

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

GEOMETRY - KINDERGARTEN TO GRADE THIRTEEN

The Ontario Institute for Studies in Education

4.3.3. Medida (página 48)

Trad. A.B.Krebs

a) Uso de unidades arbitrárias

Este tópico deve ser experimentado somente depois do trabalho em avaliação de volume, área e comprimento (4.2.2. - a - b - c).

No estudo do volume a criança pode começar com uma seleção de recipientes, relativamente pequenos, pares, que sejam idênticos e devam ser classificados em pares. O professor pode, então, introduzir o termo congruente, à medida que a ^{criança} observar que os objetos, em qualquer par, são iguais em todos os aspectos (comprimento, superfície ou área ângulos e, em particular, volume). Esta experiência pode ser usada para justificar o uso de réplicas de uma forma para medir o volume, enchendo-a. Os recipientes menores podem ser copos, cones, caixas ou jaras de formas irregulares.

Depois, pode ser oferecida à criança uma seleção de recipientes de conteúdos maiores, das duas formas, regular e irregular. Ela pode, então, escolher um de seus recipientes pequenos e avaliar quantas vezes ela vai enchê-lo, a fim de encher cada um dos maiores. Esta experiência deve, então, ser generalizada (be carried out).

Sendo necessárias frações do recipiente pequeno, devem ser suficientes (para expressá-las) frases como: "aproximadamente oito e meio" ou "um pouquinho mais do que oito". Quando acabado, a criança terá um número associado com o volume de cada um de seus recipientes maiores. Ela pode, agora, dizer que um volume é maior do que outro e, quanto é maior (by what amount). Esta experiência deve ser realizada várias vezes usando diferentes recipientes. O professor pode introduzir o termo medida nesta fase. A criança pode chegar a avaliar que quando é medido o volume a resposta depende da unidade de medida usada. Agora pode ser instrutivo a criança medir volumes usando coisas como bolinhas, cubinhos e blocos retangulares. Novamente deve ser considerado o problema de como trabalhar em medidas de volumes maiores, como salas.

No caso da área, a criança poderá seguir o mesmo caminho usado com o volume. A fim de avaliar o uso de réplicas de uma unidade de medida, deve ser dada uma seleção de formas bi-dimensionais (2-D) com pares que sejam idênticos e pedir para ordenarem, estas figuras, aos pares. A noção de congruência pode ser examinada nos casos onde o comprimento, ângulos e, em particular, as áreas são iguais.

Então, pode ser dada para a criança uma seleção de folhas retangulares de cartolina (bristol board) (a qual, inicialmente, talvez deva ter medidas exatas de comprimento e largura). Em continuação pode ser dado um número suficiente de unidades quadradas (possivelmente coloridas). A criança poderá avaliar, descobrir, então, por si mesma, o número de quadrados necessários para cobrir cada um desses retângulos. Agora, ela terá um número associado com cada área. Ela será capaz de dizer, não apenas, que um retângulo tem área maior do que outro mas, também, quanto é maior. Uma seleção de retângulos com dimensões que não são, necessariamente, números inteiros, pode ser experimentada agora. Se os quadrados unidades são de papel ela poderá cortá-los e então, obter uma resposta aproximada para cada área. A criança, agora, está preparada para variar (shift) o uso de unidades quadradas e usá-las do mesmo modo em coisas como pequenos retângulos, triângulos equiláteros e triângulos retângulos. Aqui, novamente, a criança será levada a avaliar que quando uma área é medida, a resposta depende da unidade de medida utilizada.

Neste estágio será instrutivo usar coisas como triângulos, hexágonos, pentágonos, círculos ou formas irregulares, como unidade de medida. Logo a criança pode ver por si mesma que os quadrados são provavelmente, a melhor unidade de medida para área, e podem ser folhas de papel quadradas (os quadrados devem ser suficientemente grandes para a criança calcular rapidamente). Isto ela pode usar para medir a área de muitas figuras regulares e irregulares, em relação à unidade de medida. Estas folhas podem ser usadas em figuras planas e em superfícies 3-D (tri-dimensionais) e quando necessário podem ser dobradas (ripped) ou cortadas. Também, as figuras podem ser traçadas sobre estas folhas e o número de quadrados inteiros calculado e avaliado, quando necessário.

A criança, certamente, deve ter oportunidade de descobrir as dificuldades medindo superfícies, áreas de coisas, tais como esferas

e cones. Também deve ser considerado o problema de como ir adiante no estudo de áreas de coisas grandes como assoalho.

Para observar o perímetro pode ser útil as crianças trabalharem em grupo, no começo. Cada criança do grupo pode receber uma seleção de cartões, em cada um dos quais está desenhado um modelo formado de segmentos de linha, ou uma seleção de figuras bi-dimensionais (2-D) cortadas em cartolina. É importante que todas as crianças de um grupo tenham idênticas seleções de figuras. Então, pedaços, relativamente pequenos de barbante de diferentes comprimentos podem ser dados, um para cada criança. O professor pode, então, pedir para as crianças medirem o comprimento de seus modelos ou os perímetros de suas figuras. Cada criança chegará a uma seleção de números mas, somente algumas das crianças terão a mesma seleção (aquelas cujos barbantes têm o mesmo comprimento). Pela discussão as crianças logo poderão perceber que o perímetro de uma determinada figura depende do que foi usado para medi-la. Elas também perceberão que um acordo sobre o comprimento do cordão será necessário a fim de que as respostas de uma pessoa tenham algum significado para outra pessoa. É aqui que o termo polegada pode ser introduzido.

b) Uso de unidades padronizadas

Uma vez a criança tendo praticado avaliando e medindo em termos de polegadas é preciso, somente, considerar a medida de comprimentos e perímetros maiores, a fim de convencer a criança da necessidade de coisas como pé, jarda e milha e os correspondentes comprimentos métricos. Sempre que um destes termos é introduzido a criança fará uso continuado da medida, sempre que possível.

Para medir área a criança primeiro deve perceber que os quadrados, provavelmente, são a melhor unidade de medida. Segundo, ela deve ver que de todos os quadrados um quadrado cuja tamanho seja a unidade, é mais conveniente. Várias crianças podem medir a mesma área usando diferentes quadrados. A partir daí a criança verá que não é suficiente que cada um use quadrados mas que cada um precisa usar quadrados do mesmo tamanho. A discussão sobre o que faz um quadrado ser maior do que outro, conduzirá à idéia do comprimento dos seus lados e, daí à aceitação da polegada quadrada como unidade de medida para área. Deve ser dada prática na avaliação e medida de áreas com esta unidade padronizada.

Como com o perímetro, a medição de áreas maiores conduzará ao uso de unidades padronizadas maiores.

A prática na medida de volume com coisas tais como bolinhas, blocos cúbicos e blocos retangulares (algumas vezes chamados cuboides) logo levará à aceitação do cubo como uma unidade de medida apropriada. Se as unidades padronizadas de volume são consideradas depois das unidades padronizadas de área, então, haverá imediata aceitação da po legada cúbica. Para a criança aceitar medidas de volume para líquidos como onça, pint (20 onças na Inglaterra) quartos e galões é necessário, apenas, relembrar o fato de que uma dada quantidade de líquido permanece a mesma não importando a forma do vaso ocupado. Como antes, maiores volumes conduzem a maiores unidades padronizadas de medida.

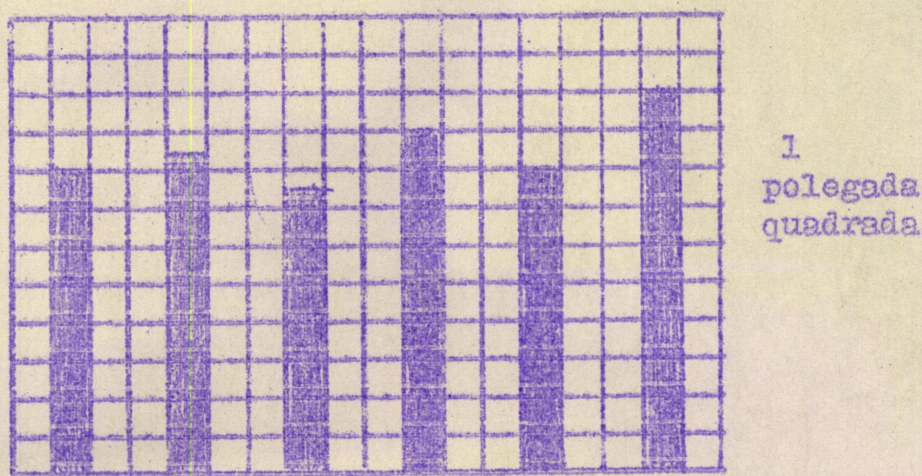
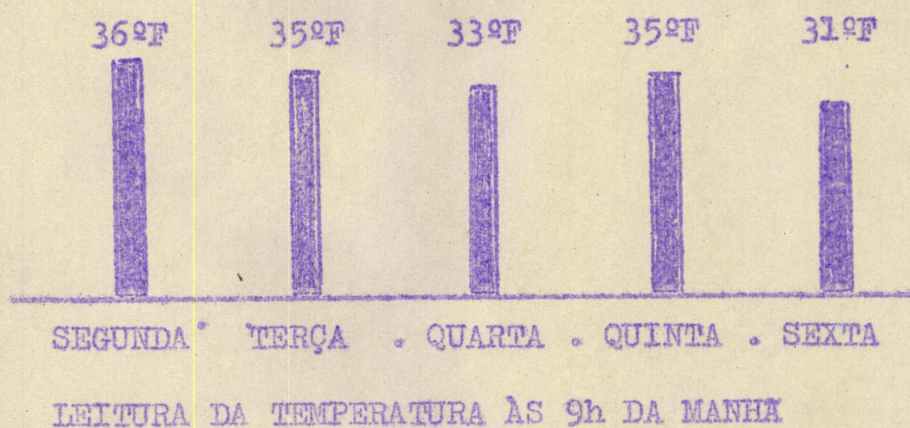
a) Medida de ângulos

Se o trabalho anterior (em b) foi compreendido, as crianças aceitarão com facilidade a necessidade de uma unidade de medida para ângulos. Uma unidade apropriada para começar pode ser o ângulo através do qual um ponteiro de minutos se move num relógio em cinco minutos. Pode-se dar à criança um círculo recortado em cartolina, com o centro marcado e pedir para ela dividir a circunferência em 12 partes iguais como melhor ela puder. Ela pode, então escrever os números de 0 a 11, como no relógio (o 0 em lugar do 12). De início ela colocará seu ângulo Meccano neste "transferidor" a fim de encontrar a medida de qualquer ângulo que interesse. Mais tarde, poderá ser cortado um buraco no centro e dar a prática em medida de ângulos sem a ajuda do ângulo Meccano. Quando a criança está familiarizada com frações, ela pode construir outro "transferidor" usando o número 1 para um ângulo raso (180°) e os números $3/2$, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$ para cada um dos ângulos 270° , 90° , 60° , 45° e 30° . Com o uso deste "transferidor" a necessidade de maior precisão exigirá da criança escrever cada vez mais números em seu "transferidor". Quando ela está completamente familiarizada com o seu "transferidor" pode-se pedir para cortá-lo ao longo do diâmetro e retirar a metade e ver se ainda é capaz de medir todos os ângulos. Quando ela compreende que não há necessidade de um transferidor completo, então, pode ser introduzido o transferidor convencional e a unidade padronizada, o grau. Contudo, é muito recomendado que ela conserve seu próprio transferidor e o use tão frequentemente.

te quanto o transferidor de graus. Ela poderá, também, conservar seu ângulo Meccano a fim de medir os ângulos de figuras tri-dimensionais (3-D) Como suplemento da medição de ângulos a criança aprenderá a ler e usar um compasso graduado (direction compass).

d) Gráficos

Esta tópicos está diretamente relacionado aos gráficos sob o título Tamanho (4.2.2.(d)). Quando a criança fez algumas medidas ela será capaz de substituir o uso de quadrados de papel por tiras de papel da mesma largura, construindo seus gráficos. Ela cortará suas tiras do comprimento desejado (Ver Figura 16). Neste estágio a criança será introduzida em gráficos de papel que, inicialmente, serão quadrados relativamente grandes. Em vez do uso de quadrados de papel ou tiras de papel para o uso de suas colunas ela poderá colorir uma coluna de quadrados (Ver Figura 16).

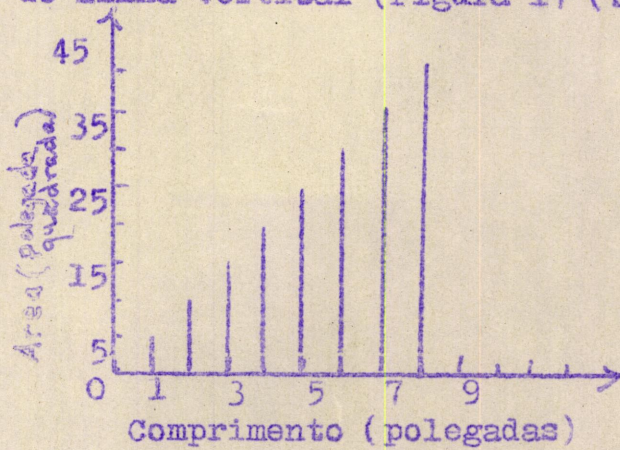


AMY ROBIN GINA DAVID SCOTT STEPHEN
COMPRIMENTOS DE SAPATO

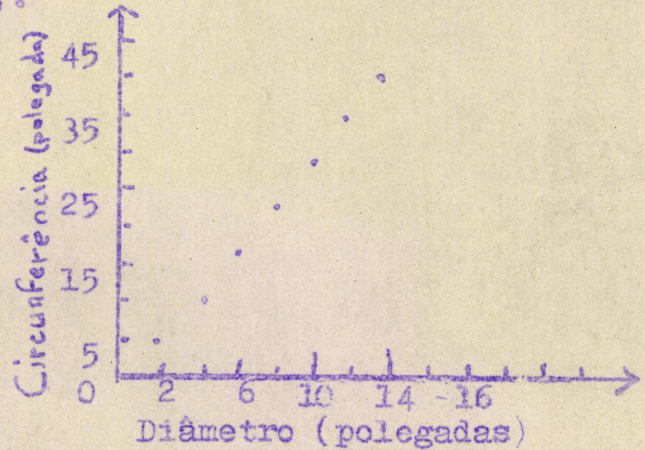
Figura 16

Depois da criança ter construído e lido muitos gráficos semelhantes, ela estará pronta para estudar a escala de gráficos. Por exemplo, um grupo de crianças pode construir um gráfico, em um quadro de avisos, usando tiras de papel. O gráfico pode ser a comparação da altura de algumas crianças com tiras de papel tão longas quanto a altura das crianças. A criança percebe que ela nunca poderá fazer este gráfico em seu gráfico de papel. Contudo, o professor poderá dobrar cada uma dessas tiras ao meio e pregá-las com alfinete no quadro de avisos. As crianças podem, então, discutir quais desses "novos" gráficos dão a mesma informação que o "velho" gráfico. Aqui as crianças decidem sobre que informação adicional é necessária, no gráfico, para os outros saberem que todos os comprimentos foram reduzidos ao meio. Sendo dada uma sugestão executável, ela será aceita. Com mais prática em escalas a criança aceitará com prazer a conveniência do eixo vertical etiquetado. A tira de papel pode ser dobrada ao meio mais uma vez e repetida a discussão acima. Quando a escala destes gráficos está compreendida, as crianças são capazes de construir réplicas do gráfico original em seus gráficos de papel. Será provável que várias crianças escolham escalas diferentes. Disto o professor as levará a discutir as vantagens do uso de suas folhas do gráfico de papel.

Quando a criança teve alguma experiência com linhas numeradas, ela pode começar usando comprimentos de fileiras em vez de tiras de papel, para a altura de suas colunas. Em seu gráfico de papel ela pode usar segmentos de linha vertical (Ver Figura 17 (a)). Com esta prática e o uso do eixo vertical etiquetado ela facilmente concordará que um ponto (uma marca) na altura desejada expressa tanto quanto o segmento de linha vertical (Figura 17 (b)).



(a) Área de um Retângulo de 5 polegadas de largura



(b) Circunferência de um Círculo

Figura 17

Quando os gráficos tipo Cartesiano estão sendo estudados, a criança deverá também estar lendo e construindo gráficos circulares e de linha, como em 4. 22. (e). Neste estágio ela poderá ser orientada a construir seus ângulos e comprimentos com um certo grau de precisão. Quando isto acontece a criança pode ser introduzida no gráfico tipo polar, por problemas tais como os seguintes:

Um pinheiro está na direção S.E. e 14 passos longe de uma árvore (bordo). Na direção NE e, também, distante 14 passos está uma bétula, (videiro). Um tesouro está enterrado a meio caminho entre o pinheiro e videiro. Se você está parado na árvore de bordo, em que direção e quantos passos deverá dar a fim de parar no tesouro? (Ver Figura 18)

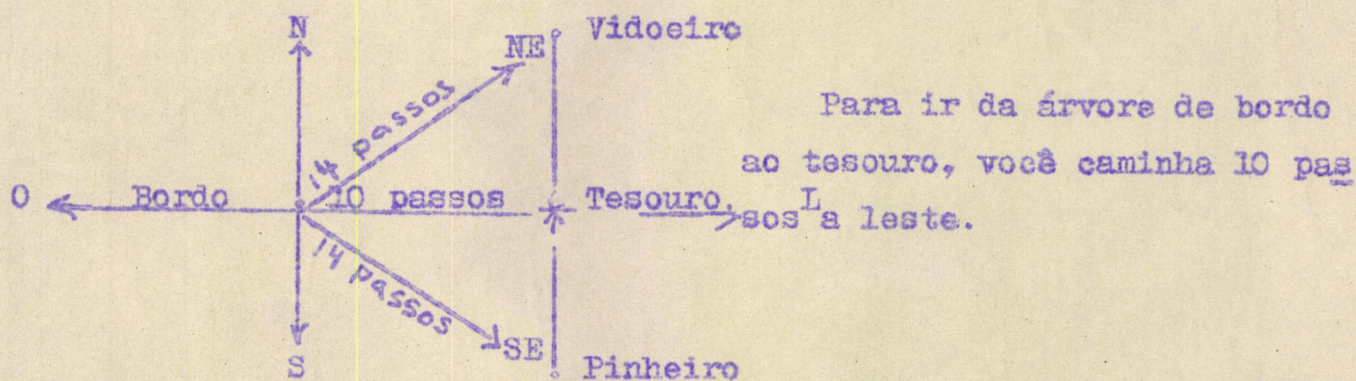


Figura 18

Muitos problemas semelhantes podem ser organizados com o trabalho do guarda florestal e de pilotos de navios.

Logo que a criança está familiarizada em construir seus próprios gráficos pode utilizar o gráfico polar de papel. Em trabalho de gráfico a criança pode fazer todas as medidas originais em lugares tais como a sala de aula ou o pátio da escola, se for possível. Quando isto é feito a criança pode ser instruída a utilizar algum instrumento de medida (agrimensura) simples ou feitos em casa.

Se a criança fez muitas experiências (acima mencionadas) com gráficos, então, ela não terá dificuldade em compreender longitude e latitude. Com o uso de um globo grande, barbante e um pequeno e flexível transferidor, a criança pode considerar numerosos problemas de viagens, no globo. Uma idéia importante que ela pode descobrir é que a menor distância entre dois pontos, numa esfera, está sobre um grande círculo.

e) Medidas de transformações

Este tópico pode ser visto como uma extensão de (f) gráficos coordenados e (d) construções. Por exemplo, quando dada uma forma (modelo) de um ladrilho de uma parede, a criança, agora, será capaz de medir

as translações, horizontal e vertical, que deixarão seu modelo inalterado. Quando dado um modelo simétrico, por raciocínio, a criança será capaz de descobrir que a linha junção de quaisquer dois pontos correspondentes é perpendicular e bisseccionada pela linha refletida ou imagem. Sendo dada uma rotação modelo a criança será capaz de medir o quanto de rotação deixará o modelo inalterado.

A criança, agora, está em condições de fazer os seguintes tipos de problemas:

(1) Um homem, em seu carro, viaja 10 milhas a leste, depois 13 milhas a oeste, em seguida 7 milhas a leste. De que outro modo poderia ter feito sua viagem se fossem determinadas somente a saída e a chegada nas mesmas posições? (gráficos de linha reta (Straight-line) e o uso de setas serão aconselhados).

(2) Translade a seguinte figura 3 polegadas a leste e 4 polegadas ao norte (veja Figura 19 (a)).

(3) Translade, a seguinte figura, 20 centímetros na direção N. 30° E e 20 centímetros a leste (ver Figura 19 (b)).

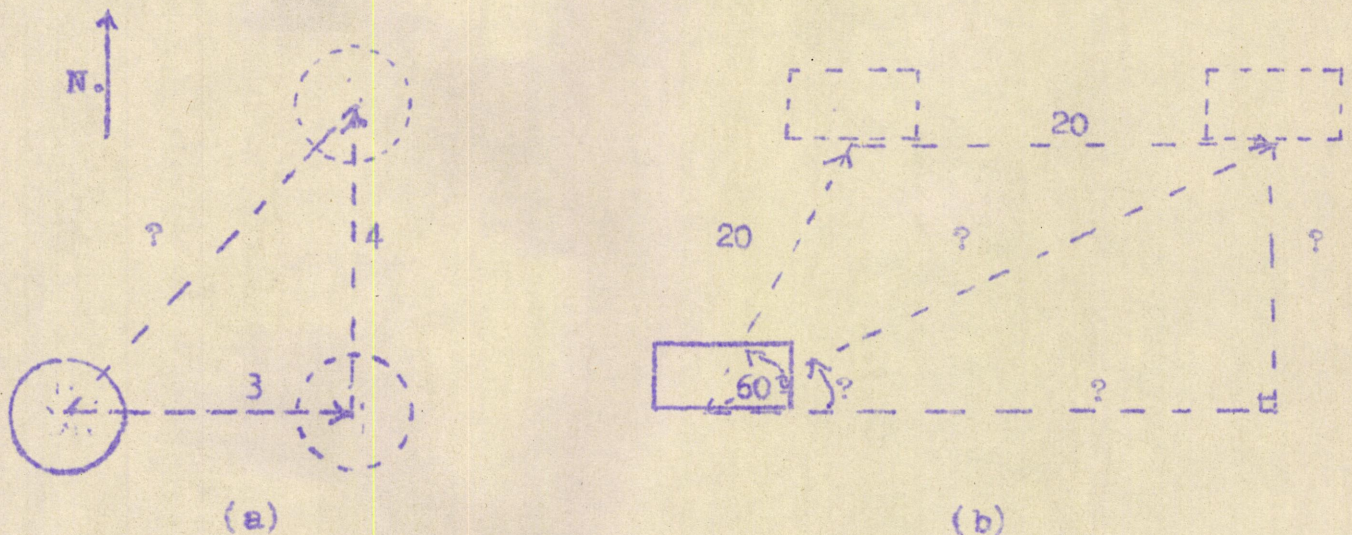


Figura 19

O problema (3) pode ser repetido com a ordem das translações invertidas. Em consequência, a criança aprenderá que a ordem na qual as translações são realizadas (carried out) não afeta o resultado final. Em ambos os problemas (2) e (3), pode-se pedir à criança para encontrar a translação simples que teria o mesmo efeito das translações dadas. Ou, no problema (3) pode-se pedir a translação a leste e norte que substituirá a translação dada e, contudo, terá o mesmo efeito.

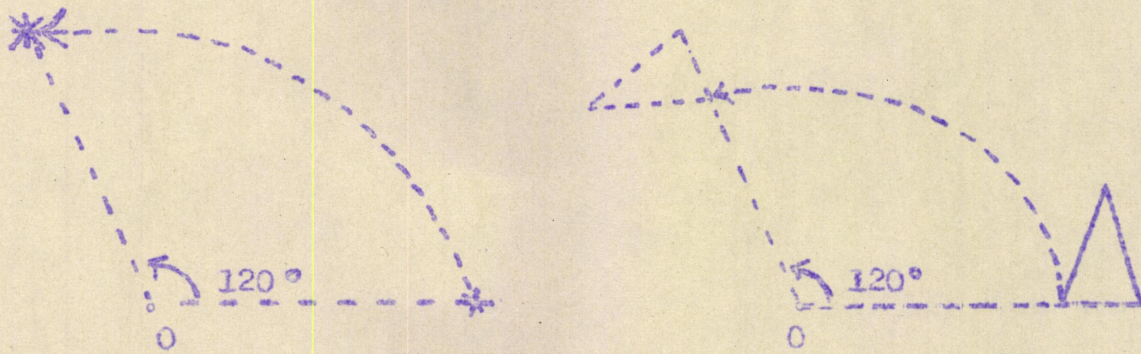
Com respeito à rotação, o seguinte tipo de problemas pode ser

considerado:

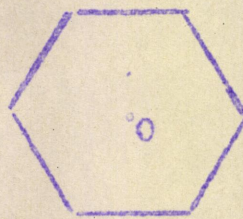
(1) Girar a seguinte figura 120° na direção contrária a dos ponteiros do relógio, sobre o ponto O . (Ver Figura 20 (a)).

(2) Girar a seguinte figura, em 60° sobre o ponto O (Ver Figura 20 (b)). (De problemas desta natureza a criança poderá aprender a rotação de figuras simétricas (symmetry rotations of figures), notadamente estas rotações que deixam a figura inalterada).

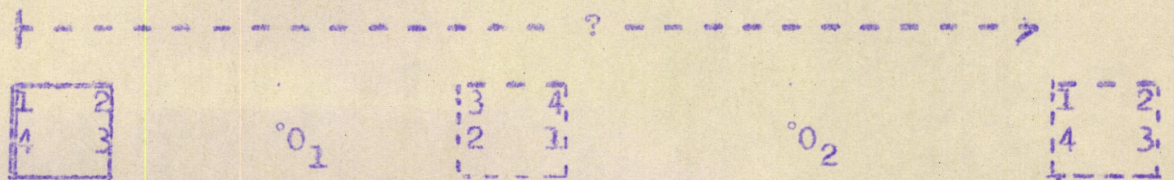
(3) Girar a seguinte figura em 180° sobre O_1 , depois outra vez 180° sobre O_2 (Ver Figura 20 (c)). (Destes problemas a criança aprenderá que duas meia-voltas iguais são equivalentes a uma translação, através da distância $2 O_1 O_2$. Note que as mesmas duas meia-voltas feitas em sentido oposto produzem a translação oposta).



(a)



(b)



(c)

Figura 20

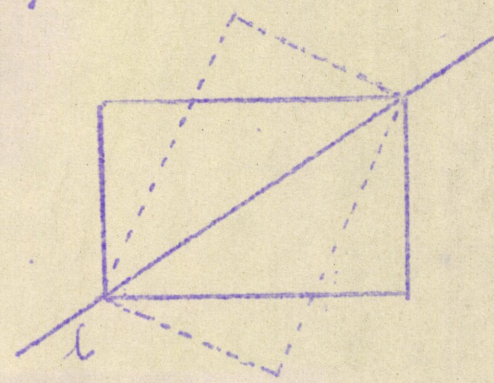
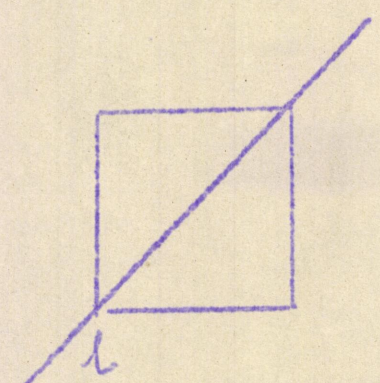
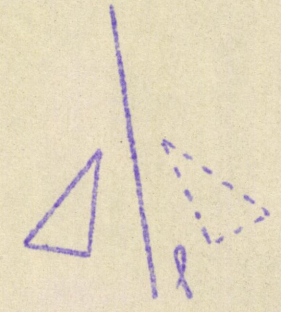
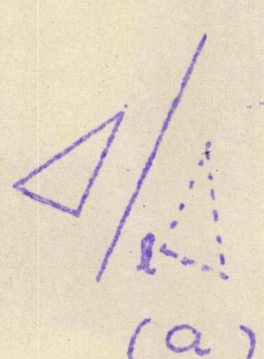
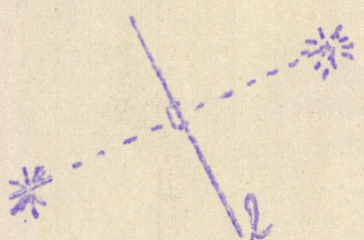
Os seguintes problemas podem ser usados para estudar reflexão:

(1) Reflete (rebate) as seguintes figuras, de um lado ao outro da linha l (Ver Figura 21 (a)).

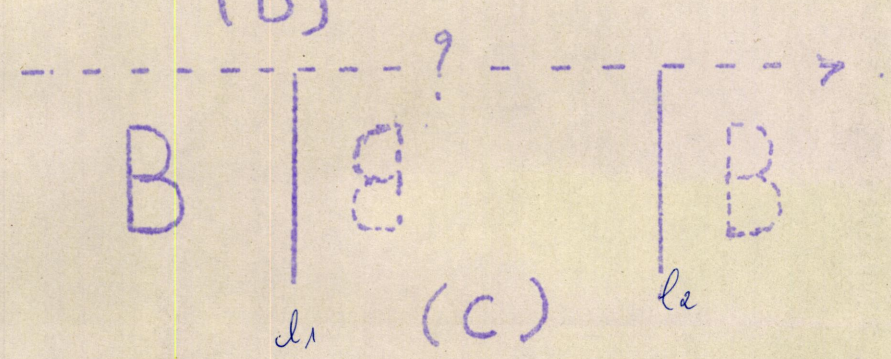
(2) Rebate as seguintes figuras por sobre a linha l (Ver Figura 21 (b)). (Deste tipo de problemas a criança aprenderá a reflexão simétrica de figuras).

(3) Reflete a seguinte figura por sobre a linha l_1 , depois, de um lado ao outro da linha l_2 (Ver Figura 21 (c)). (Deste tipo de problema a criança aprenderá que duas reflexões por sobre linhas paralelas são equivalentes a uma translação através da distância que é o dobro daquela entre as linhas paralelas).

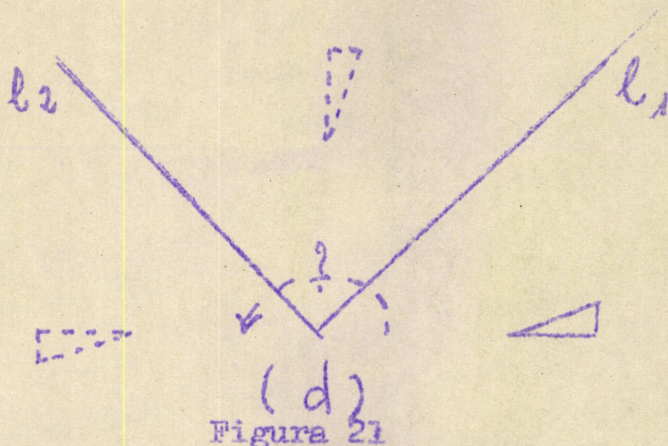
(4) Reflete a seguinte figura por sobre a linha l_1 e, depois, por sobre a linha l_2 (Ver Figura 21 (d)). (Deste tipo de problema a criança pode aprender que duas reflexões por sobre linhas que se intersectam são equivalentes a uma rotação ao redor do ponto de intersecção das linhas dadas, e através de um ângulo que é o dobro do ângulo entre as linhas intersectivas).



(b)



(c)



f) Gráficos de coordenadas

Depois dos gráficos (d) a criança estará pronta para uma apresentação formal das coordenadas Cartesianas e polos coordenados. Podem ser introduzidos termos tais como X linha e Y linha (ou eixo), eixo polar e pares ordenados. Também poderão ser introduzidas notações como (3, 5) e (10, 30) ou par (even) (10, 1/6) se ela usa seu "radial"-tipo transferidor.

A seguir, um procedimento formal pelo qual as coordenadas Cartesianas podem ser utilizadas em classe. Uma determinada fileira e uma determinada coluna de alunos são escolhidas como eixos X e Y. O estudante na intersecção deverá saber que seu "nome" é (0, 0) e, com a prática outras crianças virão a conhecer seus "nomes" relativos a esses eixos. A escolha dos eixos deve ser trocada de tempos em tempos e introduzidas as coordenadas negativas quando for apropriado. (É interessante notar que Descartes (1596 - 1650) usou, somente, números positivos para coordenadas. A importante idéia de permitir coordenadas negativas foi introduzida por Isaac Newton (1642 - 1727).

Uma maneira de praticar com coordenadas polar, é a seguinte. Se a criança tem algum conhecimento do sistema solar, então, podem ser pendurados no teto, modelos do sol e os planetas em posições aproximadamente adequadas em ^{no} um plano. Toma-se o sol como origem e qualquer direção conveniente do sol, como eixo polar. Então, pode-se pedir às crianças, as coordenadas polares dos diferentes planetas. A escolha da origem deve ser trocada de tempos em tempos.

G) Construções

Do trabalho em construção de modelos, dobraduras e recortes e, em medidas, a criança ficará pronta para usar instrumentos como régua, set square, transferidor, compassos e régua paralelas. Com estes ins

trumentos ela será capaz de descobrir meios de construção de figuras como triângulos equiláteros, triângulos isóceles, triângulos retângulos, círculos, setores, quadrados, retângulos, paralelogramos e polígonos. Estas figuras podem ser de quaisquer dimensões desejadas e algumas delas podem ser usadas para construir armações de modelos 3-D (tri-dimensionais). Quando a criança gosta de construções ^{que aparecem} ^{de} ^{podem} ^{ser} (introduzidas) iniciadas na construção de redes (nets) para modelos em 3-D (três dimensões).

h) Desenho de escalas

Tão logo as crianças entendam o uso de uma escala avulta a compreensão e satisfação no preparo de mapas, globos e contornos de mapas. Um projeto interessante para um grupo de crianças neste estágio é desenhar em escala grande o mapa de sua vizinhança. Elas podem, então, construir em escala, modelos das casas e edifícios locais e colocá-las em seus mapas. Com estes modelos elas verão o uso prático de numerosas figuras geométricas que elas estudaram.