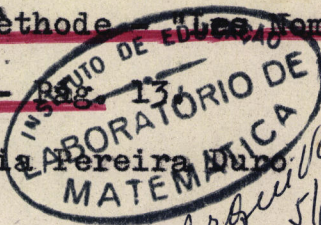
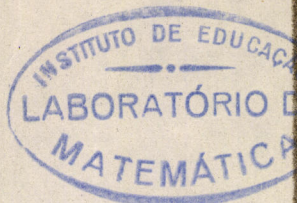


G. Cuisenaire - G. Gattegno: "Initiation a la Méthode des Nombres en Couleurs" - Pág. 13

Tradução: Lília Maria Pereira Dupo



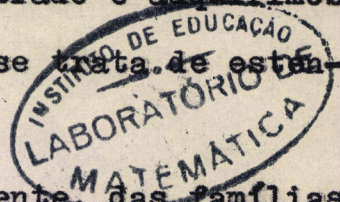
Arquivado em 5/11/1982
Lília Maria
CALM

Se o professor, suspendendo um instante a marcha para diante de sua atividade regida pelo programa, se perguntar se seus alunos estão em situações corretas do ponto de vista da aprendizagem da matemática, o alcance do que tem sido dito sobre o assunto se lhe apresentará. Os alunos, postos em face de situações matemáticas altamente elaboradas, não extraem aquilo que suas polarizações momentâneas lhes fazem descobrir. Mas as alunas são diferentes, vendo / nas situações coisas diferentes e o professor pode aprender a encontrar nesta situação real uma fonte de informação sobre a maneira pela qual ^{seus} ~~as~~ alunas concluem e pela qual o material as estimula. O que temos dito do conteúdo matemático do esquema das decomposições possíveis de um número é evidentemente um exemplo do que é possível aprender, deixando-se guiar por uma situação dada, mais do que por uma situação, digo, por um programa pré estabelecido.

O material Cuisenaire é também muito rico sob esse aspecto. / Tomemos o exemplo das frações, em vista de favorecer uma busca funcional, na classe, de um ensino, conforme o programa oficial, mas não necessariamente ^{sensato} ~~judicial~~, do ponto de vista psicológico e matemático.

Nossas decomposições lineares de números nos mostraram que só a unidade entra nêles um número inteiro de vezes; e, também, que / certas decomposições podem se realizar com a ajuda de uma só espécie de barras. A leitura desses casos nos dá todas as decomposições em fatores desses números. Basta inverter a leitura da notação para gerar frações. Por exemplo: $24 = 4 \times 6 = 6 \times 4 = 2 \times 12 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 3 \times 8$. Há quatro 6 em 24; portanto 6 é $\frac{1}{4}$ de 24; 8, $\frac{1}{3}$; 3, $\frac{1}{8}$, etc. Tomamos consciência, assim, que na situação

Faremos o mesmo em cada caso particular reencontrado e adquirimos, aberto o caminho, a experiência matemática que se ~~trata de estab-~~ der tanto quanto possível.



Nós não temos ainda ^{nós fizemos} feito ^{isso} isso, explicitamente, das famílias de cores. O momento ^é ¹ ² ³ ⁴ ⁵ ⁶ ⁷ ⁸ ⁹ ¹⁰ ¹¹ ¹² ¹³ ¹⁴ ¹⁵ ¹⁶ ¹⁷ ¹⁸ ¹⁹ ²⁰ ²¹ ²² ²³ ²⁴ ²⁵ ²⁶ ²⁷ ²⁸ ²⁹ ³⁰ ³¹ ³² ³³ ³⁴ ³⁵ ³⁶ ³⁷ ³⁸ ³⁹ ⁴⁰ ⁴¹ ⁴² ⁴³ ⁴⁴ ⁴⁵ ⁴⁶ ⁴⁷ ⁴⁸ ⁴⁹ ⁵⁰ ⁵¹ ⁵² ⁵³ ⁵⁴ ⁵⁵ ⁵⁶ ⁵⁷ ⁵⁸ ⁵⁹ ⁶⁰ ⁶¹ ⁶² ⁶³ ⁶⁴ ⁶⁵ ⁶⁶ ⁶⁷ ⁶⁸ ⁶⁹ ⁷⁰ ⁷¹ ⁷² ⁷³ ⁷⁴ ⁷⁵ ⁷⁶ ⁷⁷ ⁷⁸ ⁷⁹ ⁸⁰ ⁸¹ ⁸² ⁸³ ⁸⁴ ⁸⁵ ⁸⁶ ⁸⁷ ⁸⁸ ⁸⁹ ⁹⁰ ⁹¹ ⁹² ⁹³ ⁹⁴ ⁹⁵ ⁹⁶ ⁹⁷ ⁹⁸ ⁹⁹ ¹⁰⁰ ¹⁰¹ ¹⁰² ¹⁰³ ¹⁰⁴ ¹⁰⁵ ¹⁰⁶ ¹⁰⁷ ¹⁰⁸ ¹⁰⁹ ¹¹⁰ ¹¹¹ ¹¹² ¹¹³ ¹¹⁴ ¹¹⁵ ¹¹⁶ ¹¹⁷ ¹¹⁸ ¹¹⁹ ¹²⁰ ¹²¹ ¹²² ¹²³ ¹²⁴ ¹²⁵ ¹²⁶ ¹²⁷ ¹²⁸ ¹²⁹ ¹³⁰ ¹³¹ ¹³² ¹³³ ¹³⁴ ¹³⁵ ¹³⁶ ¹³⁷ ¹³⁸ ¹³⁹ ¹⁴⁰ ¹⁴¹ ¹⁴² ¹⁴³ ¹⁴⁴ ¹⁴⁵ ¹⁴⁶ ¹⁴⁷ ¹⁴⁸ ¹⁴⁹ ¹⁵⁰ ¹⁵¹ ¹⁵² ¹⁵³ ¹⁵⁴ ¹⁵⁵ ¹⁵⁶ ¹⁵⁷ ¹⁵⁸ ¹⁵⁹ ¹⁶⁰ ¹⁶¹ ¹⁶² ¹⁶³ ¹⁶⁴ ¹⁶⁵ ¹⁶⁶ ¹⁶⁷ ¹⁶⁸ ¹⁶⁹ ¹⁷⁰ ¹⁷¹ ¹⁷² ¹⁷³ ¹⁷⁴ ¹⁷⁵ ¹⁷⁶ ¹⁷⁷ ¹⁷⁸ ¹⁷⁹ ¹⁸⁰ ¹⁸¹ ¹⁸² ¹⁸³ ¹⁸⁴ ¹⁸⁵ ¹⁸⁶ ¹⁸⁷ ¹⁸⁸ ¹⁸⁹ ¹⁹⁰ ¹⁹¹ ¹⁹² ¹⁹³ ¹⁹⁴ ¹⁹⁵ ¹⁹⁶ ¹⁹⁷ ¹⁹⁸ ¹⁹⁹ ²⁰⁰ ²⁰¹ ²⁰² ²⁰³ ²⁰⁴ ²⁰⁵ ²⁰⁶ ²⁰⁷ ²⁰⁸ ²⁰⁹ ²¹⁰ ²¹¹ ²¹² ²¹³ ²¹⁴ ²¹⁵ ²¹⁶ ²¹⁷ ²¹⁸ ²¹⁹ ²²⁰ ²²¹ ²²² ²²³ ²²⁴ ²²⁵ ²²⁶ ²²⁷ ²²⁸ ²²⁹ ²³⁰ ²³¹ ²³² ²³³ ²³⁴ ²³⁵ ²³⁶ ²³⁷ ²³⁸ ²³⁹ ²⁴⁰ ²⁴¹ ²⁴² ²⁴³ ²⁴⁴ ²⁴⁵ ²⁴⁶ ²⁴⁷ ²⁴⁸ ²⁴⁹ ²⁵⁰ ²⁵¹ ²⁵² ²⁵³ ²⁵⁴ ²⁵⁵ ²⁵⁶ ²⁵⁷ ²⁵⁸ ²⁵⁹ ²⁶⁰ ²⁶¹ ²⁶² ²⁶³ ²⁶⁴ ²⁶⁵ ²⁶⁶ ²⁶⁷ ²⁶⁸ ²⁶⁹ ²⁷⁰ ²⁷¹ ²⁷² ²⁷³ ²⁷⁴ ²⁷⁵ ²⁷⁶ ²⁷⁷ ²⁷⁸ ²⁷⁹ ²⁸⁰ ²⁸¹ ²⁸² ²⁸³ ²⁸⁴ ²⁸⁵ ²⁸⁶ ²⁸⁷ ²⁸⁸ ²⁸⁹ ²⁹⁰ ²⁹¹ ²⁹² ²⁹³ ²⁹⁴ ²⁹⁵ ²⁹⁶ ²⁹⁷ ²⁹⁸ ²⁹⁹ ³⁰⁰ ³⁰¹ ³⁰² ³⁰³ ³⁰⁴ ³⁰⁵ ³⁰⁶ ³⁰⁷ ³⁰⁸ ³⁰⁹ ³¹⁰ ³¹¹ ³¹² ³¹³ ³¹⁴ ³¹⁵ ³¹⁶ ³¹⁷ ³¹⁸ ³¹⁹ ³²⁰ ³²¹ ³²² ³²³ ³²⁴ ³²⁵ ³²⁶ ³²⁷ ³²⁸ ³²⁹ ³³⁰ ³³¹ ³³² ³³³ ³³⁴ ³³⁵ ³³⁶ ³³⁷ ³³⁸ ³³⁹ ³⁴⁰ ³⁴¹ ³⁴² ³⁴³ ³⁴⁴ ³⁴⁵ ³⁴⁶ ³⁴⁷ ³⁴⁸ ³⁴⁹ ³⁵⁰ ³⁵¹ ³⁵² ³⁵³ ³⁵⁴ ³⁵⁵ ³⁵⁶ ³⁵⁷ ³⁵⁸ ³⁵⁹ ³⁶⁰ ³⁶¹ ³⁶² ³⁶³ ³⁶⁴ ³⁶⁵ ³⁶⁶ ³⁶⁷ ³⁶⁸ ³⁶⁹ ³⁷⁰ ³⁷¹ ³⁷² ³⁷³ ³⁷⁴ ³⁷⁵ ³⁷⁶ ³⁷⁷ ³⁷⁸ ³⁷⁹ ³⁸⁰ ³⁸¹ ³⁸² ³⁸³ ³⁸⁴ ³⁸⁵ ³⁸⁶ ³⁸⁷ ³⁸⁸ ³⁸⁹ ³⁹⁰ ³⁹¹ ³⁹² ³⁹³ ³⁹⁴ ³⁹⁵ ³⁹⁶ ³⁹⁷ ³⁹⁸ ³⁹⁹ ⁴⁰⁰ ⁴⁰¹ ⁴⁰² ⁴⁰³ ⁴⁰⁴ ⁴⁰⁵ ⁴⁰⁶ ⁴⁰⁷ ⁴⁰⁸ ⁴⁰⁹ ⁴¹⁰ ⁴¹¹ ⁴¹² ⁴¹³ ⁴¹⁴ ⁴¹⁵ ⁴¹⁶ ⁴¹⁷ ⁴¹⁸ ⁴¹⁹ ⁴²⁰ ⁴²¹ ⁴²² ⁴²³ ⁴²⁴ ⁴²⁵ ⁴²⁶ ⁴²⁷ ⁴²⁸ ⁴²⁹ ⁴³⁰ ⁴³¹ ⁴³² ⁴³³ ⁴³⁴ ⁴³⁵ ⁴³⁶ ⁴³⁷ ⁴³⁸ ⁴³⁹ ⁴⁴⁰ ⁴⁴¹ ⁴⁴² ⁴⁴³ ⁴⁴⁴ ⁴⁴⁵ ⁴⁴⁶ ⁴⁴⁷ ⁴⁴⁸ ⁴⁴⁹ ⁴⁵⁰ ⁴⁵¹ ⁴⁵² ⁴⁵³ ⁴⁵⁴ ⁴⁵⁵ ⁴⁵⁶ ⁴⁵⁷ ⁴⁵⁸ ⁴⁵⁹ ⁴⁶⁰ ⁴⁶¹ ⁴⁶² ⁴⁶³ ⁴⁶⁴ ⁴⁶⁵ ⁴⁶⁶ ⁴⁶⁷ ⁴⁶⁸ ⁴⁶⁹ ⁴⁷⁰ ⁴⁷¹ ⁴⁷² ⁴⁷³ ⁴⁷⁴ ⁴⁷⁵ ⁴⁷⁶ ⁴⁷⁷ ⁴⁷⁸ ⁴⁷⁹ ⁴⁸⁰ ⁴⁸¹ ⁴⁸² ⁴⁸³ ⁴⁸⁴ ⁴⁸⁵ ⁴⁸⁶ ⁴⁸⁷ ⁴⁸⁸ ⁴⁸⁹ ⁴⁹⁰ ⁴⁹¹ ⁴⁹² ⁴⁹³ ⁴⁹⁴ ⁴⁹⁵ ⁴⁹⁶ ⁴⁹⁷ ⁴⁹⁸ ⁴⁹⁹ ⁵⁰⁰ ⁵⁰¹ ⁵⁰² ⁵⁰³ ⁵⁰⁴ ⁵⁰⁵ ⁵⁰⁶ ⁵⁰⁷ ⁵⁰⁸ ⁵⁰⁹ ⁵¹⁰ ⁵¹¹ ⁵¹² ⁵¹³ ⁵¹⁴ ⁵¹⁵ ⁵¹⁶ ⁵¹⁷ ⁵¹⁸ ⁵¹⁹ ⁵²⁰ ⁵²¹ ⁵²² ⁵²³ ⁵²⁴ ⁵²⁵ ⁵²⁶ ⁵²⁷ ⁵²⁸ ⁵²⁹ ⁵³⁰ ⁵³¹ ⁵³² ⁵³³ ⁵³⁴ ⁵³⁵ ⁵³⁶ ⁵³⁷ ⁵³⁸ ⁵³⁹ ⁵⁴⁰ ⁵⁴¹ ⁵⁴² ⁵⁴³ ⁵⁴⁴ ⁵⁴⁵ ⁵⁴⁶ ⁵⁴⁷ ⁵⁴⁸ ⁵⁴⁹ ⁵⁵⁰ ⁵⁵¹ ⁵⁵² ⁵⁵³ ⁵⁵⁴ ⁵⁵⁵ ⁵⁵⁶ ⁵⁵⁷ ⁵⁵⁸ ⁵⁵⁹ ⁵⁶⁰ ⁵⁶¹ ⁵⁶² ⁵⁶³ ⁵⁶⁴ ⁵⁶⁵ ⁵⁶⁶ ⁵⁶⁷ ⁵⁶⁸ ⁵⁶⁹ ⁵⁷⁰ ⁵⁷¹ ⁵⁷² ⁵⁷³ ⁵⁷⁴ ⁵⁷⁵ ⁵⁷⁶ ⁵⁷⁷ ⁵⁷⁸ ⁵⁷⁹ ⁵⁸⁰ ⁵⁸¹ ⁵⁸² ⁵⁸³ ⁵⁸⁴ ⁵⁸⁵ ⁵⁸⁶ ⁵⁸⁷ ⁵⁸⁸ ⁵⁸⁹ ⁵⁹⁰ ⁵⁹¹ ⁵⁹² ⁵⁹³ ⁵⁹⁴ ⁵⁹⁵ ⁵⁹⁶ ⁵⁹⁷ ⁵⁹⁸ ⁵⁹⁹ ⁶⁰⁰ ⁶⁰¹ ⁶⁰² ⁶⁰³ ⁶⁰⁴ ⁶⁰⁵ ⁶⁰⁶ ⁶⁰⁷ ⁶⁰⁸ ⁶⁰⁹ ⁶¹⁰ ⁶¹¹ ⁶¹² ⁶¹³ ⁶¹⁴ ⁶¹⁵ ⁶¹⁶ ⁶¹⁷ ⁶¹⁸ ⁶¹⁹ ⁶²⁰ ⁶²¹ ⁶²² ⁶²³ ⁶²⁴ ⁶²⁵ ⁶²⁶ ⁶²⁷ ⁶²⁸ ⁶²⁹ ⁶³⁰ ⁶³¹ ⁶³² ⁶³³ ⁶³⁴ ⁶³⁵ ⁶³⁶ ⁶³⁷ ⁶³⁸ ⁶³⁹ ⁶⁴⁰ ⁶⁴¹ ⁶⁴² ⁶⁴³ ⁶⁴⁴ ⁶⁴⁵ ⁶⁴⁶ ⁶⁴⁷ ⁶⁴⁸ ⁶⁴⁹ ⁶⁵⁰ ⁶⁵¹ ⁶⁵² ⁶⁵³ ⁶⁵⁴ ⁶⁵⁵ ⁶⁵⁶ ⁶⁵⁷ ⁶⁵⁸ ⁶⁵⁹ ⁶⁶⁰ ⁶⁶¹ ⁶⁶² ⁶⁶³ ⁶⁶⁴ ⁶⁶⁵ ⁶⁶⁶ ⁶⁶⁷ ⁶⁶⁸ ⁶⁶⁹ ⁶⁷⁰ ⁶⁷¹ ⁶⁷² ⁶⁷³ ⁶⁷⁴ ⁶⁷⁵ ⁶⁷⁶ ⁶⁷⁷ ⁶⁷⁸ ⁶⁷⁹ ⁶⁸⁰ ⁶⁸¹ ⁶⁸² ⁶⁸³ ⁶⁸⁴ ⁶⁸⁵ ⁶⁸⁶ ⁶⁸⁷ ⁶⁸⁸ ⁶⁸⁹ ⁶⁹⁰ ⁶⁹¹ ⁶⁹² ⁶⁹³ ⁶⁹⁴ ⁶⁹⁵ ⁶⁹⁶ ⁶⁹⁷ ⁶⁹⁸ ⁶⁹⁹ ⁷⁰⁰ ⁷⁰¹ ⁷⁰² ⁷⁰³ ⁷⁰⁴ ⁷⁰⁵ ⁷⁰⁶ ⁷⁰⁷ ⁷⁰⁸ ⁷⁰⁹ ⁷¹⁰ ⁷¹¹ ⁷¹² ⁷¹³ ⁷¹⁴ ⁷¹⁵ ⁷¹⁶ ⁷¹⁷ ⁷¹⁸ ⁷¹⁹ ⁷²⁰ ⁷²¹ ⁷²² ⁷²³ ⁷²⁴ ⁷²⁵ ⁷²⁶ ⁷²⁷ ⁷²⁸ ⁷²⁹ ⁷³⁰ ⁷³¹ ⁷³² ⁷³³ ⁷³⁴ ⁷³⁵ ⁷³⁶ ⁷³⁷ ⁷³⁸ ⁷³⁹ ⁷⁴⁰ ⁷⁴¹ ⁷⁴² ⁷⁴³ ⁷⁴⁴ ⁷⁴⁵ ⁷⁴⁶ ⁷⁴⁷ ⁷⁴⁸ ⁷⁴⁹ ⁷⁵⁰ ⁷⁵¹ ⁷⁵² ⁷⁵³ ⁷⁵⁴ ⁷⁵⁵ ⁷⁵⁶ ⁷⁵⁷ ⁷⁵⁸ ⁷⁵⁹ ⁷⁶⁰ ⁷⁶¹ ⁷⁶² ⁷⁶³ ⁷⁶⁴ ⁷⁶⁵ ⁷⁶⁶ ⁷⁶⁷ ⁷⁶⁸ ⁷⁶⁹ ⁷⁷⁰ ⁷⁷¹ ⁷⁷² ⁷⁷³ ⁷⁷⁴ ⁷⁷⁵ ⁷⁷⁶ ⁷⁷⁷ ⁷⁷⁸ ⁷⁷⁹ ⁷⁸⁰ ⁷⁸¹ ⁷⁸² ⁷⁸³ ⁷⁸⁴ ⁷⁸⁵ ⁷⁸⁶ ⁷⁸⁷ ⁷⁸⁸ ⁷⁸⁹ ⁷⁹⁰ ⁷⁹¹ ⁷⁹² ⁷⁹³ ⁷⁹⁴ ⁷⁹⁵ ⁷⁹⁶ ⁷⁹⁷ ⁷⁹⁸ ⁷⁹⁹ ⁸⁰⁰ ⁸⁰¹ ⁸⁰² ⁸⁰³ ⁸⁰⁴ ⁸⁰⁵ ⁸⁰⁶ ⁸⁰⁷ ⁸⁰⁸ ⁸⁰⁹ ⁸¹⁰ ⁸¹¹ ⁸¹² ⁸¹³ ⁸¹⁴ ⁸¹⁵ ⁸¹⁶ ⁸¹⁷ ⁸¹⁸ ⁸¹⁹ ⁸²⁰ ⁸²¹ ⁸²² ⁸²³ ⁸²⁴ ⁸²⁵ ⁸²⁶ ⁸²⁷ ⁸²⁸ ⁸²⁹ ⁸³⁰ ⁸³¹ ⁸³² ⁸³³ ⁸³⁴ ⁸³⁵ ⁸³⁶ ⁸³⁷ ⁸³⁸ ⁸³⁹ ⁸⁴⁰ ⁸⁴¹ ⁸⁴² ⁸⁴³ ⁸⁴⁴ ⁸⁴⁵ ⁸⁴⁶ ⁸⁴⁷ ⁸⁴⁸ ⁸⁴⁹ ⁸⁵⁰ ⁸⁵¹ ⁸⁵² ⁸⁵³ ⁸⁵⁴ ⁸⁵⁵ ⁸⁵⁶ ⁸⁵⁷ ⁸⁵⁸ ⁸⁵⁹ ⁸⁶⁰ ⁸⁶¹ ⁸⁶² ⁸⁶³ ⁸⁶⁴ ⁸⁶⁵ ⁸⁶⁶ ⁸⁶⁷ ⁸⁶⁸ ⁸⁶⁹ ⁸⁷⁰ ⁸⁷¹ ⁸⁷² ⁸⁷³ ⁸⁷⁴ ⁸⁷⁵ ⁸⁷⁶ ⁸⁷⁷ ⁸⁷⁸ ⁸⁷⁹ ⁸⁸⁰ ⁸⁸¹ ⁸⁸² ⁸⁸³ ⁸⁸⁴ ⁸⁸⁵ ⁸⁸⁶ ⁸⁸⁷ ⁸⁸⁸ ⁸⁸⁹ ⁸⁹⁰ ⁸⁹¹ ⁸⁹² ⁸⁹³ ⁸⁹⁴ ⁸⁹⁵ ⁸⁹⁶ ⁸⁹⁷ ⁸⁹⁸ ⁸⁹⁹ ⁹⁰⁰ ⁹⁰¹ ⁹⁰² ⁹⁰³ ⁹⁰⁴ ⁹⁰⁵ ⁹⁰⁶ ⁹⁰⁷ ⁹⁰⁸ ⁹⁰⁹ ⁹¹⁰ ⁹¹¹ ⁹¹² ⁹¹³ ⁹¹⁴ ⁹¹⁵ ⁹¹⁶ ⁹¹⁷ ⁹¹⁸ ⁹¹⁹ ⁹²⁰ ⁹²¹ ⁹²² ⁹²³ ⁹²⁴ ⁹²⁵ ⁹²⁶ ⁹²⁷ ⁹²⁸ ⁹²⁹ ⁹³⁰ ⁹³¹ ⁹³² ⁹³³ ⁹³⁴ ⁹³⁵ ⁹³⁶ ⁹³⁷ ⁹³⁸ ⁹³⁹ ⁹⁴⁰ ⁹⁴¹ ⁹⁴² ⁹⁴³ ⁹⁴⁴ ⁹⁴⁵ ⁹⁴⁶ ⁹⁴⁷ ⁹⁴⁸ ⁹⁴⁹ ⁹⁵⁰ ⁹⁵¹ ⁹⁵² ⁹⁵³ ⁹⁵⁴ ⁹⁵⁵ ⁹⁵⁶ ⁹⁵⁷ ⁹⁵⁸ ⁹⁵⁹ ⁹⁶⁰ ⁹⁶¹ ⁹⁶² ⁹⁶³ ⁹⁶⁴ ⁹⁶⁵ ⁹⁶⁶ ⁹⁶⁷ ⁹⁶⁸ ⁹⁶⁹ ⁹⁷⁰ ⁹⁷¹ ⁹⁷² ⁹⁷³ ⁹⁷⁴ ⁹⁷⁵ ⁹⁷⁶ ⁹⁷⁷ ⁹⁷⁸ ⁹⁷⁹ ⁹⁸⁰ ⁹⁸¹ ⁹⁸² ⁹⁸³ ⁹⁸⁴ ⁹⁸⁵ ⁹⁸⁶ ⁹⁸⁷ ⁹⁸⁸ ⁹⁸⁹ ⁹⁹⁰ ⁹⁹¹ ⁹⁹² ⁹⁹³ ⁹⁹⁴ ⁹⁹⁵ ⁹⁹⁶ ⁹⁹⁷ ⁹⁹⁸ ⁹⁹⁹ ¹⁰⁰⁰ ¹⁰⁰¹ ¹⁰⁰² ¹⁰⁰³ ¹⁰⁰⁴ ¹⁰⁰⁵ ¹⁰⁰⁶ ¹⁰⁰⁷ ¹⁰⁰⁸ ¹⁰⁰⁹ ¹⁰¹⁰ ¹⁰¹¹ ¹⁰¹² ¹⁰¹³ ¹⁰¹⁴ ¹⁰¹⁵ ¹⁰¹⁶ ¹⁰¹⁷ ¹⁰¹⁸ ¹⁰¹⁹ ¹⁰²⁰ ¹⁰²¹ ¹⁰²² ¹⁰²³ ¹⁰²⁴ ¹⁰²⁵ ¹⁰²⁶ ¹⁰²⁷ ¹⁰²⁸ ¹⁰²⁹ ¹⁰³⁰ ¹⁰³¹ ¹⁰³² ¹⁰³³ ¹⁰³⁴ ¹⁰³⁵ ¹⁰³⁶ ¹⁰³⁷ ¹⁰³⁸ ¹⁰³⁹ ¹⁰⁴⁰ ¹⁰⁴¹ ¹⁰⁴² ¹⁰⁴³ ¹⁰⁴⁴ ¹⁰⁴⁵ ¹⁰⁴⁶ ¹⁰⁴⁷ ¹⁰⁴⁸ ¹⁰⁴⁹ ¹⁰⁵⁰ ¹⁰⁵¹ ¹⁰⁵² ¹⁰⁵³ ¹⁰⁵⁴ ¹⁰⁵⁵ ¹⁰⁵⁶ ¹⁰⁵⁷ ¹⁰⁵⁸ ¹⁰⁵⁹ ¹⁰⁶⁰ ¹⁰⁶¹ ¹⁰⁶² ¹⁰⁶³ ¹⁰⁶⁴ ¹⁰⁶⁵ ¹⁰⁶⁶ ¹⁰⁶⁷ ¹⁰⁶⁸ ¹⁰⁶⁹ ¹⁰⁷⁰ ¹⁰⁷¹ ¹⁰⁷² ¹⁰⁷³ ¹⁰⁷⁴ ¹⁰⁷⁵ ¹⁰⁷⁶ ¹⁰⁷⁷ ¹⁰⁷⁸ ¹⁰⁷⁹ ¹⁰⁸⁰ ¹⁰⁸¹ ¹⁰⁸² ¹⁰⁸³ ¹⁰⁸⁴ ¹⁰⁸⁵ ¹⁰⁸⁶ ¹⁰⁸⁷ ¹⁰⁸⁸ ¹⁰⁸⁹ ¹⁰⁹⁰ ¹⁰⁹¹ ¹⁰⁹² ¹⁰⁹³ ¹⁰⁹⁴ ¹⁰⁹⁵ ¹⁰⁹⁶ ¹⁰⁹⁷ ¹⁰⁹⁸ ¹⁰⁹⁹ ¹¹⁰⁰ ¹¹⁰¹ ¹¹⁰² ¹¹⁰³ ¹¹⁰⁴ ¹¹⁰⁵ ¹¹⁰⁶ ¹¹⁰⁷ ¹¹⁰⁸ ¹¹⁰⁹ ¹¹¹⁰ ¹¹¹¹ ¹¹¹² ¹¹¹³ ¹¹¹⁴ ¹¹¹⁵ ¹¹¹⁶ ¹¹¹⁷ ¹¹¹⁸ ¹¹¹⁹ ¹¹²⁰ ¹¹²¹ ¹¹²² ¹¹²³ ¹¹²⁴ ¹¹²⁵ ¹¹²⁶ ¹¹²⁷ ¹¹²⁸ ¹¹²⁹ ¹¹³⁰ ¹¹³¹ ¹¹³² ¹¹³³ ¹¹³⁴ ¹¹³⁵ ¹¹³⁶ ¹¹³⁷ ¹¹³⁸ ¹¹³⁹ ¹¹⁴⁰ ¹¹⁴¹ ¹¹⁴² ¹¹⁴³ ¹¹⁴⁴ ¹¹⁴⁵ ¹¹⁴⁶ ¹¹⁴⁷ ¹¹⁴⁸ ¹¹⁴⁹ ¹¹⁵⁰ ¹¹⁵¹ ¹¹⁵² ¹¹⁵³ ¹¹⁵⁴ ¹¹⁵⁵ ¹¹⁵⁶ ¹¹⁵⁷ ¹¹⁵⁸ ¹¹⁵⁹ ¹¹⁶⁰ ¹¹⁶¹ ¹¹⁶² ¹¹⁶³ ¹¹⁶⁴ ¹¹⁶⁵ ¹¹⁶⁶ ¹¹⁶⁷ ¹¹⁶⁸ ¹¹⁶⁹ ¹¹⁷⁰ ¹¹⁷¹ ¹¹⁷² ¹¹⁷³ ¹¹⁷⁴ ¹¹⁷⁵ ¹¹⁷⁶ ¹¹⁷⁷ ¹¹⁷⁸ ¹¹⁷⁹ ¹¹⁸⁰ ¹¹⁸¹ ¹¹⁸² ¹¹⁸³ ¹¹⁸⁴ ¹¹⁸⁵ ¹¹⁸⁶ ¹¹⁸⁷ ¹¹⁸⁸ ¹¹⁸⁹ ¹¹⁹⁰ ¹¹⁹¹ ¹¹⁹² ¹¹⁹³ ¹¹⁹⁴ ¹¹⁹⁵ ¹¹⁹⁶ ¹¹⁹⁷ ¹¹⁹⁸ ¹¹⁹⁹ ¹²⁰⁰ ¹²⁰¹ ¹²⁰² ¹²⁰³ ¹²⁰⁴ ¹²⁰⁵ ¹²⁰⁶ ¹²⁰⁷ ¹²⁰⁸ ¹²⁰⁹ ¹²¹⁰ ¹²¹¹ ¹²¹² ¹²¹³ ¹²¹⁴ ¹²¹⁵ ¹²¹⁶ ¹²¹⁷ ¹²¹⁸ ¹²¹⁹ ¹²²⁰ ¹²²¹ ¹²²² ¹²²³ ¹²²⁴ ¹²²⁵ ¹²²⁶ ¹²²⁷ ¹²²⁸ ¹²²⁹ ¹²³⁰ ¹²³¹ ¹²³² ¹²³³ ¹²³⁴ ¹²³⁵ ¹²³⁶ ¹²³⁷ ¹²³⁸ ¹²³⁹ ¹²⁴⁰ ¹²⁴¹ ¹²⁴² ¹²⁴³ ¹²⁴⁴ ¹²⁴⁵ ¹²⁴⁶ ¹²⁴⁷ ¹²⁴⁸ ¹²⁴⁹ ¹²⁵⁰ ¹²⁵¹ ¹²⁵² ¹²⁵³ ¹²⁵⁴ ¹²⁵⁵ ¹²⁵⁶ ¹²⁵⁷ ¹²⁵⁸ ¹²⁵⁹ ¹²⁶⁰ ¹²⁶¹ ¹²⁶² ¹²⁶³ ¹²⁶⁴ ¹²⁶⁵ ¹²⁶⁶ ¹²⁶⁷ ¹²⁶⁸ ¹²⁶⁹ ¹²⁷⁰ ¹²⁷¹ ¹²⁷² ¹²⁷³ ¹²⁷⁴ ¹²⁷⁵ ¹²⁷⁶ ¹²⁷⁷ ¹²⁷⁸ ¹²⁷⁹ ¹²⁸⁰ ¹²⁸¹ ¹²⁸² ¹²⁸³ ¹²⁸⁴ ¹²⁸⁵ ¹²⁸⁶ ¹²⁸⁷ ¹²⁸⁸ ¹²⁸⁹ ¹²⁹⁰ ¹²⁹¹ ¹²⁹² ¹²⁹³ ¹²⁹⁴ ¹²⁹⁵ ¹²⁹⁶ ¹²⁹⁷ ¹²⁹⁸ ¹²⁹⁹ ¹³⁰⁰ ¹³⁰¹ ¹³⁰² ¹³⁰³ ¹³⁰⁴ ¹³⁰⁵ ¹³⁰⁶ ¹³⁰⁷ ¹³⁰⁸ ¹³⁰⁹ ¹³¹⁰ ¹³¹¹ ¹³¹² ¹³¹³ ¹³¹⁴ ¹³¹⁵ ¹³¹⁶ ¹³¹⁷ ¹³¹⁸ ¹³¹⁹ ¹³²⁰ ¹³²¹ <

tras. Os inversos são imediatos, pelas comparações de 10 com 2, 4, 6, 6, 8, mas, para as outras, há um trabalho muito instrutivo a fazer. Para 3, 7, 9, por exemplo, nós utilizamos a parte alíquota formada da barra branca e vemos que $10 = 3 \times 3 + 1$ e que 1 é o $\frac{1}{3}$ de 3; então, o inverso de $\frac{3}{10}$ é $3 - \frac{1}{3}$. Da mesma forma, $10 = 9 + 1$ ou 1×9 e $\frac{1}{9}$ de 9; então 9 entra em 10 uma vez e um nono; etc.

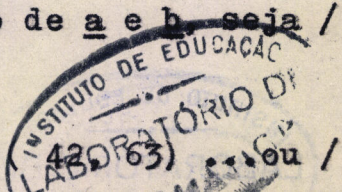
Se se trata de inverter $\frac{7}{9}$, o aluno verá que se trata de saber quantas vezes 7 está contido em 9, ou seja, uma vez, deixando 2 por resto. Com 7 por unidade, 2 se exprime como $\frac{2}{7}$; então, $1 - \frac{2}{7}$ é o inverso de $\frac{7}{9}$. Nos casos semelhantes, convém notar o inverso de uma fração pela inversão de dois termos. Não se trata ainda de operação sobre as frações, mas de produzir, de gerar a fração que exprime que a medida de a por b não é essencialmente diferente da medida de b por a (se as grandezas são homogêneas). Essa maneira de considerar a questão já é acessível aos alunos de 7 e 8 anos, com a condição de que não se formulam regras, mas que se deixe os alunos estabelecerem suas conclusões após uma pesquisa efetiva.

Passado esse estágio, não há mais dificuldade para para inverter frações mais difíceis, tais como $\frac{7}{33}$ ou $\frac{11}{30}$, etc. A notação torna-se viva e $\frac{11}{30}$ e $\frac{30}{11}$ representam uma mesma situação onde se invertem o papel da unidade de medida e da grandeza a medir.

Com isso tudo se quis dizer agora que nós estamos em ponto de introduzir as frações como pares ordenados e mesmo como famílias de equivalências de pares ordenados.

A medida de a por b escrever-se-á (a,b) ; então, (b,a) exprimirá o inverso e, em geral, $(a,b) \neq (b,a)$. Mas, mesmo que se tenha vários pares de barras que passam se interpretar como $\frac{1}{2} : (1,2)$, // $(2,4)$, $(3,6)$, ... nós diremos que o par (a,b) pertence a uma família saída de (a,b) , seja tomando o mesmo múltiplo de a e b seja / se tomando os submúltiplos eventuais.

Exemplo: $(14, 21)$ é equivalente a $(28, 42)$,



(2, 3). A família de (2, 3) contém o par ordenado (14, 21) e desse último par nós tiramos um par equivalente irreduzível (2, 3). Este pode servir para nomear cada família. É claro que sendo dado um par qualquer (a, b), este não pode pertencer a mais de uma família de equivalência.

Se duas frações pertencem a uma mesma família, elas podem se substituir mutuamente nas questões que concernem a uma ou a outra. Assim, "juntar" ou "cortar" as frações (a, b) e (c, d), não exige /s isso que sejam essas duas mesmas frações que se considere; é permitido tomar não importam quais os pares equivalentes que dão um sentido à palavra juntar ou cortar.

Nós sabemos que duas barras ponta à ponta representam a adição. De (a, b) nós podemos deduzir (e + f, b) se $a = e + f$ e de (e + f, b) nós tiramos que e + f são respectivamente medidas por b e colocadas ponta à ponta.

Inversamente, de (e + f, x) nós tiraremos a igualdade $(e + f, x) = (e, x) + (f, x)$, onde o sinal + do segundo membro tem um sentido novo, pois "juntar" os pares é coisa nova. Nossa definição de adição de pares tendo como segundo termo o mesmo valor, será, portanto // $(e, x) + (f, x) = (e + f, x)$; o sinal + no parêntese é para interpretar como colocação ponta à ponta.

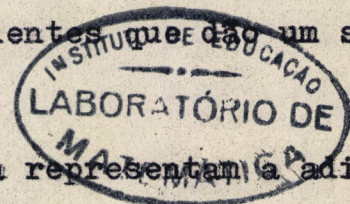
Disso, passa-se ao caso geral de $(a, b) + (c, d)$, passando pelas equivalentes $(a, b) = (a, d, bd)$ e $(c, d) = (cd, db)$.

Portanto $(a, b) + (c, d) = (ad, bd) + (cd, bd) = (ad + cd, bd)$.

Esse último par pertence também a uma família de equivalência que é o resultado da adição.

A subtração se trata da mesma maneira.

Tomar os $\frac{2}{7}$ duma grandeza conduz a uma outra grandeza. Mas, no cálculo com as frações, não se trata de obter os resultados finais expressos, como a grandeza inicial, em certas unidades. O cálculo transforma as frações em frações e o resultado é sempre uma /



Por isso, do "produto" e do "cociente" de duas frações, há lugar para fazer as seguintes considerações:

A branca vale $\frac{1}{7}$ da negra. A verde, 3 brancas; portanto, a verde vale as $\frac{3}{7}$ da negra. Mas a vermelha vale os $\frac{2}{3}$ da verde, portanto a vermelha vale os $\frac{2}{3}$ dos $\frac{3}{7}$ da negra. Ela vale também os $\frac{2}{7}$ da negra. Tem-se portanto, um outro tipo de equivalência:

$\frac{2}{7} = \frac{2}{3}$ das $\frac{3}{7}$ ou $\frac{3}{7} = \frac{3}{2}$ das $\frac{2}{7}$ da vermelha e da verde, Mais geralmente:

$\frac{2}{7} = \frac{2}{3}$ das $\frac{3}{5}$ das $\frac{5}{6}$ das $\frac{6}{7}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{a}{c}$ de $\frac{c}{d}$ de $\frac{d}{c}$...
 $\frac{x}{b}$ onde cada barra diferente de a e b aparece no numerador e no denominador de frações sucessivas.



Em sentido inverso, estas "cascatas" de frações se reduzem pouco a pouco até se tornarem o par formado da primeira e da última barra: $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{4}$ de $\frac{4}{6}$ de $\frac{6}{8}$ de $\frac{8}{7} = \frac{2}{5}$ $\frac{2}{7}$

Que acontece no caso onde se toma duas frações (a,b) e (c,d) onde b e c são diferentes? Pode-se achar aquela que equivale a (a,b) de (c,d)?

Evidentemente, este caso se congrua ao precedente, porque /// (a,b) = (a,c,bc) e (c,d) = (cd,db) e (a,b) de (c,d) = (ac,bc) de /// (bc,db) = (ac,db), já que bc = bc pode ser suprimido.

Examinemos mais de perto: ac quer dizer a x c e bd: b x d; então a fração duma fração se obtém multiplicando os numeradores entre eles e os denominadores entre eles.

Nós podemos então substituir de pelo sinal x e ler isso como um "produto" de frações. Definimos a quociente de duas frações pelo / produto como no caso dos números inteiros. Se A x B = C, então // C : A = B ou C : B = A. O quociente de duas frações é uma fração // que, multiplicada pela segunda dá a primeira. Do fato que se pode mostrar que a multiplicação das frações dadas acima é associativa, pode-se formar o produto de três frações de duas maneiras diferen-

$$[(a,b) \times (c,d)] \times (e,f) = (a,b) \times [(c,d) \times (e,f)]$$

Caso particular onde $(e,f) = (d,c)$

$$[(a,b) \times (c,d)] \times (d,c) = (a,b) \times [(c,d) \times (d,c)]$$

$$(a,b) = (c,c) = (ac, bc) = (a,b)$$

$$\text{Então } (a,b) \times (c,d) = (a,b) : (d,c)$$

Isto exprime o quociente como produto.



Nós temos então mostrado que as barras permitem adquirir uma compreensão aprofundada das frações dum ponto de vista matemático, sem jamais fazer apêlo às operações difíceis de fazer (como a soma de bolos ou de frutas), tudo ficando intuitivo. As frações são, às vezes, pares ordenados, às vezes, operadores e, com as barras, as / duas perspectivas se fundem harmônicamente.

Correta matemáticamente, esta maneira intuitiva de apresentar as frações se presta igualmente à extensão aos casos de áreas, de volumes, de quantidades, como se vê facilmente questionando os alunos que tenham recebido este ensinamento.

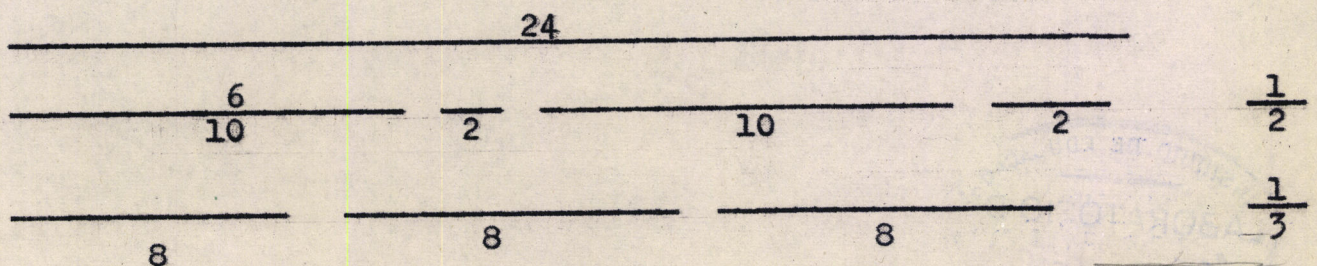
A fração - operador

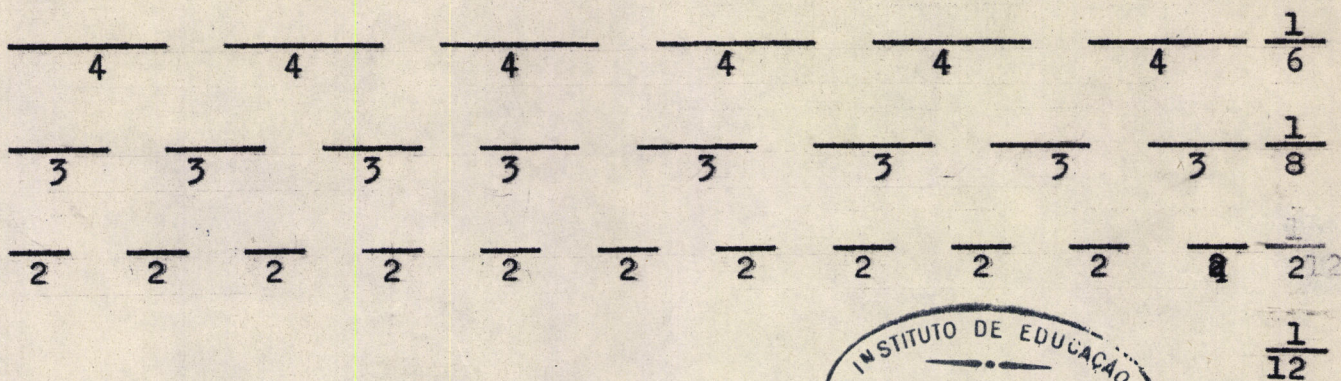
Mesmo livro: págs. 63 e 64

Cuisenaire!

Para tôdas as operações de frações, nós nos servimos das barras que fazem facilmente acessível a noção de fração-operador. Nós encravamos as frações nas grandezas que se podem colocar ponta à / ponta e exprimir o resultado utilizando como unidade a grandeza / \bar{b} inicial que se trata de escolher convenientemente.

Tomemos como exemplo único o número 24 formado de barras iguais a a cada linha composta como é mostrado abaixo.





24 barras de 1.

Constatações:

- a) Comparação destas frações entre elas; depois, para repor o número 24.
- b) Comparação entre estas frações colocadas por grupos correspondentes $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8})$ $(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24})$
- c) Comparar $\frac{2}{3}$ (de 24) com $\frac{4}{6}$ (de 24)
 $\frac{3}{4}$ (de 24) com $\frac{6}{8}$ (de 24)
- d) Comparar, digo, formar $\frac{4}{3}$ de 24 = $\frac{1}{3}$ de 24, etc.
- e) Calcular:

$$\frac{1}{8} \text{ de } 24 + \frac{1}{8} \text{ de } 24 = 3 + 3 = 6 \text{ ou } \frac{2}{8} \text{ de } 24 \text{ ou } \frac{1}{4} \text{ de } 24.$$

$$\frac{2}{8} \text{ de } 24 + \frac{3}{8} \text{ de } 24 = 6 + 9 = 15 = \frac{5}{8} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 24 + \frac{1}{8} \text{ de } 24 = 6 + 3 = 9 = \frac{3}{8} \text{ de } 24$$

$$\frac{2}{4} \text{ de } 24 + \frac{3}{8} \text{ de } 24 = 12 + 9 = 21 = \frac{7}{8} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 24 + \frac{2}{8} \text{ de } 24 = 8 + 3 = 11 = \frac{11}{24} \text{ de } 24$$

$$\frac{2}{6} \text{ de } 24 + \frac{3}{4} \text{ de } 24 = 8 + 18 = 26 = 24 + 2 = \frac{1}{2} \text{ de } 24$$

$$\frac{3}{8} \text{ de } 24 - \frac{2}{8} \text{ de } 24 = 9 - 6 = 3 = \frac{1}{8} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 24 - \frac{1}{8} \text{ de } 24 = 6 - 3 = 3 = \frac{1}{8} \text{ de } 24$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } 24 - \frac{2}{8} \text{ de } 24 = 18 - 6 = 12 = \frac{4}{8} \text{ de } 24 = \frac{2}{4} \text{ de } 24 = \frac{1}{2} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 24 - \frac{1}{8} \text{ de } 24 = 8 - 3 = 5 = \frac{5}{24} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 24 \times 2 = 8 \times 2 = 16 = \frac{2}{3} \text{ de } 24$$

$$\frac{3}{8} \text{ de } 24 \times 2 = 9 \times 2 = 18 = \frac{6}{8} \text{ de } 24 = \frac{3}{4} \text{ de } 24$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 24 : 2 = 8 : 2 = 4 = \frac{1}{6} \text{ de } 24$$

$$\frac{5}{8} \text{ de } 24 : 3 = 15 : 3 = 5 = \frac{5}{24} \text{ de } 24$$

*Classificado e
Arquivado em
5/11/1982
Westphalen
C.A.M.*

