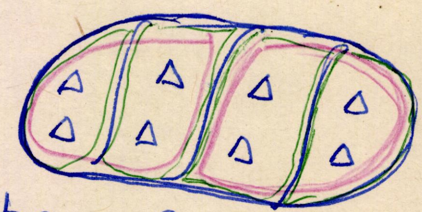
Compreendemos realmente êsse sistema que sempre viemos usando?

5 B
III oito



{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

SISTEMA
DE
NUMERAÇÃO



base 2

100

B∠∠

Aluna:
Gilda C. Rocha.