

1ª Reunião de estudos das professoras de Didática 16/3/67

Para que haja uma unidade de planejamento de trabalho dos professores será necessário fazer em conjunto uma revisão de pontos de vista e de conteúdos. Para isso foi iniciado o debate com pergunta in

Em que consiste a Matemática Moderna?

Matemática Moderna não é apenas apresentação de novas técnicas de ensino. Aceitamos plenamente a opinião da professora

Joana Bender para quem a Matemática Moderna é a reformulação e o enriquecimento de conteúdos (Teoria de Conjuntos e Teoria das Relações) e conseqüente apresentação que exige o aparecimento de novas Técnica, Terminologia e Simbolismo.

Em se tratando da expressão Matemática Moderna, alguns autores, entre os quais Stone - considerado o maior matemático e professor de matemática do mundo Ocidental - procuram evitá-la, chamando o movimento de Matemática Renovada porque a primeira expressão pode sugerir algo que termine ou seja substituído ao passo que "Matemática Renovada é mais adequada pois sugere renovação constante".

O que chamamos Matemática Moderna apareceu com a Teoria de Conjuntos de Cantor e a Algebra de Boole e só não foi logo difundida, segundo André Revuz, pelo encastelamento dos matemáticos da época, o medo do novo de parte dos matemáticos que a recebiam, e a barreira da linguagem.

Para D. Odila a preferência é para a expressão Matemática Atualizada pelo enriquecimento e novos rumos que traz com ela a abertura de novos campos. Vemos que as coisas Clássicas podem ser tratadas com recursos muito grandes (por exemplo, a maximização e minimização pela reunião).

Para Dienes para entrar nas operações é necessário:

Distinguir conjunto e número.

Distinguir conjunto vazio e zero.

Ter condições para conceituar o número.

Qual será nossa posição? para iniciar o trabalho?

Não temos experiência e o campo aberto é apenas o Jardim de Infância onde o trabalho é feito em forma de jogo e sem maior interferência da família. A melhor tentativa seria em classes de experimentação, porque é preciso enfrentar muitas dificuldades: com a administração, em tomar a responsabilidade da experiência; com os professores pela falta de preparo, e com a comunidade, a maior delas, face à sua estruturação rígida.

V. B. L. L. I. C. O



Balancete (continuação)

Papel e matrizesnota 10.034 Cr\$ 9.550

Material para impressão de folhetos..... Cr\$32.470

TotalCr\$153.330

Saldo para o próximo anoCr\$121.070

O papel e demais materiais de impressão adquiridos pelo Laboratório de Matemática foram utilizados nos textos (traduções e reproduções) distribuídos às professoras-alunas do Curso de Didática da Matemática Moderna na Escola Primária.

Planejamento para 1967

O que pretendemos :

- Tornar o Laboratório cada vez mais atualizado e atuante.
- Incentivar a situação do Círculo de Estudos do Laboratório através de :

a) Cursos

b) Reuniões de Estudo

Como alcançaremos :

Aumento do acervo pela :

- Aquisição de bibliografia
- Aquisição de material
- Publicação das pesquisas e trabalhos realizados sob a orientação do Laboratório.
- Traduções de trechos ou capítulos considerados necessários.
- Confecção de material.

Continuação do Curso de Matemática.

Organização de outros Cursos.

Reuniões de estudo das professoras de Didática com as professoras do Laboratório para atualização do fichário didático.

Apreciação crítica de trabalhos de alunas realizados no Laboratório ou nos Cursos do Laboratório.

Apreciação crítica sobre obras.

Intercâmbio com outras Escolas nacionais e estrangeiras.

Intercâmbio com outras bibliotecas especializadas.

Intercâmbio com Centros de Estudos nacionais e estrangeiros.

Contrôle do movimento do Laboratório.



LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

1ª Reunião de estudos das professoras de Didática 16/3/67

Para que haja uma unidade de planejamento de trabalho dos professores será necessário fazer em conjunto uma revisão de pontos de vista e de conteúdos. Para isso foi iniciado o debate com pergunta in

Em que consiste a Matemática Moderna?

Matemática Moderna não é apenas apresentação de novas técnicas de ensino. Aceitamos plenamente a opinião da professora

Joana Bender para quem a Matemática Moderna é a reformulação e o enriquecimento de conteúdos (Teoria de Conjuntos e Teoria das Relações) e consequente apresentação que exige o aparecimento de novas Técnica, Terminologia e Simbolismo.

Em se tratando da expressão Matemática Moderna, alguns autores, entre os quais Stone - considerado o maior matemático e professor de matemática do mundo Ocidental - procuram evitá-la, chamando o movimento de Matemática Renovada porque a primeira expressão pode sugerir algo que termine ou seja substituído ao passo que "Matemática Renovada é mais adequada pois sugere renovação constante".

O que chamamos Matemática Moderna apareceu com a Teoria de Conjuntos de Cantor e a Álgebra de Boole e só não foi logo difundida, segundo André Revuz, pelo encastelamento dos matemáticos da época, o medo do novo de parte dos matemáticos que a recebiam, e a barreira da linguagem.

Para D. Odila a preferência é para a expressão Matemática Atualizada pelo enriquecimento e novos rumos que traz com ela a abertura de novos campos. Vemos que as coisas Clássicas podem ser tratadas com recursos muito grandes (por exemplo, a maximização e minimização pela reunião).

Para Dienes para entrar nas operações é necessário:

Distinguir conjunto e número.

Distinguir conjunto vazio e zero.

Ter condições para conceituar o número.

Qual será nossa posição para iniciar o trabalho?

Não temos experiência e o campo aberto é apenas o Jardim de Infância onde o trabalho é feito em forma de jogo e sem maior interferência da família. A melhor tentativa seria em classes de experimentação, porque é preciso enfrentar muitas dificuldades: com a administração, em tomar a responsabilidade da experiência; com os professores pela falta de preparo, e com a comunidade, a maior delas, face à sua estruturação rígida.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA
CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA PARA ESCOLAS PRIMÁRIAS

GRUPO 711

RELATÓRIO DO 1º ANO DE ATIVIDADES DO CURSO

Embora o objetivo principal deste curso fôsse referente à Didática da Matemática Moderna pouco avançamos neste setor, pois é certo que não é possível se iniciar um trabalho didático quando não há, ainda o conhecimento científico necessário para o desenvolvimento desse trabalho.

Realmente, para muitos de nós, professores, quando aqui chegamos, pouco ou nada conhecíamos sobre Matemática Moderna. Julgávamos, por vezes, que esta era apenas uma nova forma de apresentar a Matemática Clássica.

Mas no decorrer do curso, já ao iniciarmos a noção de conjunto compreendemos que algo de muito sério estava por vir e que estávamos penetrando num campo bastante novo. No entanto, pelos conceitos anteriores, em nós estruturados, maiores resistências apresentamos e conseqüentemente maiores dificuldades encontramos. Esta, sem dúvida, foi uma das razões porque neste primeiro ano do curso as aulas desenvolveram-se em sua maioria, sobre fundamentação matemática, e de didática, própria mente, tivemos poucas aulas.

Queremos ressaltar, no entanto, que pela maneira como foi dirigida a aprendizagem dos conceitos matemáticos desenvolvidos nesse curso, muito de didática da matemática moderna já pôde ser apreendida.

Precisamos, porém, no próximo ano analisar, parte por parte, e ver o que pode ser transferido para a realidade de nossas escolas primárias.

Esta é a parte mais importante e que continuamos aguardando com grande ansiedade.

DIRETOR DE EXECUÇÃO

VALENILCO

SECRETARIA DE ENSINO DOS NEGÓCIOS DE EDUCAÇÃO E CULTURA
ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL



DESENVOLVIMENTO DO CURSO:

I - Parte referente à fundamentação Matemática.

Prof. ESTHER PILLAR GROSSI - total de aulas: 93

(Assunto relacionado nas páginas seguintes).

II - Parte não referente à fundamentação Matemática.

a) - Psicologia : Prof. ITALIA FARAGO

Assunto : Algumas considerações sobre "A lógica e a criança".

Total de aulas : 2 (duas).

b) - Didática : Prof. ODILA BARROS XAVIER

Assuntos : Considerações sobre:

1 - Noções de Matemática Moderna que podem ser incluídas na Escola Primária.

2 - Período preparatório e fixação da aprendizagem.

3 - Princípios ou condições para um planejamento.

4 - Posição para um planejamento de Matemática Moderna na Escola Primária: vitalização ou reformulação mais ampla.

Total de aulas: 5 aulas.

III - Leitura dos seguintes artigos:

1 - Desconhecimento das matemáticas (I capítulo do Livro Mathématique Moderne).

a) - O medo do novo.

b) - A barreira da linguagem.

c) - As matemáticas não são invariáveis.

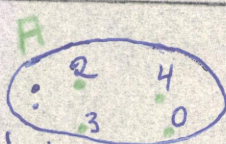
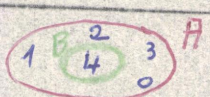
2 - Atualizando nossa visão da matemática moderna.

3 - Os conjuntos e as operações com conjuntos - Z. P. Dienes.

4 - Os números para contar - Irving Adler.

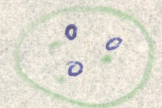
5 - A Matemática Moderna no ensino Primário - Z. P. Dienes.

FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

CONTEÚDOS TRABALHADOS	TÍTULOS PRINCIPAIS	SIMBOLISMO
Em que consiste? Circunstância Determinadoras	Matemática Moderna	
A palavra conjunto em linguagem comum em Matemática. Criação de conjuntos. Conjunto determinado pela designação de seus elementos. Conjunto determinado pela propriedade característica. Gráfico de Venn. Conjunto unitário: Conjunto vazio: Conjunto universo:.	NOÇÃO DE CONJUNTO: Primeiros Conceitos.	$U = I$  $A = \{x x \in I \wedge x < 5\}$ $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $B = \{x x \in A \wedge x > 3\}$ $B = \{4\}$ $B = \{4\}$ $C = \{x x \in A \wedge x > 4\}$ $C = \{\}$ $C = \emptyset$ $3 \in A$ $7 \notin A$
Relação entre o conjunto e seus elementos	Relação de Pertinência	
Dois conjuntos são iguais quando os seus elementos são os mesmos. Conjuntos iguais gozam das mesmas propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva.	Relação de igualdade e suas propriedades	$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$ $A = A$ $A = B \leftrightarrow B = A$ $A = B \wedge B = C \leftrightarrow A = C$
Partes de um conjunto: Sub-conjunto, parte própria e parte plena. Conjunto de partes.	Relação de inclusão e suas propriedades.	 $A \subset B$ # parte plena de A $B \subset A$ " propriedades A $A \supset B$ $A \supset B$ $A \not\subset B$
Pensamento Empírico e Pensamento Matemático. O que pensamos; Porque pensamos. Idéia; Juízo; Proposição.	Introdução à Lógica Matemática. Cálculo proposicional (algumas noções)	Modificador: não ~ Conectivos: ou \vee (exclusivo) ou \vee e \wedge



PROPRIEDADES DAS RELACOES

<p>A relação pode admitir laçada em todos os pontos do gráfico.</p> <p>A relação pode não admitir laçada em nenhum ponto do gráfico.</p> <p>A relação pode admitir laçada em alguns pontos do gráfico (pelo menos em um).</p>	<p>Propriedades reflexiva.</p> <p>Propriedade: Anti-reflexiva</p> <p>Propriedade não reflexiva</p>	 <p>$(\forall x, x \in A \rightarrow (x, x) \in R)$</p> <p>ou</p> <p>$(\exists x)(x \in A \rightarrow x \notin R)$</p>
<p>A relação pode gozar de simetria, quando entre dois pontos do gráfico há seta de ida e volta. (igual a sua recíproca).</p> <p>Se nenhuma das duplas satisfaz relação, ela é anti Simétrica (A tem que ser diferente de B).</p> <p>Nem todas as duplas podem satisfazer a relação.</p>	<p>Propriedade: Simétrica</p> <p>Propriedade: Anti-Simétrica</p> <p>Propriedade: Não Simétrica</p>	<p>$\forall x, \forall y \text{ se } x \in A \wedge y \in A$</p> <p>$A(x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$</p> <p>$x \rightarrow y$</p> <p>$\forall x, \forall y \text{ se } (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \text{ então } x = y$</p> <p>$\text{se } x < y \text{ não vale } y < x$</p>
<p>Se uma flecha vai de A para B, e de B para C, então vai de A para C.</p> <p>Todas as duplas podem satisfazer a propriedade.</p>	<p>Propriedade Transitiva</p>	<p>$x \in E \wedge y \in E \wedge z \in E / (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R$</p>
<p>Nenhuma dupla pode satisfazer a propriedade.</p>	<p>Ante-Transitiva</p>	
<p>Algumas duplas podem satisfazer a propriedade.</p>	<p>Não Transitiva</p>	
<p>Uma relação pode gozar das propriedades: Reflexiva: Simétrica: Transitiva:</p>	<p>Relação de Equivalência</p>	<p>$A \equiv B$</p> <p>$A \cong B$</p> <p>$A = B$</p>
<p>Uma relação pode gozar das propriedades: Reflexiva: Ante-simétrica Transitiva.</p>	<p>Relação de ordem larga.</p>	<p>$x \leq y \vee y \geq x$</p> <p><small>Distância de preferência</small></p>
<p>Uma relação pode gozar das propriedades: Anti-reflexiva: Ante-simétrica: Transitiva:</p>	<p>Relação de ordem estrita.</p>	<p>$x < y \vee y > x$</p>



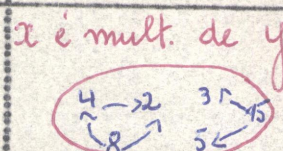
Numa relação de ordem todos os elementos podem ser comparados dois a dois.

Relação de ordem total ou linear

$$x > y \vee y < x$$

Numa relação de ordem nem todos os elementos podem ser comparados dois a dois.

Relação de ordem parcial.



CONCEITO DE FUNÇÃO

Função é um caso particular das Relações.

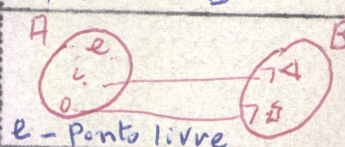
Função F de A em B , é uma relação de A em B tal que para cada X pertencente ao Domínio da função, existe um correspondente Y pertencente ao contradomínio.

Toda função é uma relação, nem toda relação é uma função.

Cada $x \in D_A$
tem seu correspondente
 $y \in B /$
 $(x, y) \in R$
 $F: A \rightarrow B$

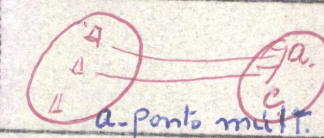
Pontos livres são aqueles dos quais não partem flechas e não fazem parte do "Domínio" de função

Pontos livres



No conjunto de chegada pode haver pontos múltiplos, isto é, onde chegam mais de uma seta.

Pontos múltiplos



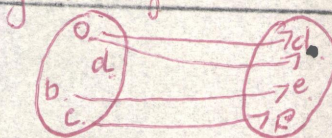
Aplicação é um caso particular de função que não admite pontos livres no conjunto de partida.

Conceito de Aplicação

$\forall x \in A$ tem seu correspondente
 $y \in B (x, y) \in R$

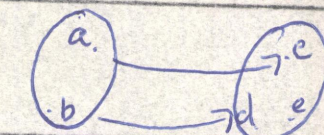
A aplicação é sobrejectiva quando não admite pontos livres no conjunto de chegada.

Sobrejecção



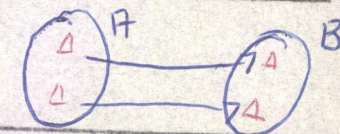
A aplicação é injectiva quando não admite pontos múltiplos no conjunto de chegada.

Injecção

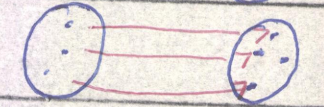


Uma aplicação pode ser injectiva e sobrejectiva ao mesmo tempo.

Bijecção

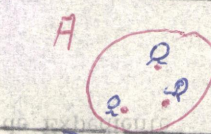


Uma aplicação pode ser nem sobrejectiva nem injectiva.



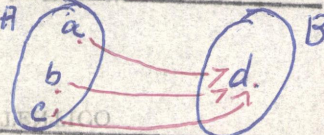
Numa aplicação cada elemento pode estar em relação consigo mesmo:.

Identidade



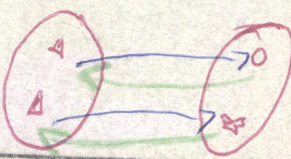
No gráfico de uma aplicação todas as setas podem chegar a um único ponto.

Aplicação Constante



A inversa de uma relação é sempre uma relação, mas a inversa de uma função nem sempre é uma função.

Relação inversa



A inversa de uma bijecção é também uma bijecção.
 Se uma relação é uma bijecção, podemos estabelecer uma correspondência bi-unívoca entre os elementos dos dois conjuntos dados

Correspondência bi-unívoca ou Bijecção.

$P de A \text{ ou } P de A = \{C, B\}$
 Se $C, P de A$ então $C \neq \emptyset$
 Se $B, P de A$, então $B \neq \emptyset$
 $C \cap B = \emptyset$
 $C \cup B = A$

Dado um conjunto A diferente do vazio, chama-se Partição de A aos subconjuntos das partes de A, tal que:
 Cada subconjunto seja diferente do vazio.
 Não haja intersecção entre os subconjuntos.
 A reunião de todos os subconjuntos, (elementos da partição) seja o próprio A.

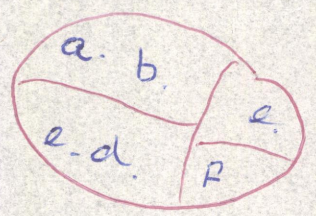
Conceito de partição

A noção de partição é muito importante para a compreensão da idéia de número.

A Partição e a idéia de número

Toda relação de equivalência determina uma partição e toda partição determina uma relação de equivalência.
 Toda vez que pudermos estabelecer uma bijecção entre dois conjuntos, podemos afirmar que eles têm o mesmo número cardinal, ou são equipotentes.

Uma relação de equivalência determina uma partição.



A relação..... tem o mesmo cardinal..... goza das propriedades reflexiva, simétrica e transitiva.

O cardinal é uma propriedade.

D G H I
 $PA = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e\}, \{f\}\}$
 $\#D = 2$
 $\#G = 2$
 $\#H = 1$
 $\#I = 1$
 $\#D = 2, II, \text{ dois, deux etc.}$

É, portanto, uma equivalência:

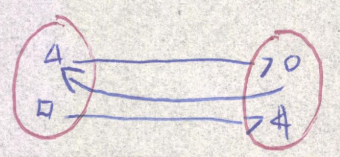
Representação do Cardinal

O cardinal é uma propriedade atribuída aos conjuntos e não aos elementos isolados.

O cardinal é a idéia que poderá ser registrada por diversos símbolos.

Toda a vez que entre dois conjuntos pode ser estabelecida uma bijecção, a eles corresponde o mesmo número cardinal.

A B



Quando não podemos estabelecer entre dois conjuntos uma bijecção o a eles correspondem propriedades numéricas diferentes, embora esta propriedades seja genérica para qualquer conjunto.

CARDINAL

$\#A = 2$
 $\#B = 2$



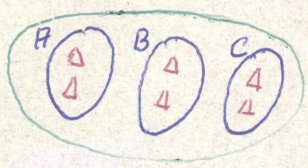
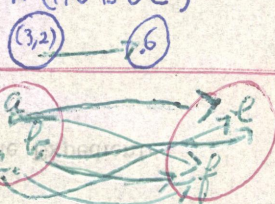
A propriedade numérica do \emptyset recebe o nome de Zero.

O conjunto dos naturais é um conjunto infinito que tem como elementos os cardinais; estes cardinais são propriedades numéricas de conjuntos finitos.

CONJUNTO DOS NATURAIS

$N = \{0, 1, 2, 4, \dots\}$

RELAÇÕES NO CONJUNTO DOS NATURAIS

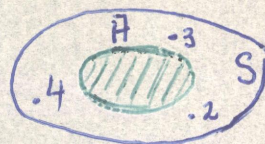
<p>Conta r é estabelecer uma correspondência entre o conjunto dos naturais e um conjunto qualquer de elementos.</p>	<p>O QUE É CONTAR</p>	
<p>Operação é toda ação reversível pela qual através de determinado esquema chega a ser um novo.</p>	<p>OPERAÇÃO</p>	
<p>Uma operação é fechada quando o resultado pertence ao conjunto universo de onde se tiraram os elementos para se operar.</p>	<p>OPERAÇÃO FECHADA</p>	 <p>$A \subset S$ $B \subset S$ $(A \cup B) \subset S$</p>
<p>Adição é uma particular função por meio da qual eu associa a um par de propriedade numérica uma outra propriedade numérica também elemento do conjunto.</p>	<p>ADIÇÃO</p>	 <p>$3 + 4 = 7$</p>
<p>Definimos a adição a partir da operação reunião, porém, reunião é operação entre conjuntos, onde interessa a natureza dos elementos, enquanto na adição interessa apenas as propriedades numéricas.</p>	<p>REUNIÃO E ADIÇÃO</p>	
<p>A adição no conjunto dos naturais goza das propriedades: Fechamento; Comutativa; Associativa; Existência de elemento neutro.</p>	<p>ESTRUTURA DE MONÓIDE</p>	
<p>Multiplicação no conjunto dos naturais é uma particular função onde a um par (os dois fatores representados pelo cardinal do conjunto de conjuntos e pelo cardinal associado a cada conjunto), associamos um terceiro elemento que é o cardinal da união dos conjuntos (produto).</p>	<p>OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO NO CONJUNTO DOS NATURAIS</p>	<p>M</p>  <p>$\#M = 3$ $\#A = 2 \#B = 2 \#C = 2$ $\#M = \#A = \#B = \#C$ $6 = \#(A \cup B \cup C)$</p>  <p>$\#(A \times B) = \{(a, e), (a, f), (b, e), (b, f)\}$ $\#6$ é o cardinal do número de duplas</p>
<p>A multiplicação pode ser explicada a partir do produto cartesiano, onde um dos fatores é representado pelo cardinal do número de classes e o outro é representado pelo cardinal do número de elementos de cada classe e, o produto é igual ao cardinal do número de duplas.</p>	<p>De que estrutura goza a multiplicação no conjunto dos naturais? (não analisado em aula)</p>	



Conjunto complementar de A contido em S é o conjunto diferença: $S \text{ menos } A$.

A subtração no conjunto dos Naturais pode ser explicada a partir da operação complementar entre conjuntos.

Conjunto complementar e a operação subtração no conjunto dos naturais.



$$C_A^S = S - A$$

O conjunto universo das relações é o produto das relações é o produto cartesiano de todos os elementos do conjunto de partida com todos os elementos do conjunto de chegada. (Conjunto de todas as possibilidades de duplas).

O conjunto universo de uma partição é o conjunto das partes

Considerações sobre conjunto universo.

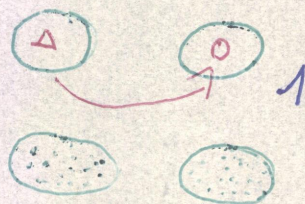
A propriedade numérica é representada através de símbolos.

Embora haja infinitas propriedades numéricas é necessário haver meios de representar escrita e oralmente cada uma dessas propriedades.

O sistema de numeração nos dá essa possibilidade de usando poucos símbolos.

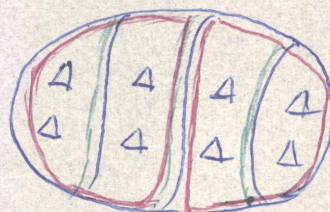
Um sistema que é universalmente conhecido é o hindu-arábico que é estruturado a partir da idéia de conjunto e subconjunto.

5 B
III oito



{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

No sistema hindu-arábico o que costumamos chamar de valor absoluto é a propriedade numérica do conjunto e, de valor relativo, é a propriedade numérica do conjunto de conjuntos.



base 2
100

Conforme o número de símbolos utilizados, determinamos a base do sistema.

- 10 símbolos - base 10
- 9 símbolos - base 9
- 20 símbolos - base 20
- 2 símbolos - base 2

Qualquer símbolo pode ser usado desde que obedeça a determinado sistema.

Questões levantadas:

O sistema de numeração com bases diversas deve ser usado na escola primária?

Por que nós adultos temos tanta dificuldade em trabalhar com outras bases?

Compreendemos realmente esse sistema que sempre viemos usando?

DEPARTAMENTO DE INVESTIGAÇÃO

VALERIANO

SECRETARIA DE ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO RIO GRANDE DO SUL



Gilda C. Rocha