

A Didática de nossa formação, quando somos professores primários há 10, 15, 20 anos, era ainda a "didática do ensino", em que se falava do valor da atividade, mas não se compreendia o papel da ação, ou do agir, na aprendizagem.

Hoje, nossa posição já pode ser definida - nós, os professores, pertencemos, como a criança pertence, a um conjunto que opera o processo ensino-aprendizagem.

Para operar nêsse processo, é preciso que o professor conheça o mecanismo das operações psicológicas que, no caso da Matemática, estão na base do saber matemático. Sublinhamos: o professor, que dirige o processo ensino-aprendizagem em Matemática, precisa compreender o mecanismo operatório do pensamento, <sup>vant</sup> como as noções básicas que possibilitam operar em Matemática.

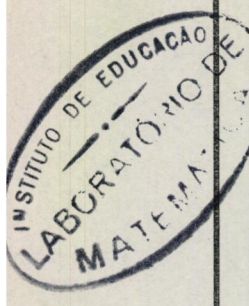
Ao concluir o terceiro semestre de nosso Curso, já podemos conceituar com clareza:

- A Matemática é a ciência das relações - sua essência é a compreensão das relações, e o crescimento da criança nesta compreensão resulta em progresso matemático.

O pensamento relacional trata do conteúdo puramente lógico da experiência. Quando se reconhece que um objeto é maior que outro; que um conjunto é maior que outro; que um elemento está antes, ou após outro no mesmo conjunto, ou que é o terceiro a partir do fim; que a linha reta é a menor distância entre dois pontos; que  $1/2$  equivale a  $2/4$ ; que  $2+2+2 = 6$  e isto equivale a  $-3 \times 2 = 6$ ; e que se 1 kg de pão custa Cr\$ 350, 10 kg de pão custarão Cr\$ 3 500, estamos tratando com as experiências em têrmos puramente relacionais.

A criança, a princípio, dispõe de uma lógica particular, pois seu pensamento é egocêntrico, em grande parte inconsciente, e não lhe permite passar do seu ponto de vista, para o ponto de vista do outro. O seu juízo é absoluto e não relativo, porque o juízo das relações supõe a consciência de, pelo menos, 2 pontos de vista. Por exemplo, a criança pequena diz facilmente: "Paulo é nêñê.", e só depois de algum desenvolvimento, pode dizer: "Paulo é - meu irmão.", porque êste juízo de relação supõe, pelo menos, 2 pontos de vista: - o meu, porque Paulo não é irmão de nenhuma outra pessoa, e não é, tão pouco, seu próprio irmão, e o seu, porque o juízo colocado na bôca de Paulo, troca de forma e se converte em "Eu sou irmão de Paulo".

Estudos experimentais provam que, na realidade, as crianças - tendem a confundir juízos tais como: "eu tenho x irmãos" e "nos somos x irmãos". Testes de Binet e Simon provaram que  $3/4$  partes das crianças de diversos países, até os 10 anos, não podem indicar simultâneamente quantos irmãos e irmãs são em sua própria família e quantos irmãos e irmãs têm cada um de seus irmãos e irmãs. Mas, isto não consiste no resultado de um raciocínio própria-



mente, a <sup>o</sup> hábito habilidade de pensar unicamente no ponto de vista próprio é que a im-  
pede de colocar-se em outro ponto de vista, e, pelo mesmo motivo, manejar e -  
compreender o juízo de relações. Entretanto, são naturais para ela os conceitos  
ou os juízos "pertence" e "não pertence".

Segundo Piaget e muitos autores, a criança ao redor dos 7, 8 anos  
ao ingressar na escola primária, está iniciando a socialização, busca recure-  
sos para a comunicação e se interessa pela comparação e pelo relacionamento.  
Diz a professora Lucienne Félix que ela aceita e mesmo deseja alguns símbolos  
e vocábulos matemáticos desde então.

Não podemos isolar o pensamento infantil dos fatores da educação  
e dos influxos que o meio exerce sobre ele, porque estes são assimilados, re-  
formulados e incorporados pela criança à sua estrutura psíquica.

Somente aos 11, 12 anos, pode-se falar realmente em "experiência  
lógica", porém, desde os 7, 8 anos, as formas lógicas já aparecem no domínio -  
da inteligência e da percepção. Sobre o terreno da observação direta, a cri-  
ança é capaz da indução amplificadora e da dedução necessária. Estes progres-  
sos lógicos estão em relação com a diminuição do egocentrismo infantil.

A "experiência lógica" que se pode dar aos 11, 12 anos, completa  
a experiência mental: é uma experiência do sujeito sobre si mesmo, num esfôr-  
ço para adquirir consciência de suas próprias operações (e não somente de seu  
resultado) e para ver se elas se equivalem ou se contradizem - é a constru-  
ção de uma realidade e a aquisição de consciência dessa realidade.

Entendemos assim as palavras da Professora Lucienne : " a estru-  
tura das noções de base, sobre que está construída toda a ciência matemáti-  
ca, aparece, então, como paralela à estrutura do pensamento : as leis que go-  
vernam esta estrutura são as mesmas do pensamento lógico". "É, com efeito, -  
necessário, no mínimo, durante o primário, a criança tenha formado uma estru-  
tura mental que a torne apta a elevar-se a um nível superior de pensamento.  
É também muito importante que não tenha adquirido maus hábitos : que o pro-  
fessor tenha aproveitado todas as ocasiões para abrir o espírito da criança e  
levá-la à aquisição de hábitos de linguagem e de escrita que ela poderá con-  
servar preciosamente no futuro." " Os primeiros capítulos da matemática supe-  
rior ensinam, precisamente, sob forma abstrata, o que o professor do Jardim  
de Infância levou seus pequeninos a observar para que eles aprendessem a pen-  
sar " bem. " Não importa, sem dúvida, que neste primeiro estágio ninguém se  
dê conta que estas atividades já são matemática; mas importa, e é muito gra-  
ve, que durante todos os anos da escola primária, o ensino do cálculo não es-  
seja distanciado do pensamento matemático." " As definições só serão obtidas  
após um trabalho de elaboração, descrevendo situações matemáticas e propondo  
as sob forma verbal adequada, - será preciso, primeiro, tomar consciência dos  
elementos que intervêm e de suas relações."

" A matemática não é uma sucessão de idéias simples pré-existentes,  
exprimíveis em algumas palavras; é uma construção humana, que a partir da ex-  
periência, se cria no pensamento e exige uma língua especial."



RELACIONES DE EQUIVALÊNCIA

Se tivermos um conjunto de bombons, poderemos perguntar:

-São o da mesma côr?

A resposta poderá ser "sim", "não", ou não se poderá fazer a comparação, se os bombons estiverem enrolados.

Num conjunto de fitas, se perguntarmos :

- A primeira é mais comprida que a segunda?

A resposta poderá ser "sim", "não", ou "não se pode comparar", se uma delas estiver franzida.

Desde que concebamos pares de elementos do conjunto universo, para cada par se formula uma mesma questão.-Diremos que o par convém, que os elementos estão associados, se a resposta é "sim" para êste par. O que associa êstes elementos é uma RELAÇÃO.

Assim, para um par, 3 casos podem se apresentar:

- os elementos não são comparáveis,
- os elementos são comparáveis e a relação é falsa para o par,
- os elementos são comparáveis e a relação é verdadeira para o par

EXEMPLOS:

Conjunto : Números Inteiros

Relação : O 1º é a metade do 2º

A relação está definida para todo o conjunto:

( 3,6 ) : V ; ( 3,7 ) : F ; ( 6,3 ) : F ; ( 5,5 ) : F,.....

Conjunto : Estações ferroviárias que partem de Pôrto Alegre

Relação : Passar em a antes de passar em b

A relação não é definida para todo o conjunto, mas cada elemento se compara a alguns outros. (ver gráfico).

Êste procedimento é extremamente importante para a criação matemática, como para tôdas as questões de classificação, como por exemplo, em Zoologia, etc.

UMA RELAÇÃO BINÁRIA QUE É REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA, É CHAMADA RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA.

As propriedades comuns dão um ar de família a certas relações .

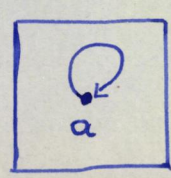
Examinemos as propriedades da relação de equivalência:

Tomemos a relação "ser da mesma côr" num conjunto de barrinhas - coloridas de madeira.

1. REFLEXIVIDADE

Se a relação é verdadeira para as barras a e b, e se mostrarmos 2 vêzes a mesma barra a, a relação é verdadeira. É o caráter de reflexividade.

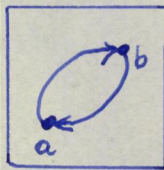
Uma relação se chama reflexiva se, e sômente se, seu gráfico apresentar a flecha voltando sôbre si mesma :



### 2. SIMETRIA

Se a barrinha a é da mesma côr que b, e b é da mesma côr que a, pa ra todos os pares, tem-se a característica de simetria ou reciprocidade.

Uma relação é simétrica cada vez que seu gráfico compreende uma - flecha indo de a a b, compreende também uma flecha vindo de b a a.



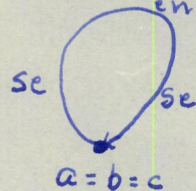
Ex.: A relação "ama" definida no conjunto { Romeu, Julieta } é simétrica. A relação..... "ama".....definida no conjunto {Humanidade}, - infelizmente não é simétrica.

### 3. TRANSITIVIDADE

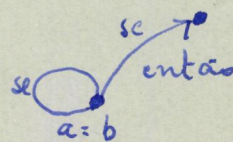
No conjunto das barrinhas coloridas, se a barra a é da mesma côr que a barra b, e a barra b é da mesma côr que a c, eu posso afirmar que a é da mesma côr que c. É a característica de transitividade.

Uma relação é transitiva se em seu gráfico, uma flecha vai de a a b, uma flecha vai de b a c, então uma flecha vai de a a c, mesmo que os - pontos a,b,c sejam distintos ou não.

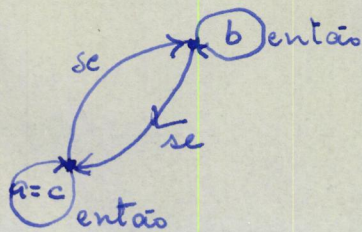
1.  $a = b = c$   
então



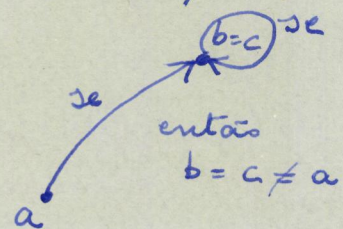
2.  $a = b \neq c$



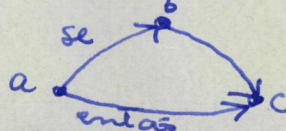
3.  $a = c \neq b$



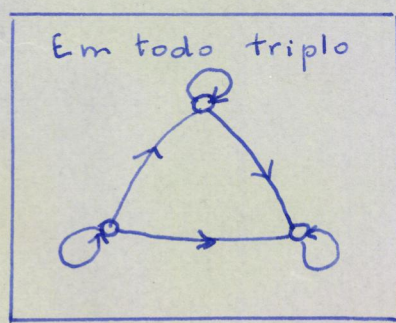
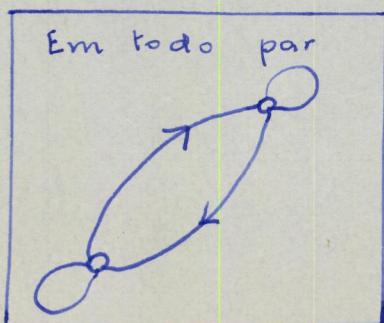
4.  $b = c \neq a$



5. Se  $a \neq b \neq c \neq a$



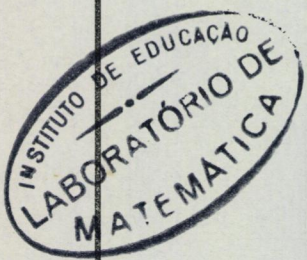
TÔDA RALEÇÃO QUE Ê, AO MESMO TEMPO : REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA, CHAMA-SE EQUIVALÊNCIA.



etc.

RELACÕES DE ORDEM

Uma relação, que permite por ordem num conjunto, deve precisar, entre 2 elementos, o que está "antes" do outro. Que estrutura supomos em tal situação?



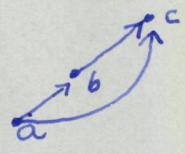
- um elemento não está antes d'ele mesmo. Não há REFLEXIVIDADE.
- se a está antes de b, b não está antes de a, mas depois de a. Não há SIMETRIA.
- mas se a está antes de b, que por sua vez está antes de c, a estará antes de c. Há TRANSITIVIDADE.

Estas propriedades caracterizam uma relação de ORDEM ESTRITA.

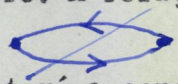
HIERARQUIA E ORDEM

As sociedades são hierarquizadas. Cada um deve obedecer a seus superiores. Uma hierarquia, numa sociedade define uma relação no conjunto de seus indivíduos. Se a obedece a b, e b obedece a c, a obedece também a c. A relação definida por uma hierarquia deve ser TRANSITIVA.

1)  $a < b < c \implies a < c$



Mas é bem claro que a presença da situação abaixo no gráfico de uma hierarquia, seria uma catástrofe. A relação definida por uma hierarquia - deve ser ANTISIMÉTRICA.



Entretanto, cada um terá a consolação de ser obedecido, ao menos por uma pessoa: por si mesmo. Existe a REFLEXIVIDADE.

A hierarquia define uma relação de ORDEM PARCIAL não ESTRITA.

A RELAÇÃO DE ORDEM pode ser TOTAL, e não ESTRITA, quando está definida para todos os elementos do conjunto, mas aceita uma equivalência.

Assim, no conjunto dos numerais que representam os inteiros, a relação inferior ou igual, apresenta esta estrutura:

1)  $a \leq a$

2)  $[a \leq b \text{ e } b \leq a] \implies [a = b] \downarrow *$

PARA RELAÇÕES DE ORDEM, resumimos:

"A ORDEM É TOTAL, quando todos os elementos do conjunto estão ordenados. A ordem total pode ser ESTRITA e NÃO ESTRITA."

"A ORDEM É PARCIAL, quando há elementos do conjunto que não estão ordenados. A ordem parcial pode ser ESTRITA ou NÃO ESTRITA"

3)  $[a \leq b \text{ e } b \leq c] \implies \downarrow * [a \leq c]$

Handwritten signature and date: Proquivados 4/11/82. Includes a stamp: INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "COP. FLORES DA CUNHA" 1977.