D I V I S Ã O   D E   F R A Ç Õ E S   O R D I N Á R I A S

4ª e 5ª - ex frações ordin.

SEGUNDO SPENCER E

MARGUERITE BRYDGOARD

Segundo êstes autores a divisão e a multiplicação de frações ordinárias, deveria preceder à soma e a subração, na sequência didática, porquanto para aquelas operações não há necessidade de redução ao mesmo denominador, o que nos parece muito razoável. No entanto, para o início do trabalho é imprecindível que os alunos venham de uma boa fundamentação de inteiros e frações decimais, e que sejam conduzidos a uma segura interpretação das expressões de frações ordinárias.

Queremos neste trabalho apresentar algumas sugestões para o início da aprendizagem da divisão. Opinaríamos que o professor dividisse o trabalho em cinco etapas . O número de aulas para cada etapa variará de acôrdo com as necessidades da classe. Três aulas, no mínimo para cada etapa, as quais fariam parte dos trabalhos da classe durante o tempo suficiente para uma efetiva aprendizagem , é que nos parece ser suficiente.

I ETAPA

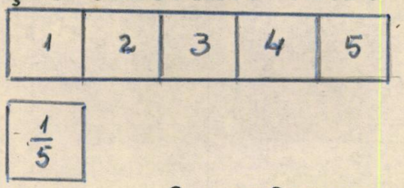
Na primeira aula o professor se preocuparia em conhecer a " fração na vida de seus alunos " : " que representa a fração ordinária para êles ? " Que usos fazem dela ? Para isso seria necessário uma situação real ou, pelo menos , um probleminha, envolvendo situações reais, para introdução formal do trabalho. Atividades surgidas na própria classe, ou habitualmente provocadas, forneceriam a situação problemática.

Poder-se-ia propor: Dividamos nossa aula em 3 grupinhos iguais em número, para um trabalho bonito e interessante que vamos desenvolver. Quem saberia explicar como a aula foi dividida ? Várias respostas surgiriam. Entre elas: Em 3 partes, Em terços, Então o professor perguntaria como são essas partes e como seriam anotadas. A classe já saberia como anotar frações, naturalmente, e seria lavada a recordar que essa maneira de representar frações constitui o sistema especial de notação para números fracionários (frações ordinárias), e que tal sistema se baseia na divisão : Seus símbolos representam múl

cont. ....

Cont. ....

tiplas partes iguais da unidade. Como o sistema de números inteiros e decimais, são também dispostos de maneira a indicar a relação existente entre êles. Ex: $\frac{1}{5}$



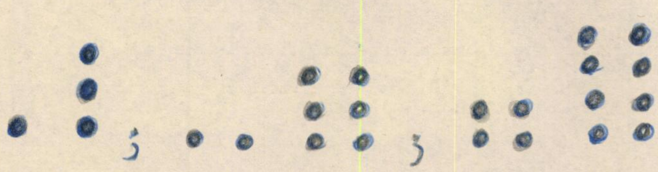
O professor poderia pedir aos alunos que interpretassem o símbolo 1/5. Várias respostas surgiriam. As duas mais comuns:

1/5 representa uma das 5 partes iguais em que a barrinha / de chocolate foi dividida.

Representa que a barrinha de chocolate foi dividida em cinco partes iguais. Isto, estas respostas, demonstram que as próprias crianças pelo desenho, podem compreender o uso do símbolo de fração para indicar que a unidade for dividida em partes iguais.

Além dos dois usos apontados pelos alunos, quando conte com uma boa direção e, principalmente, se os materiais manipulativos e semi-concretos fossem aproveitados, outros usos para o símbolo de frações ordinárias podem ser descobertas pela criança. Por exemplo, para comparação, nas medidas de visão: um número é escrito sob forma de fração e expressa, sòmente, relação entre o que é visto e o que poderá ser visto. Também envolvem comparação as relações de uma razão. Por exemplo: 1:3

Há na razão expressa acima, comparação clara e precisa de 1 e 3.



São necessárias 3 quantidades ou coleções iguais a 1 para formar 3 da mesma espécie.

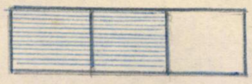
O significado que expressa um valor quantitativo é a interpretação mais usada, e o outro mais empregado é o que indica uma soma ou apgrupamento de partes iguais, como o professor terá oportunidade de verificar, se fizer uso destas sugestões, que esboçamos como preliminares do trabalho.

Vários problleminhas como os que seguem poderiam ser usados para efetivar a aprendizagem das significações, ou seja, no sentido de levar o aluno a dar as devidas significações às frações ordinárias:

cont. ....

cont. ....

1 - Júlio repartiu uma fôlha de cartolina, como a que vês no de - desenho, entre si e 2 colegas. Pinta nesse desenho, a parte dada aos colegas e representa-a pelo símbolo.

c:  $\frac{2}{3}$

2/3. A parte dos colegas é 2/3, responderão as crianças. Então o professor daria mais êste breve exercício:

Completar:

.... é o termo da fração que representa o número de partes em que o inteiro (a fôlha) foi dividido.

.... é o termo que indica o número das partes dadas.

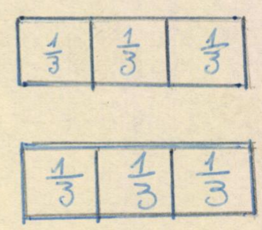
2 - Júlio, Pedro e João querem repartir igualmente, 2 fôlhas de cartolina. Êles dividem cada fôlha em 3 partes iguais e tomam, cada um, 1/3 de cada fôlha.

Quanto tomou cada um ?

......da primeira fôlha.

...... da outra fôlha.

...... , portanto, ao todo.

D: 

D (2 fôlhas divididas em 3 partes)

Neste problema qual o têrmo da fração 2/3 que exprime a parte que foi dividida ? ....

Cada menino tomou .....das ...... partes em que 2 inteiros(as fôlhas) foram divididos.

O professor,nesta altura, faria sentir aos alunos que os 2/3 podem ser lidos como o valor de 2, tornado 3 vêzes menor. Também o 1/3 que representa cada grupo em que a aula foi dividida, / no início, representa o valor de 1 inteiro (a aula) tornado 3 vêzes menor.

A relação existente entre os têrmos, também poderia ser relembrada aqui: 1/3 = 1:3 — o $\underline{3}$ contém o $\underline{1}$ 3 vezes: são necessárias 3 unidades para formar o 3, três unidades ou uma coleção de 3 unidades para formar uma coleção 3 vezes maior, etc.

3 - À distância de 2 km. José pode ver um obstáculo 1/20 menor do que o poderá ver de perto. Quantas vezes maior é, na realidade, o obstáculo?

2a. ETAPA →

cont. ....

cont. ....

Nesta parte do trabalho o professor deveria dedicar-se a deixar bem claro aos alunos que uma fração ordinária expressa divisão e que, muitas vêzes, terão, para interpretá-la, de recorrer aos <u>conceitos da divisão</u>. Assim, para aumentar ou diminuir uma fração ordinária, recorremos às relações básicas do dividendo, divisor e quociente. Seja:

1 - Formar 3 vêzes menores às seguintes frações: 1/4 , 1/3 , 1/7

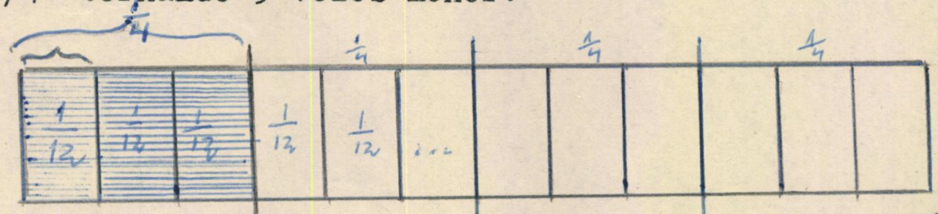
2 - Formar 3 vêzes maiores as frações: 1/9 , 1/15 , 1/24

Teremos para efetuar os exercícios acima, de nos basear no conceito que diz:

"Quando o dividendo (na fração o numerador) é constante, a um aumento ou decrécimo no divisor (denominador) corresponde um acrécimo ou decrécimo no quociente, na proporção inversa."

1 - 1/4 tornado 3 vêzes menor:

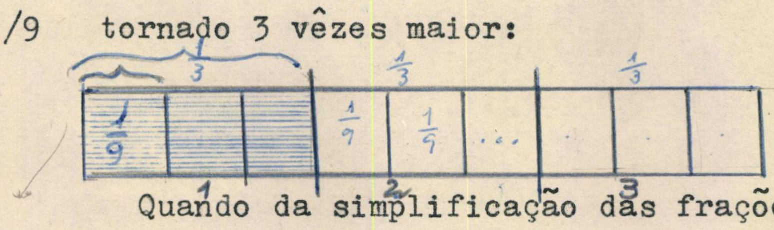
E:



$\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{12}$

1/9 tornado 3 vêzes maior:

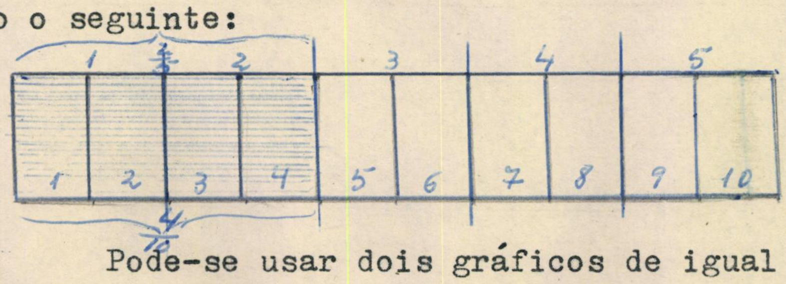
F:



Quando da simplificação das frações, precisar-se-á recorrer à relação pela qual o dividendo e o divisor, multiplicados ou divididos por um mesmo número apresentam o mesmo quociente. Assim:

2/5 , multiplicando ambos os termos por 4 teremos: $\frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$ é uma fração equivalente a 2/5, como se poderá comprovar por meio de um gráfico, como o seguinte:

G:

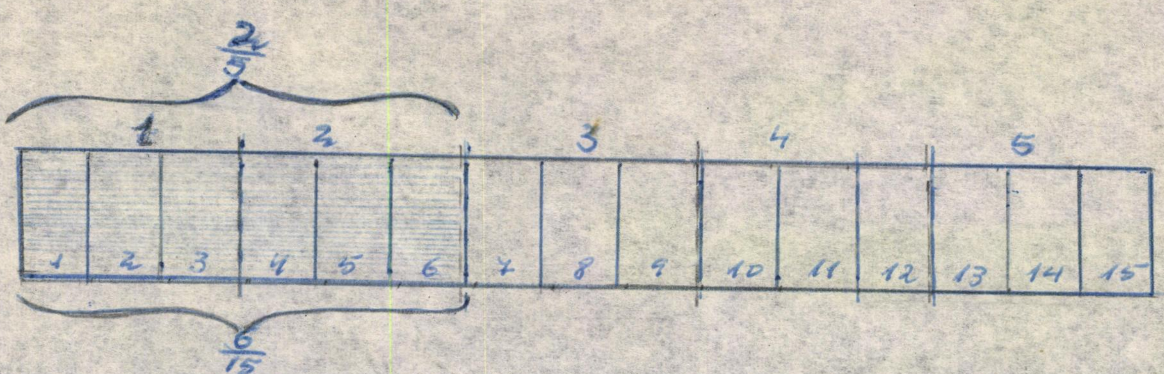


$\frac{2}{5} \equiv \frac{4}{10}$

Pode-se usar dois gráficos de igual tamanho, em vez de <u>1</u>, dividindo 1 em quintos, o outro em décimos.

6/15, dividindo ambos os termos por 3, teremos: $\frac{6 : 3}{15 : 3} \equiv \frac{2}{5}$. A fração 2/5 é equivalente a 6/15. Veja-se o gráfico

H



cont. ....

Após estas preliminares que podem abranger sómente uma ou duas aulas, se se tratar de revisão, como é o caso do 5º ano o professor passaria a etapa seguinte. No entanto achamos de bom aviso recomendar especial ênfase a elas, exercitando com gráficos e materiais até ficar-se seguros de que a classe atingiu a necessaria compreensão, fundamental para o trabalho, o que o professor verificará quando o conceito em que se baseia o trabalho for concluído pelas crianças, pois que o não deve ser dado ao aluno.

3º ETAPA

Numa aula que poderá ser a 3º ou 4º, quem sabe, ate, a 5º, mas que, parece-me, deveria constituir a 3º etapa do trabalho de revisão da fundamentação das frações ordinárias, o professor apresentaria:

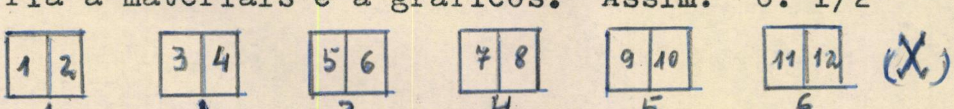
<u>Relações básicas: dividendo, divisor e quociente, quando o dividendo é constante e o divisor variado.</u>

Como os precedentes êstes conceitos devem ser inferidos pelos alunos, após experiências e exercícios.

Considerar-se-ia exemplos como o seguinte:

(X) 6:I=6 6:I/2 =I2

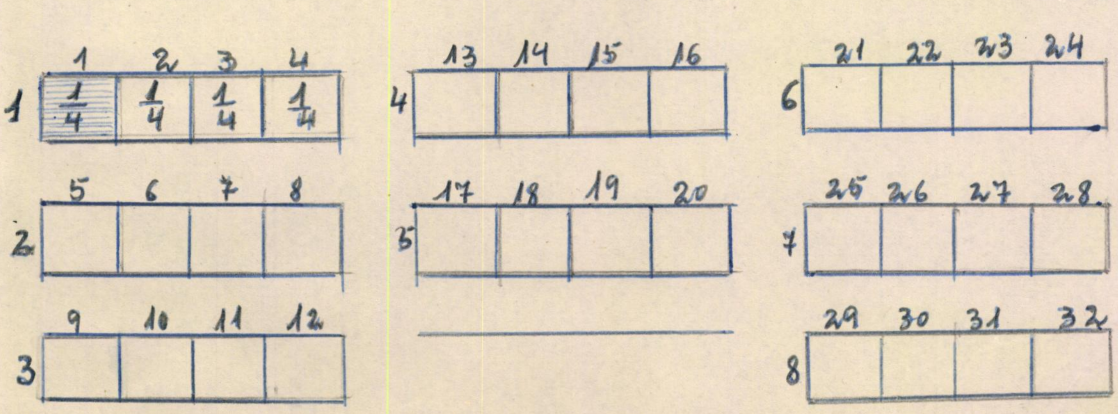
Pelo Iº exemplo o aluno seria levado a recordar que um número dividido pela unidade não muda no valor. Em seguida, comparando os exemplos, verificará que o divisor 2º exemplo é duas vêzes menor que o do Iº e que seu quociente, no entanto, é duas vêzes maior. Para levar a criança a uma compreensão de que o quociente <u>I2</u> é duas vêzes maoir no valor do número, mas representa "quantidades", "coisas", "partes" que são, cada uma, duas vêzes menores do que as do dividendo(6) o professor recorreria a materiais e a gráficos. Assim: 6: 1/2



Deste exemplo a criança compreenderia que dividir um número por 1/2 é multiplicar êsse.

O aluno faria, como já foi dito, várias exercícios de divisão por 1/2, após o que o mestre apresentaria números divididos por <u>frações próprias</u>, os quais seriam resolvidos com auxílio de gráficos:

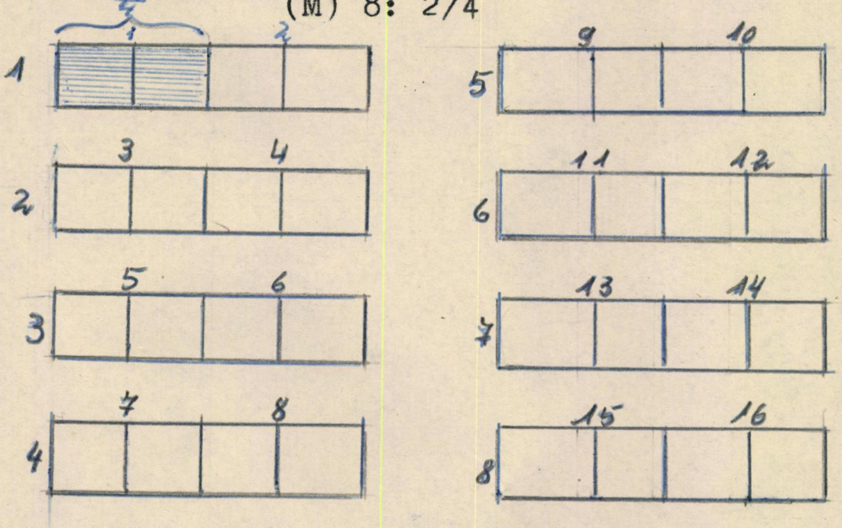
(L) 8: 1/4; (M) 8: 2/4 ; (N) 8: 3/4



Realmente, 8 inteiros divididos por I/4 dão como resultado 32(32) pedaços-quartos-inteiros, mas I/32 menores do que 8). A maneira de expressar que mais facilita a compreensão é: 8 inteiros contem 32 pedaços de I/4.

O valor numérico, apenas, da resposta é maior que o dividendo.

(M) 8: 2/4



8: 2/4 =I6. Isto quer dizer que 8 inteiros contém I6 pedaços de 2/4 (Chame-se atenção da criança para a equival^encia entre 2/4 e I/2, e para o resultado: I6, confirmando a equival^encia)

(N) 8: 3/4

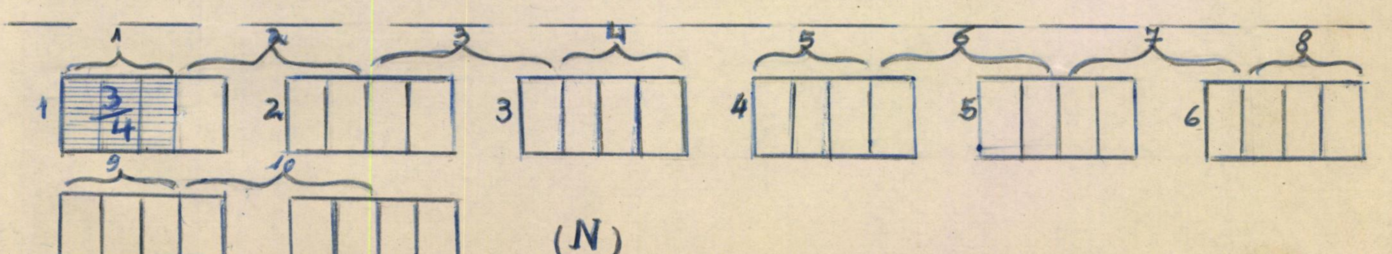
Interpretar-se-á o resultado: 8 inteiros contém 10 pedaços de 3/4 e 2/3 de outro pedaço. (Conduza-se o aluno a com preender que os 2/3 são 2/3 do outro pedaço, que seria o de nº 11. Aqueles 2/4 que restam no gráfico são 2/4 em relação ao inteiro, mas em relação aos 3/4, são 2/3)

Mostrando-se á criança a última parte do gráfico e fazendo-a ver onde estaria o pedaço de 3/4, nº II e demonstrando-lhe que os pedaços que sobram são dois dos três que formariam os 3/4, ela compreenderá porque os 2/3 que aparecem no resultado (A parte pontilhada é a que se pode subentender.)

Poder-se-á objetar que os exemplos apresentados já envolvem operações que necessitam a inversão do divisor e que não tendo tratado dessa parte se não deveria dar tais exemplos. Noentanto insistimos nos exemplos, para a solução através dos gráficos. Ainda não se fale em operações. Trabalhando bem com gráficos as operações quando atacadas, terão sentido, significação, para a criança.

Após a solução de vários exercícios como os dos exemplos (L), (M)e(N), os alunos tirarão a conclusão:

" A divisão de um número por ....



(N)

cont. ....

uma fração própria, dáaum resultado cujo valor do número é maior que o dividendo".

Propiciar-se-ia, nos mesmos moldes, exercícios para que as crianças chegassem às conclusões seguintes:

a) um número dividido por 1/10 é êsse número multiplicado por 10;

b) um número divido por 2/3 é êsse número aumentado de metade de seu valor (1/2 vez o seu valor);

c) um número por dividido por 2/5 é êsse número aumentado de 1 1/2 vez, no seu valor.

Esta etapa do trabalho preliminar de divisão de frações ordinárias merecerá, na recapitulação, no 5º ano duas ou três aulas, no mínimo.

4a. ETAPA

Outro aspecto das relações: dividendo, divisor e quociente que deve ser lembrado e exercitado em relação às frações ordinárias:

" O quociente varia na razão direta do dividento e na razão inversa do divisor".

Êste conceito deverá ser inferido pelo aluno após alguns exercícios:

12:4 =	24:4 =
16:4 =	32:4 =
8:4 =	

24:4 =   24:8 =   24:6 =

O aluno, respondendo às questões acima, chegará a concluir o conceito. O professor, então, transportará êsse conhecimento para o terreno das frações, analisando assim as operações:

" Quando elevamos o dividendo, elevamos o quociente na mesma proporção. Quando diminuimos o dividendo, o quociente diminui na mesma proporção. Com o divisor acontece o contrário: quando o elevamos, o quociente diminui e quando o diminuimos, o quociente se eleva".

cont. ....

A linguagem da criança será tão ou mais simples do que a que tentamos reproduzir, mas revela compreensão. Com vagar a professôra irá substituindo os termos que não estiverem adequados.

A conclusão pode ser auxiliada com perguntas:

-Que notaram em relação ao dividendo, nas expressões dadas ?

- E em relação ao quociente das mesmas ? etc.

O aluno deve ser levado a concluir que êsses mesmos princípios são verdadeiros, também em relação às frações ordinárias, já que seus termos representam dividendo e divisor.

Aqui poder-se-á apresentar probleminhas para exercitar , com frações,êsses conceitos:

1) Os colegas de João necessitam de 2/3 de uma fôlha de cartolina para fazer um cartaz. João possúe e fôlhas. A quantos colegas poderá fornecer cartolina ?

2) Os alunos do 5º ano necessitam 1/7 de fôlha de dobradura. Repartindo-se 4 fôlhas, quantos alunos serão atendidos ?

O primeiro problema dará como resultado 6. Resultado que é maior no valor do número, já que 2/3 é uma fração própria e uma fração própria é um divisor que diminui, em relação a um divisor que fosse a unidade. Devidir por 2/3 é elevar o dividendo da metade de seu valor, mas é também elevar de um terço (1/3) o quociente de uma divisão com 1 para divisor (o quociente varia na razão inversa do divisor: 1 para 2/3 diminuiu de 1/3).

No segundo problema proceder-se-ia como para o 1º. Após a solução por meio de um gráfico e após o cálculo e análise . O gráfico como o dos exemplos (L) e o cálculo como segue :

$$4:1 = 4$$

$$4:1/7 = 28/1 = 28$$

O dividendo foi dividido por I e logo após,pelo mesmo divisor tornado 7 vezes menor: I/7.Oquociente será,pelo que foi visto 7 vêzes maior.O divisor I,tornado 7 vêzes menor,foi expresso pela divisão indicada I/7 que éuma fração ordinária.
O aluno deve ser levado a compreender que a divisão de um inteiro por uma fração é possivel,porque tomamos o inteiro como uma fração que tenha a unidade como denominador,a qual é equivalente.
O professor deverá apresentar vários exercícios para que os alunos os resolvam como os anteriores,analisando-os face aos conceitos exercitados.Pode-se fazer com que a criança indique as operações já com o inteiro em forma de fração,sôbre I :4:2/3=4/I:2/3

A resposta aos problemas deve ser enunciada de modo a revelar a compreensão.Esc:(resposta para o Iº problema) João poderá fornecer cartolina a 6 colegas porque 4 fôlhas inteiras de cartolina contém 6 vezes a fração 2/3 (6 vezes um pedaço de 2/3)
Quando se apresentarem problemas com divisão de fração por inteiro o professor focalizará a divisão por:

João,Pedro e Marcos querem repartir entre si 2/3 de uma fôlha de cartolina.Que parte caberá a cada um?

$$2/3 \div 3 = 2/3 : 3/I = 2/9$$ (gráfico abaixo)

Resposta: Caberá 2/9 para cada menino porque 2/3 divididos por 3 inteiros é igual a 2/9

5ª ETAPA

Esta seria a fase final:a apresentação do cálculo da divisão de frações ordinárias,nas quais ambos os termos,dividendo e divisor são frações.Se tiver havido um trabalho cuidadoso nas etapas presedentes o aluno já terá concluido que,numa divisão de frações ordinarias,nas quias um dos termos é um inteiro tomado sob forma de fração,ela deve multiplicar o dividendo pelo divisor invertido:

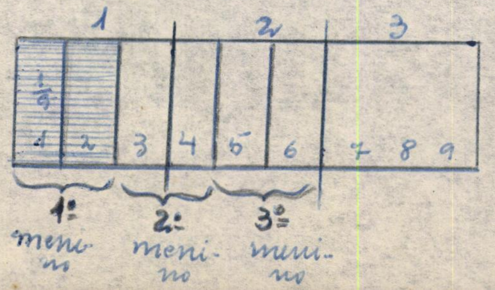
$$4: I/7= 4/I: I/7= 4/I\times 7/I$$

$$2/3: 3 = 2/3 \div 3/I = 2/3 \times I/3$$

A multiplicação se operará em ambos os termos das frações: dividendos ou numeradores; divisores ou denominadores.

Entrar-se-á então no cálculo de duas frações ordinárias,propriamente falando.

Esta é, a nosso ver, e já o..................



2/9

cont. ....

comprovado a experiência e os estudos de grandes mestres da Matemética, a parte mais difícil para a compreensão, porquanto se deverá apelar para abstrações, para matemática. As situações reais praticamente não existem. Pesquisas avançadas, com uma amostra significativa, feita por Grosnickle, provam que o aparecimento da divisão de fração por fração é quase nula, em comparação aos casos de divisão de inteiros por fração e fração por inteiros. A representação gráfica deve ser exigida para auxiliar a compreensão, mas mesmo assim, talvez esta não seja conseguida. Parece-nos que à luz dos grandes conceitos da divisão:: relações básica entre dividendo, divisor e quociente o trabalho se tornará científico, embora não significativo, por ser abstrato.

Sugeriríamos um probleminha:

Um menino deve fazer 4/5 de um trabalho. Em quantas horas concluirá a tarefa se fizer 2/3 da mesma por hora?

$$4/5 : 2/3 =$$

(gráfico na última pág.)

A criança, após a representação gráfica pode ser levada a examinar o problema à luz das relações básicas: dividendo, divisor e quociente.

Apresente-se o cálculo da divisão, primeiro como dividendo 1.

$$4/5 : 1 = 4/5$$

$$4/5 : 2/3 =$$

O divisor diminuiu, em relação a unidade de 3 vezes. O quociente deverá, nesse caso, aumentar nessa proporção (o quociente varia na razão enversa do divisor). Ora, já é sabido da criança que, aumentando o numerador a fração aumenta de valor, assim multiplicamos o numerador da fração dividindo por 3 o quociente repetirá um aumento à proporção em que o divisor foi tornado menor. Se o divisor foi tornado 3 vezes menor, quando foi dividido em terços, por outro lado, imediatamente, multiplicado por 2, já que a divisão é por 2/3 e não por 1/3, donde se conclue que o quociente deverá também diminuir de 2 vezes, o que acontecerá se multiplicarmos o denominador do dividendo por 2 (aumentando o denominador a fração diminue de valor.) É bom lembrar que a divisão é por duas das três partes do divisor.

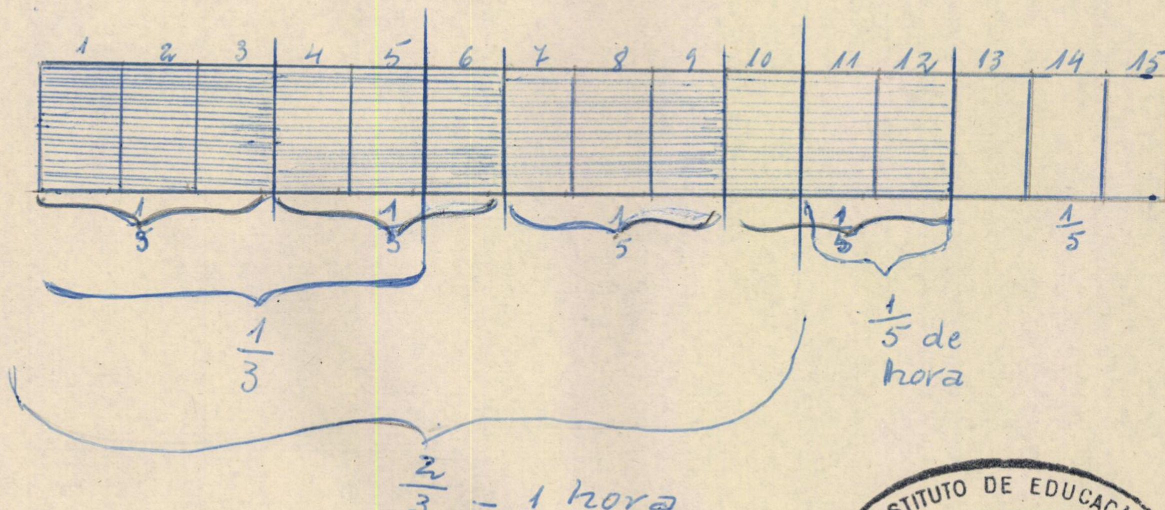
Executando-se o cálculo por etapas teremos:

4/5 : 2/3 = 4/5 x 3 = I2/5

I2/5 x 2 = I2/I0 = 6/5 = $1\frac{1}{5}$

A criança, levada a executar muitas vêzes o cálculo mediante análise e por partes, primeiro em companhia do professor, e depois só, concluirá que, para dividir duas frações ordinárias e só multiplicar a Iª pela 2ª, invertida, ou seja o numerador da Iª pelo denominador da segunda e denominador da Iª pelo numerador da 2º

4/5 : 2/3 = 4/5 x 3/2 = I2/I0= 5/6 ?



Aluna: Elsa Medeiros Gonçalves.
Turma: 533.
Prof.: Odila Xavier.
Ano: 1960