Iniciação da aprendizagem da Matemática

Correspondência biunívoca

Conjuntos

Correspondência, correspondência unívoca e biunívoca, conjunto, estruturas matemáticas, lógica, etc. são alguns vocábulos constantemente usados na terminologia da moderna Matemática.

Temos em Cantor, Jean Piaget e Mademoiselle Lucienne Félix, entre outros, alguns portadores desta nova linguagem.

Cantor - matemático alemão, q. a partir de 1872 começou a publicar trabalhos revolucionários, criando a Teoria dos Conjuntos, q. veio influenciar a matemática e as concepções referentes aos fundamentos da mesma.

Jean Piaget - psicólogo e genético contemporâneo, que estudou o desenvolvimento do raciocínio lógico e a gênese do número na criança, verificando existir certo paralelismo entre as estruturas matemáticas e as estruturas mentais.

Mlle. Félix - matemática francesa q. há pouco nos visitou. Da Odila nos falou q. Mlle. é adepta do método axiomático. Este consiste na escôlha de certo número de noções e proposições primitivas q. não se definem e sôbre elas edificamos uma teoria, aceitando outras idéias ou proposições só mediante demonstração. Obtem-se assim, uma axiomática material da teoria dada. Este método é importante porque conduz à economia do pensamento e é ótimo instrumento de trabalho e pesquisa no domínio da matemática, pois a matemática encerra certas proposições aceitas sem demonstração, chamadas primitivas e todos os outros conceitos são empregados com demonstração.

Mlle. Félix, em seu livro "Mathèmatiques Modernes Enseignement Élementaire" escreve:

"A rápida marcha do progresso científico conduz a revisão dos fundamentos da matemática. A estrutura das noções de base, sôbre as quais está construída a ciência matemática, aparece então paralela à estrutura do pensamento e as leis q. governam estas estruturas são as mesmas leis do pensamento lógico."

Verificamos q. há pontos comuns entre os diversos autôres e também há unidade quanto à importância da correspondência biunívoca, conjunto e desenvolvimento do raciocínio lógico.

Com êstes rápidos esclarecimentos, vamos tratar da correspondência biunívoca, seu histórico, conjuntos, investigações de Piaget e situações q. permitem sua aplicação no início da aprendizagem da matemática.

Por meio da comparação o homem chegou à contagem e quando a cada elemento de um conjunto, corresponde um elemento de outro e vice-versa, dizemos q. há correspondência biunívoca. Esta comparação é feita de acôrdo com os recursos de cada época. Quando o homem não sabia contar e não podia dispôr de registro simbólico-numérico de seus bens, zelava dêles com o auxílio da correspondência biunívoca ou não, que verificava existir entre os elementos de 2 conjuntos. Descobria assim se o número cardinal de ambos era ou não o mesmo. Se a cada elemento de um conjunto A correspondesse êsse um, e sòmente um dos elementos de um conjunto B e reciprocamente concluía terem o mesmo número. Com êste recurso, o pastor de ovelhas, por exemplo, podia atinar com a falta de qualquer delas. Com efeito, a cada uma q. deixasse sair a pastar pela manhã fazia corresponder uma pedrinha q. colocava num alforje. À tarde, por nova correspondência, tinha recurso para verificar se todo o rebanho havia voltado (Cartaz nº)

A comparação entre elementos de conjuntos é antecedente à contagem. A arte de contar e a representação simbólica do número devem ter sido imaginadas no dia em q. o homem sentiu necessidade ou desejo de guardar uma relação de seus bens. A necessidade de se compararem, uns aos outros, os conjuntos discretos, contribuiu também e talvez decisivamente, para o aparecimento do processo de contar, pois era de vital importância para o homem primitivo, saber q. tribo dispunha de mais guerreiros ou, q. exército tinha mais soldados e deve ter tido a idéia de número cardinal no dia em q. observou q. um conjunto de 3 guerreiros apresentava algo em comum com um conjunto de 3 árvores, 3 pássaros ou 3 outras coisas quaisquer.

Muito cêdo o homem aprendeu a servir-se de conjuntos conhecidos ou grupos modelos para comparação, grupos êstes q. mais tarde cederam lugar a expressões ou nomes e a símbolos numéricos. Enquanto o homem não conseguiu remediar sua limitada percepção quantitativa pela contagem, o número, cuja origem se desconhece, permaneceu extremamente modesto, porém com o recurso da contagem, foi possível contrapôr à noção concreta e heterogênea da pluralidade, o conceito homogêneo de número abstrato.

Vimos q. a correspondência biunívoca está intimamente ligada à idéia de número, é um estádio na evolução do conceito de número na criança. Responde à pergunta -tantos- e é processo de estabelecimento de relações que independe da ordem. Procura-se trabalhar com a correspondência na escola, para verificar como a criança está estabelendo relações. É usada constante e espontaneamente, favorecendo a aprendizagem e na iniciação temos q. ir a coisas mais primitivas, anteriores ao número.

O professor conhecendo os processos de aprendizagem, compreendendo a gênese do conceito de número na criança, passo prévio para a compreensão dos mecanismos das operações psicológicas q. estão na base do saber matemático e também como se processa a aprendizagem destas operações, tirará maior partido de situações e atividades q. resultem básicas para o aprender.

Piaget, em exaustivas experiências sôbre a gênese do número na criança, considerou q. a coordenação progressiva das relações tende a conciliar a percepção e a correspondência entre 2 conjuntos.

Piaget experienciou, entre outros assuntos, sôbre a conservação das quantidades, correspondência espontânea e provocada, cardinação e ordinação, conservação do pêso, da matéria, conceito de tempo, conceito de espaço, etc.

Quanto à correspondência biunívoca Piaget assinala ser uma etapa anterior à noção de número.

Observou q. num primeiro estádio, a criança avalia os conjuntos discretos em graduações espaciais, isto é, a criança possui só totalidades perceptivas devido ao sincretismo de seu pensamento. A criança confunde a extensão e o conteúdo dos conjuntos, não compreendendo a noção de totalidade.

A seguir a criança evolui para um estádio semi-operatório, onde há maiores distinções entre as aparências perceptivas de extensão e a correspondência cardinal existente entre dois conjuntos.

Finalmente, há um progresso decisivo, a correspondência permanece, independente de sua configuração, ordem ou disposição.

Piaget destaca neste momento uma evolução psicológica q. vai da percepção às operações mentais, e a partir do momento em q. a criança logra a noção de conservação da quantidade e da correspondência está condicionada favoravelmente a alcançar a noção de número

Vimos q. os diversos autores são unânimes quanto à importância dêstes assuntos, idéias fundamentais da matemática. Devemos apresentar à criança situações em q. haja possibilidades de comparação, pois através dela a criança chega ao estabelecimento de Relações, imprescindíveis à fundamentação da matemática hodierna, cuja linguagem (é) relacionista e conjuntivista.

Apresentação do cartaz nº .....

Quando a criança entra na escola, na Maternal ou Jardim da Infância, a professôra dirá a ela em q. cabide ficará sua merendeira, seu casaco ou sua capa.
A criança então saberá q. existe uma gravura para distinguir seu cabide, a imagem desta figura o (representação) representa.
Nesta situação há uma correspondência concebida mentalmente entre cada criança e sua imagem e uma correspondência material entre a imagem e o cabide. Assim, por transitividade, outro assunto considerado muito importante por Zefle. Feliz, há correspondência entre a criança e o cabide.

Apresentação do cartaz nº....

Neste cartaz observamos outra situação em q. há possibilidade de as crianças estabelecerem a correspondência biunívoca, situação muito simples q. podemos transportar para uma aprendizagem mais avançada, conjunto e suas operações.
Estabelecemos correspondência biunívoca, quando verificamos q. para cada aluno corresponde uma merenda e a recíproca é verdadeira. Quanto aos conjuntos observamos:

I - alunos que trouxeram merenda e refrigerante. ~~G~~
II - " " " " . (A)
III - " " " " (B)

Então teremos:
I caso: $A \cap B$
II caso e III caso: $A \cup B$

Apresentação cartaz nº ....

Podemos lembrar q. num dia cinzento em q. esperamos chuva (observa-se o) a profa. poderá fazer o seguinte:
Agrupa os alunos q. trouxeram capa, passando um cordão à volta. Chama os q. têm

guarda-chuva e passa outro cordão à volta. Pede aos alunos q. nada trouxeram q. formem uma roda.
Esta situação, usada com a terminologia e simbologia da teoria dos conjuntos nos dará:

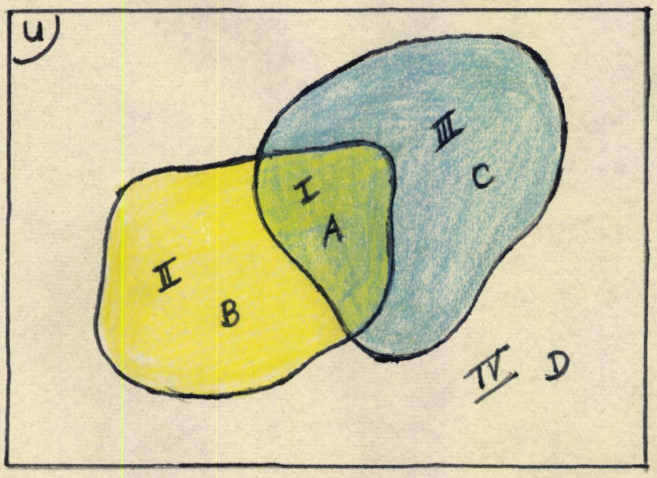
I caso - alunos com capa e guarda-chuva (subconj. A)

II caso - " " " (subconjunto B)

III caso - " " guarda-chuva (subconjunto C)

IV caso - " sem capa e sem guarda-chuva (subconjunto D)

Diagrama de Venn



I caso - $A = B \cap C$

II caso e III caso - $B \cup C$ ou $C \cup B$

IV caso - $D = \overline{B \cup C}$

Bibliografia

1. Introdução aos fundamentos da Matemática
Newton Carneiro Affonso da Costa
2. Mathèmatiques Modernes ∩ Enseignement Elèmentaire
Lucienne Félix
3. Método de enseñanza de
Angel Diego Marques
4. Revista do Ensino nº 59
5. Arquivos nº 7 - Laboratório de Matemática - I.E.
6. Anotações das aulas de Mlle. Félix.
7. " " " " Dª Odila B. Xavier

Regina A. Brum.

Gr. 531