Profª. Odila Barros Xabier - Trad. Julia Helena K. Petry

CHILDREN DISCOVER SRITHMETIC - Catarina Stern

MULTIPLICAÇÃO

NATUREZA DA TAREFA

Para muitos professôres multiplicação e divisão significa exercitar tabuadas. Fatos tais como 7 x 6 e 72 : 8 precisam serm memorixados; O aluno repete sempre essas combinações ate sabe-las, finalmente. Presentemente, contudo, multiplicação e divisão são temas fascinantes, juntos, eles envolvem uma nova aproximação (approach) para a descoberta das relações entre os numeros e não lidam com fatos desligados que devem ser aprendidos peça por peça. Cada tabuada de multiplicação não mostra somente uma estrutura clara que e facilmente entendida e dominada; as varias tabuadas mesmas mostram tal interrelação que não ha dificuldade para representar todos os fatos de que se necessita.

A relação entre multiplicação e divisão pode ser claramente demonstrada com o nosso material bem como adição e subtração. É uma interrelação semelhante de: "fazer e desfazer" uma aproximação para o mesmo fato de numero, partindo de direção opostas.

Multiplicação (e tambem divisão) é definida pela equação n X a = b (n vezes a e igual a b). Nessa equação, n define o numero de vezes que a e produzido, é chamado o multiplicador. Chama-se a o multiplicando: e o numero a ser multiplicado. O resultado da multiplicação e marcado por b, o produto.

Se, na equação acima n e a são dados e o total b é procurado, estamos lidando com multiplicação. Se a questão e trocada de forma que se parte do total b e se pergunta quantas vezes a esta contido nela, chama-se o processo divisão. Nesse caso n e o desconhecido e muda-se a equação por n = b : a, ou n = b/a. Esta equação define a divisão. Chama-se n o quociente (do latim quottiens, significando quantas vezes); ele estabelece quantas vezes o divisor a esta contido no dividendo b.

Há contudo, ainda outras possibilidades. Podemos perguntar pelo tamanho de a a parte que se obtem quando o total b e dividido em n partes. Podemos achar o seu valorpela euqaçao $a = \frac{b}{n}$ ou $a = \frac{1}{n}$ de b ou a e igual a $\frac{1}{n}$ de b

Êste tipo de divisão será tratado como tópico separado; chama-se repartição e leva diretamente ao conceito de partes fracionarias.

Ate agora a ~~(compensação)~~ comparação de duas quantidades têm sido sempre expressa ou apontando sua diferença ou declarando o que deve ser somado ao numero menor ou subtraido do maior para torna-los iguais. Agora a comparação dos dois numeros se baseara em outro tipo de relação. Se compararmos, por exemplo, 3 e 15, podemos expressar sua relação pelas duas equações: 5 x 3 = 15 e 1/5 de 15 = 3.

A criança mesma estudará essas relações em vários experimentos. Ela achará que 15 e 5 vezes maior ~~que~~ 3 e que 3 e somente um quinto do tamanho de 15; se dividimos 15 por5 cada parte tem o tamanho de 3. Por isso, ela descobrirá a multiplicação, e a divisão comonovos meios de comparar quantidades.

Uma vez compreendida a interconexão entre a multiplicação e a divisão, podemos facilmente ver a função oposta das duas operações tambem. Multiplicação significa crescimento, não somente por somar alguma cousa, mas por multiplicar qualquer cousa que havia no começo. Contrariamente, a divisão significa: dividir alguma cousa em parte, isto e, diminuir.

Se reproduzimos 3 cinco vezes, isso importa 3+3+3+3+3, isto é, podemos referir o processo de multiplicação de volta para adição com o uso de parcelas iguais Semelhantemente, se subtraimos um 3 depois do outro de 15, achamos que há 5 de tais partes em 15. Assim, a divisão se torna uma subtração com subtraendos iguais. Nos experimentos atuais, contudo, investigaremos a multiplicação e divisão como conceitos de multiplicação e divisão e não como adição e subtração.

Cada professor pode decidir se êle deseja ensinar multiplicação primeiro e então divisão ou se ele quer que a criança trabalhe nas duas operaçoes com um número, antes de ir para o numero seguinte.

O SIGNIFICADO DAS TÁBUAS DE MULTIPLICAÇÃO.

A relação de número expressa pela multiplicação é nova para nós. Por 5 + 3 queremos dizer que há um 5 e um 3 para serem somados;ambas parcelas desempenham o mesmo papel e são representadas pelo bloco 5 mais o bloco 3. Mas 5 x 3 signifiça que o 3 deve ser reproduzido 5 vezes para se obter o produto. É um erro dizer que nós multiplicamos dois numeros - somente um numero é multiplicado. Aqui é o 3, que é multiplicado 5 vezes.

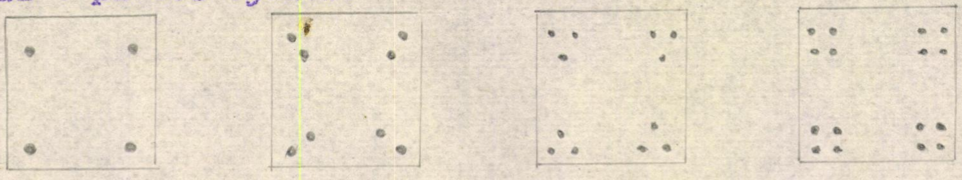
A essência da multiplicação é que alguma cousa será tomada não uma,mas diversas vezes. Assim se a criança quer representar a resposta para 5 x 3, ela pode agora pegar o seu bloco 3, cinco vezes. O 5 como tal não deve ser visto; o 5 é um operador com uma função diferente do 3 sôbre o qual ele - opera:

A criança poderia achar o mesmo resultado adicionando 5 blocos de 3, mas a tabuada de 3 é um corte rapido pelo qual, apos estudo apropriado,ela pode representar total diretamente.

Chegamos às chamadas tábuas de multiplicação, não estudando o fato separado 5 x 3 ou 6 x 7, mas examinando os multiplos de 3 antes de estudar os de 7. Voltemos atrás a equação que define multiplicaçao: $n \times a = b$. Se conservarmos n constante e deixarmos a variar de 1 a 10, conservaremos o mesmo numero de partes e deixaremos o tamanho de cada partes crescer. Se $n = 4$, chegamos à tabua seguinte:

$4 \times 1 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$ etc.

Podemos representar estas relações por uma configuração do 4 no qual nos pegamos a coleção 4, mas mudamos o tamanho de cada 4 partes iguais.



Estas gravuras ajudarão mais tarde a mostrar a relação estrutural entre,por exemplo, 2 x 3 e 4 x 3. Contudo, este tipo de tabua é raramente usado,embora seja interessante porque é a contra-parte da partilha, a especie de divisão na qual o tamanho[a] de cada parte terá de ser achado,se um numero estiver dividido em um numero estabelecido de partes. Na figura acima não vemos somente de modo facil que 4 x 3 = 12; podemos tambem, concluir que qualquer - uma das quatro partes de 12 é 3.

Se agora variarmos o número de partes n e conservamos o tamanho a constante chegamos à forma mais usual da tabua de multiplicação. Quando fazemos $a = 4$ e deixamos o n variar de 1 a 10, achamos:

$1 \times 4 = 4$
$2 \times 4 = 8$
$3 \times 4 = 12$ etx. até $10 \times 4 = 40$.

Em muitas experiências a criança achará por si mesma qual é o resultado, - quando ela lida com dois ou mais blocos de 4 em lugar de um só. Em Aritmetica Estrutural, ela descobre estas tabuas e estuda-as,assim de modo que ela possa usar um fato para encontrar um outro relacionado. Ela aprende não somente a interrelação dos fatos simples de uma tabua,mas tambem as relações das tabuadas mesmo, como por exemplo, quando ela descobre a interdependencia aproximada dos fatos do 9 e dos fatos do 10.

Em dias que já vão longe as crianças tinham de aprender estas tabuadas de cor. Os livros-textos modernos insistem em que os fatos simples da multiplicação de todas as tabuadas devem ser oraticados e aprendidos separadamente.

No ensino de Aritmética Estrutural, evitamos o exercício tão fervorosamente como rejeitamos o separar a parte as tabuadas como peças sem relação.

Mostraremos como a criança será capaz de reconstruir qualquer fato da multiplicação tão facilmente como os fatos da adição e subtração - neste tempo já dominados.

EXPERIMENTOS QUE ENSINAM MULTIPLICAÇÃO

Em Aritmética Estrutural não desenvolvemos respostas de papagaios para as questões de multiplicação. Nos visamos que a criança entenda o significado básico da multiplicação de modo que ela possa derivar qualquer fato dos - princípios entendidos. Para verificar sua prontidão e interesse nos lhe - apresentamos alguns experimentos preliminares em multiplicação.

PRIMEIROS EXPERIMENTOS EM MULTIPLICAÇÃO

Há dez conjuntos de multiplicação dos blocos unidos. Cada um contém 10 blocos da mesma qualidade; há 10 um; 10 dois; 10 tres; até 10 dez.
Um dos conjuntos de multiplicação - por ex. - o bloco de 10 blocos dois é colocado numa mesa proxima. Pede-se a criança que traga ao professor um dos blocos 2. Feito isto, a criança executa tres mais dêsses recados. A criança geralmente soma os blocos e anuncia com o ultimo bloco que eles importam em 6 todos juntos. Isto pode ser apontado como correto, mas não importa no jogo. A seguir pede-se a criança que traga 5 vezes um dois. A criança raramente faz isso. Quase todas as vezes ela diz: " por que hei de ir 5 vezes" ? Não posso trazer "5 blocos de 2 de uma vez ? Isto é exatamente o que se esperava "que elas descobrisse: um simples bloco de 2 tomado 5 vezes é o mesmo que 5 blocos de 2 tomados de uma vez.

Se a criança parece interessada em descobrir o total, ela está pronta para o passo seguinte. Ela pode inserir os blocos no "caminhão dos numeros" e encontrar que 5 dois alcançam o março 10.

Dizemos-lhe que tal fato se expressa como "cinco vezes dois é igual a dez" e que usando o novo sinal x para vezes "ela pode registrar sua descoberta: 5 X 2 = 10".

Para crianças que entendam êste passo o professor usa cartões com ordens neles: 3 x 3, 1 x 6, 6 x 1, e assim por diante. Todos os tipos de blocos - são espalhados nas mesas proximas, entre eles cubos simples. As crianças - se revezam apanhando os cartões e fazendo o que eles dizem: 3 x 3 significa pegar 3 blocos de 3. 1 x 6 pede por um bloco 6; 6 x 1 significa seis - blocos de um.

Há uma graça neste jôgo que o torna ainda mais divertido e introduz a noção importante do que significa zero vezes um numero. Entre os cartões a criança pode encontrar 9 x 0. Ela lê: "nove vezes nenhuma cousa. Grande consternação ! "Ocasionalmente, bons atores correm até a mesa nove vezes, não agarram nada, bloco nenhum, e, finalmente, sentam-se sem nada nas mãos. Noutro cartão pode-se encontrar 0 x 7 : A criança lê: "zero vezes sete"...
Naturalmente, êsto representa nenhuma vezes sete ou nada e o jogador orgulhosamente permanece sentado, enquanto as outras crianças movimentam-se a procura de seus blocos.

Êste jôgo familiariza a criança com a significação dos exemplos escritos de multiplicação. Sua compreensão de 6 x 1 ou 1 x 6 é muito importante para o desenvolvimento dos conceitos claros que são mais vitais em trabalho futuro. Não importa se a criança acha ou não o total para cada exemplo, isto é facil de fazer por meio do Caminhão de numeros, se elas estiverem interessadas.

Êste jôgo com os blocos pode ser começado tão cedo quanto a professôra deseje, mas nunca depois do estudo das tabuadas. Então é geralmente muito tarde.

Fatos tais como $1 \times 6 = 6$ e $1 \times 9 = 9$ se tornam de tal maneira aceitos que a criança simplesmente buscará o bloco 6 como resposta a 1×6, sem dar sentido à ação envolvida. Se, contudo, o jogo é começado com principiantes, as crianças recebem as mais dramáticas impressões sobre o que multiplicar por 1 ou multiplicar por zero implica

As tabuadas de 10 e 5 no Dual Board

O objeto do experimento seguinte é promover a compreensão da tabuada de multiplicar o domínio da tabuada de 10 e da tabuada de 5. Na primeira Experiência a criança usa o Dual Board e os conjuntos de multiplicação de 10. O professor diz: "põe uma vez o 10 no quadro(Board)". A criança faz e escreve $1 \times 10 = 10$. A seguir pede-se pedir que ponha 3 vezes um 10 no quadro. Êle insere 3 blocos de 10 no compartimento das dezenas e registra o 3o na forma nova: $3 \times 10 = 30$. Depois de algum tempo, as crianças com suas próprias palavras tomam o geito da cousa e escrevem toda a tabuada.

$1 \times 10 = 10$
$2 \times 10 = 20$
$3 \times 10 = 30$ etc. até $10 \times 10 = 100$

Então elas descobrem que sabem as respostas da tabuada de 10 de experiências anteriores de adição com os blocos 10.
Elas precisam apenas aprender a maneira nova de expressar os resultados e tomá-los numa aproximação diferente e estarão prontas para continuarem na tarefa seguinte. Mas há um conceito novo que é importante: os 10 picos no caminhão dos números serão achados como constituindo os últimos múltiplos nas escalas individuais (20 é o fim da escala de 2; 40 o fim da de 4, e assim por diante. Assim todos os fatos de 10 ocorrem em forma inversa aos dos últimos fatos de cada tabuada.

Uma simples experiência leva à descoberta desta relação básica. O professor insere 3 blocos de 10 no compartimento 10 do Dual Board. A criança sabe que o resultado é 30. Então, os 3 blocos de 10 são voltados de modo a caber horizontalmente em vez de verticalmente, e pergunta-se à criança quantos 3 igualam 3 dezenas. Colocando agora os 3 no topo dos blocos 10 a criança descobre o fato: $3 \times 10 = 10 \times 3$. Ao mesmo tempo, vemos que estruturalmente, 3 vezes 10 não é 10 vezes 3. O resultado do número é o mesmo 30 unidades, mas no primeiro caso nós temos blocos 10 e o número 3 indica quantos há. No segundo caso, temos bloco 3 e o número 10 indica quantos. Há uma identidade numérica, produzindo dois retângulos congruentes, mas suas estruturas diferem porque os dois fatores desempenham papéis diferentes: um, é o multiplicador (o ativo) e o outro é o multiplicando, que nos dá o tamanho da fileira que é produzida tantas vezes quanto o multiplicador indica. O multiplicador no primeiro caso é 3; no segundo 10. Deve-se à estrutura decimal de nosso sistema de número a particularidade especial do trabalho com 10 que nós sabemos quantas unidades há em cada múltiplo - 3 blocos de 10 mostram as 30 unidades. Nossa notação expressa por um 3 no lugar das dezenas não somente as 3 dezenas, mas as 30 unidades, assim 30. Quando avançamos para outras tabuadas isto não é assim; 5×5, por exemplo, também significa que podemos selecionar cinco em vez de 5 vezes um 5, mas quanto é "5 cincos" ? O total precisa ser expresso em dezenas e unidades.

Estudamos a tabuada de 5 a seguir por causa da relação última dos 5 e dos 10. A criança usa o Dual Board os 10 e uma pilha de 10 blocos de 5. O professor pode primeiro inserir 4 dos blocos 10. A criança verifica que êles importam em 40. Agora, 4 blocos de 5 são colocados no cimo das 4 dezenas. A criança vê que eles ocupam apenas a metade do espaço e, de acôrdo com isso podem apenas ser 20. Ela então remove os blocos 10 e trabalha só com os 5. Quatro blocos de 5 são colocados e o professor forma fileiras de dezenas com eles. A criança reconhece o parentesco com os 10, com os quatro cinco, somente 2 fileiras de 10 podem ser construídas. Isto significa $4 \times 5 = 20$.

O professor deveria agora escrever os exemplos pares no quadro-negro.

$2 \times 5 =$
$4 \times 5 =$ $8 \times 5 =$
$6 \times 5 =$ $10 \times 5 =$

A criança verificará que um número par de 5, posto no Dual Board sempre iguala a metade deste numero de dezenas completas.

Agora há alguns fatos mais a serem descobertos. Suponhamos que a criança inserte 3 cinco no Dual Board. 2 cinco formam 10 e pertencem ao compartimento das dezenas. O terceiro cinco precisa ser colocado no compartimento das unidades. Assim descobre-se que 3 cincos são 15. Os outros fatos impares do 5 são obtidos de modo semelhante. Mas embora as crianças compreendam os fatos pares do 5 de uma vez torna-se necessario mais de um experimento para que dominem esses fatos impares. Alguns são muito auxiliados quando se lhes mostra como medir a "cobra" de 5 com uma fileira paralela de 10 como foi feita na adição de colunas.

Para variar a professôra pode apresentar exemplos de múltiplos em forma de colunas:

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{x\,4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{x\,7} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{x\,9} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{x\,3} \end{array}$$

Se, ao chegar ao fato, a criança ainda não está segura da resposta, o professor mostra-lhe como por os 7 blocos 5, de um extremo a outro para medir que numero eles alcançam, por meio de dezenas. A criança verá que 6 dos meios alcançam 30 e o setimo leva-os a 35. As 3 dezenas que igualam 6 dos 5 produzem uma impressão muito clara nas crianças.

Assim, tôda a tabela do 5 é facilmente dominada com absoluta segurança.

Revisado 2/7/81 [signature]

*********** 0000000 ***********