

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Seleção e Revisão
Prof. Odila B. Xavier

(Foster E. Crossnickle
(Charlotte Junge
(William Metzner

*The Teaching of Arithmetic
(Fiftieth yearbook, Part 1c)
1951
Pag. 155*

I

RELAÇÃO DE MATERIAIS ADEQUADOS À APRENDIZAGEM

DEFINIÇÃO DE TERMOS

O êxito de um programa de aritmética significativa depende, em larga escala, do método e dos materiais empregados. Não existe um único método nem um tipo único de material suficiente para todas as situações. O professor habil elege-os, tendo em vista não só os resultados a serem obtidos como também as necessidades e interesses da criança. Desde que o ensino em aritmética implique em crescimento constante na compreensão das relações numéricas, farta variedade de material deve ser usada para enriquecer e suplementar as experiências do aprendiz.

Material de Instrução abrange qualquer coisa que contribua para o processo de aprendizagem.

Materiais, como os apresentados nestes capítulos, incluem gravuras, modelos, livros, atividades reais ou qualquer elemento auxiliar de ensino que oportunize a aquisição de experiências do aluno com o propósito de

- a) introduzir, enriquecer, classificar ou sumarizar conceitos abstratos em aritmética;
- b) desenvolver atitudes desejáveis para a aritmética e
- c) além disso, estimular, no aprendiz, interesses e atividades sobre o assunto.

O valor dos materiais de instrução, a relativa eficiência desses diversos materiais como a técnica de seu emprego, são freqüentemente estudadas e discutidas sem consideração de suas relações com o problema fundamental de aprendizagem. Tais discussões isoladas sobre material de instrução podem ser tão gerais quanto vagas e desorientadas. O uso de material pode ser investigado cientificamente só quando visto em suas perspectivas próprias. Os materiais de instrução necessitam ser observados tanto relativamente aos princípios de aprendizagem como aos propósitos da educação. Pesquisas sobre aprendizagem dão mais ênfase às relações do que a classificação por itens, a uma generalização significativa que a especificação extrema. Esse conceito de aprendizagem como processo de desenvolvimento antes que resultado de mera repetição de experiência, considera aprendizagem como processo significativo e compreensão mais importante que simples repetição. Considera aprendizagem como processo de desenvolvimento mental e estimula a descoberta e a experimentação. A aprendizagem desta espécie não ocorre rapidamente: numerosas séries de experiências se fazem necessárias para fins de descobrimento e experimentação. Para compreender um programa que estimule o aprendizado significativo, é necessário conhecer os diferentes níveis ou estágios de processo de aprendizagem bem como a espécie de material de instrução para cada estágio ou nível.

Passos na aprendizagem do número

Aprender número consiste em ordenar séries de experiências que comecem com objetos concretos e progridam para as abstrações.

Há diferentes estágios, níveis ou passos que podem ser identifica

dos no processo de aprendizagem de aritmética:

1. Prontidão para aprendizagem.
2. Período de laboratório para descobrimento.
3. Representação verbal e simbólica de uma situação quantitativa.
4. Apresentação sistemática verbal.
5. Estágio adulto de operação.

Não há linha definida de demarcação entre os diferentes passos mas estes podem sobrepôr-se consecutivamente.

A discussão que segue, analisa cada um desses passos.

PRONTIDÃO PARA APRENDIZAGEM

Prontidão tem sido muitas vezes interpretada como sinônimo de maturidade mental e assim considerada para classificação por estágio. O trabalho do Committee of Seven of the Superintendent's and the Principal's Association of Northern Illinois serve como ilustração deste ponto de vista. Atualmente, se reconhece que prontidão em aritmética é função não só de maturidade mental e crescimento interno mas também de experiências prévias, métodos de aprendizagem, interesses, atitudes e propósitos. Em consequência da complexidade dos fatores fundamentais, prontidão não pode ser delimitada no tempo ou em graus.

Brownell dá ênfase a relações de idéias em aritmética e dá um lugar às influências da instrução como fatores que favorecem a prontidão. Ele declara que "uma criança está "pronta" para aprender um novo conceito quando tem contróle de tôdas as idéias e habilidades indispensáveis; quando suas experiências prévias a tenham conduzido ao estágio onde pode desenvolver-se em nova aprendizagem".

Motivação e propósito são fatores importantes no desenvolvimento da prontidão. Mc Geoch, discutindo um processo típico de aprendizagem, declara que o 1º passo para a aprendizagem é uma situação problemática e que esta resulta de um desajustamento ou deficiência entre necessidades motivadoras de um organismo e seu imediato ambiente e seu equipamento de reação. O número de problemas aos quais uma criança pode estar atenta e a gravidade com que reage sobre eles, é determinado, em grande parte, pela extensão de suas informações e experiências em dado campo.

Prontidão em aritmética pode ser considerada como o período dum situação de aprendizagem em que a base da criança para aprender um novo conceito é constatada, proviêdas as experiências fundamentais e o propósito para a nova aprendizagem, estabelecido na mente do aluno. Um dos importantes trabalhos do professor durante o período de prontidão é criar uma situação problemática que desperte o interesse da criança e que proverá o desejo (felt need) básico para a descoberta e experimentação.

"Felt Need" - Dict. Good - um desejo por alguma coisa essencial à felicidade ou satisfação, mas não à existência.

PERÍODO DE LABORATÓRIO

O segundo passo ou estágio, num programa de aritmética significativa, é o período de experimentação e descoberta, quando o aluno, através de suas atividades, pesquisa para encontrar soluções adequadas para um problema. O aluno trabalha com uma variedade de materiais de instrução. As atividades de exploração que ele segue em procura de uma solução para uma nova situação, resultam no desenvolvimento e discernimento (insight) da situação que o habilita a fazer deduções e a formular uma tentativa de exposição dos princípios de operação numa situação particular. Estas tentativas expostas são aplicadas e testadas em estágios posteriores no processo de aprendizagem onde generalizações são desenvolvidas (evolved).

O período de laboratório não é um período de atividade com o fim de realizar apenas uma atividade. O professor guia, interroga e estimula o aluno a fazer descobertas de princípios e processos, ajudando-o a usar materiais para retratar ou representar uma dada situação.

É necessário equipamento para um laboratório de aritmética. Aritmética é uma ciência como a física e os passos da aprendizagem significativa em aritmética, discutidos aqui, são uma aplicação dos métodos da ciência à aritmética. Tanto aritmética como as outras ciências empregam genera

lizações e não será mais difícil para um estudante de escola secundária compreender a lei de Boyle, a que estabelece que o "o volume de gás a temperatura constante é inversamente proporcional à pressão" que para um aluno do 4º ou 5º grau compreender que do produto dos denominadores de duas funções diferentes sempre resulta um denominador comum às duas frações. Em cada caso o exposto é uma generalização da experiência. Para uma aprendizagem efetiva, cada generalização o aluno descobrirá por si mesmo sob a orientação do professor. O método de laboratório será necessário para essa espécie de aprendizagem.

Há duas fases que são importantes no método de laboratório para ajudar o aluno a fazer generalizações acerca das relações dos números é para compreender métodos de proceder para processos diferentes. A primeira fase consiste em descobrimentos individuais. Isto ocorre, quando o aluno trabalha independentemente, sob a orientação do professor, além de encontrar a resposta para um problema dado. Por exemplo, um estudante de 6º grau pode descobrir diferentes maneiras de encontrar o perímetro de um retângulo de 3x6 metros. Ele pode fazer:

$$3 + 3 + 6 + 6 = 18; \text{ ou } 2 \times 3 = 6, \quad 2 \times 6 = 12, \quad 6 + 12 = 18 \text{ ou } 3 + 3 = 6, \quad 6 + 6 = 12, \quad 6 + 12 = 18$$

O caminho mais curto para encontrar o perímetro é substituir na fórmula $p = 2 (b + H)$.

Quando na classe são realizadas descobertas individuais, estas são levadas ao professor, apresentadas no quadro-negro e discutidas pelas crianças. Estas discussões levarão a formular uma ou mais generalizações essenciais para um trabalho efetivo no processo.

A 2a. fase do período de laboratório consiste em descobertas de grupo. Sendo assim, a classe trabalha como um grupo para fazer descobertas, usando materiais manipulativos ou visuais ou ambos. Por exemplo, uma classe do 3º grau pode trabalhar como um grupo, usando materiais manipulativos - fichas ou moedas - para encontrar COMO E PORQUE é necessário reagrupar números para subtrair 18 de 43.

Em ambas fases do período de laboratório, as demonstrações por um aluno ou por um grupo de alunos ou, ainda, pelo professor podem constituir parte do trabalho de descoberta. A demonstração, entretanto, não será a parte inicial do trabalho, mas este procedimento experimental surgirá como uma atividade sumária, quando os alunos estiverem partilhando e esclarecendo as descobertas individuais ou de grupos.

As demonstrações, quando prematuras no método de laboratório, resultam num processo imitativo e não conduzem ao desenvolvimento das compreensões básicas.

REPRESENTAÇÃO VERBAL E SIMBÓLICA DE UMA EXPERIÊNCIA

O 3º passo na seqüência da apresentação de um novo tópico ou processo consiste na representação verbal e simbólica de uma experiência. Primeiro a criança faz uma exposição oral da experiência, usando números ou outros símbolos para representá-la.

Podemos ilustrar o uso das representações, tanto verbais como simbólicas, de uma experiência numa subtração em que subtraímos 18 de 43. Depois da criança experimentar com materiais manipulativos, ela faz uma descrição verbal do processo. Sua exposição seria a seguinte: "43 são 4 dezenas e três unidades, e 18, 1 dezena e 8 unidades. Não é possível tirar 8 unidades de 3 unidades. Toma-se 1 dezena, das 4 dezenas, sobram 3 dezenas. Transforma-se a dezena em 10 unidades, fazendo ao todo 13 unidades. 8 unidades de 13 unidades são 5 unidades e 1 dezena de 3 dezenas são 2 dezenas. A resposta é 2 dezenas e 5 unidades ou 25".

Depois da criança fazer uma exposição verbal do processo, faz um registro escrito da operação, apresentada abaixo:

$$\begin{array}{r} 43 = 4 \text{ dezenas e } 3 \text{ unidades} \\ - 18 = 1 \text{ dezena e } 8 \text{ unidades} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 = 3 \text{ dezenas e } 13 \text{ unidades} \\ - 18 = 1 \text{ dezena e } 8 \text{ unidades} \end{array}$$

2 dezenas e 5 unidades

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 18 \\ \hline 25 \end{array}$$

R

Cada passo sucessivo é um nível mais alto de desenvolvimento. O uso da muleta é permitido desta vez, porque o objetivo do ensino, agora, é compreensão e não habilidade em subtrair. Depois de compreender o processo, a criança seria encorajada a completar a operação sem usar a muleta, como no último exemplo. A parte importante de desenvolvimento neste estágio é ser capaz de estabelecer o processo e apresentar a operação com símbolos.

DESENVOLVIMENTO VERBAL SISTEMÁTICO DE UM PROCESSO

Depois da criança fazer a representação simbólica de uma experiência, ela está pronta para estudar o desenvolvimento escrito de um processo apresentado num livro texto ou num caderno de trabalho. Num livro, a exposição de um processo é condensada e cada afirmação tem um sentido que a criança só pode entender se possuir cabedal suficiente de experiências. Frequentemente, falta-lhe base, e, como resultado, lê sem compreender. O desenvolvimento da subtração, apresentada no exemplo, pode ser: "43 é igual a 4 dezenas e 3 unidades; 18 é igual a 1 dezena e 8 unidades. Uma vez que não é possível tirar 8 unidades de 3 unidades, tomamos 1 dezena das dezenas, transformando-a em 10 unidades, obtendo 13 unidades. Agora subtraímos 8 unidades de 13 unidades e 1 dezena de 3 dezenas". O aluno acaba de trabalhar no processo descrito, em consequência disto compreende o sentido do texto. Agora já é capaz de usar o texto como um livro de referência ou um guia para o seu trabalho. Em caso de desejar recordar alguma fase do desenvolvimento, ele é capaz de procurar as referências apresentadas no texto.

Quando a criança não tem base para compreender a exposição apresentada num livro, ela memoriza a sequência dos passos apresentados e depois, quando encontrar uma situação igual aquela, vai aplicar a técnica desenvolvida no modelo. Mas imitação e não compreensão é a base dessa espécie de aprendizagem.

Um livro de trabalho ou um texto apresenta um tratamento sistemático do número no qual há uma graduação de dificuldades essenciais para maior facilidade de aprendizagem. Nosso programa educacional é de tal maneira elaborado que a maior aprendizagem resulta de uma página impressa. É necessário, então, o aluno compreender o desenvolvimento do número assim apresentado num texto ou num livro elaborado semelhantemente.

A criança, no início de uma aprendizagem, usa objetos para encontrar um meio de trabalhar com números. Ela não é capaz de trabalhar com símbolos, mas pode mover e manipular objetos. Esse é um nível inferior de operação para lidar com quantidades, mas é a maneira pela qual a criança compreende o que está fazendo. O uso da muleta pode ser essencial no início da aprendizagem de um processo. No nível adulto de execução, a criança trabalha com símbolos e não com objetos. Regeita materiais manipulativos e muletas que eram essenciais ao nível inferior de operação. Devido as diferenças individuais, nem todos os alunos atingem o nível adulto ao mesmo tempo; talvez alguns não o atinjam nunca.

Ilustraremos o nível adulto de operação, subtraindo $43 - 18$.

O pensamento padrão para esse nível é o seguinte: "8 de 13; 1 de 3,2". O aluno não só dá a resposta sem hesitação como sabe com segurança que a resposta 25 é correta. Atingiu o estágio que pode ser chamado de "hábito significativo" ("meaningful habituation"). É capaz de pensar inteligentemente sobre números. Ele pode verificar o resultado como segue: "18 é 2 menos de 20; 20 de 43 são 23 e mais 2 são 25". Um aluno que é capaz de dar uma solução significativa a um exemplo ou a um problema, dispõe de vários meios de informação que o habilitam a verificar o resultado. Muitos alunos são capazes de resolver o exemplo ($\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$), achar a resposta correta, mas não são capazes de verificar os resultados, pensando, inteligentemente, em relações de números. Esses alunos resolveram mecanicamente, problemas e exe -

R

cutam algoritmos, mas não são capazes de interpretar resultados. Um aluno que opera no estágio adulto de compreensão de um processo como adição das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, é capaz de verificar a soma pelos seus conhecimentos de frações. Ele pode estabelecer que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ é igual a 1 inteiro e $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ é igual a $\frac{2}{3}$. Desde que a soma $\frac{5}{6}$ seja maior que $\frac{2}{3}$ e menor que 1 inteiro, a resposta é razoável.

O aluno deve completar duas coisas antes de efetuar no estágio adulto de execução que pode ser caracterizado como "hábito significativo". Primeiro ele deve ser capaz de dar a solução em forma abstrata com precisão e com razoável grau de rapidez. Segundo, ele deve ser capaz de verificar os resultados, fazendo uma aproximação razoável. O 1º desses resultados pode ser obtido pelo uso de material de prática como os representados no livro de texto e no livro de trabalho. O 2º resulta do crescimento e expansão do conceito de número. Essa 2a. fase do número recebe uma consideração limitada em muitos textos e currículos aritméticos. O procedimento convencional num texto é racionalizar um processo, como subtração composta, e prover a prática nos sucessivos graus para levar o aluno a dominar o processo. Este plano não conduz ao crescimento do pensamento quantitativo que é o 2º componente do grau adulto de operação. Johnson propôs que o ensino significativo fosse distribuído no trabalho dos diversos graus assim como ocorre em cada tópico de divisão de números inteiros. Ele sugeriu que o algoritmo fosse ensinado 1º e a significação do processo seguiria os passos sucessivos. Este plano conduz ao mínimo o valor da compreensão no início de um processo. Por outro lado, o plano que defendeu prevê contínuo enriquecimento de significação de um tópico nos superiores graus sucessivos. Esta característica é importante no domínio completo do nível adulto de execução, em um processo dado.

A discussão dos 5 passos ou níveis da aprendizagem do número demonstrou que materiais são essenciais num programa de instrução. Consideraremos agora as diferentes espécies de materiais e seus usos em cada estágio do processo de aprendizagem.

CLASSIFICAÇÃO DE MATERIAL DE INSTRUÇÃO

Materiais de instrução incluem alguma coisa que contribua para o processo de aprendizagem. Há quatro espécies ou classes de materiais: a) experiências reais, b) materiais manipulativos, c) materiais pictográficos e d) materiais simbólicos.

Essa classificação não pode ser rígida e inflexível. Os diversos materiais auxiliares se completam. O leitor deve considerar material de instrução como uma série em que aparecem vários materiais numa abstração progressiva desde experiências diretas até materiais simbólicos. O nível inferior do pensamento quantitativo resulta do trabalho com objetos reais, como o superior resulta do trabalho com símbolos abstratos. Experiências reais, consideradas em si mesmas, não são atualmente materiais de instrução. Elas fornecem o meio através do qual objetos e materiais se tornam avaliáveis para as crianças para um estudo cuidadoso. Experiências reais são consideradas aqui como materiais de instrução porque apresentam a situação real dentro da situação de aprendizagem. As coisas usadas numa experiência e não a própria experiência, são materiais de instrução. O uso dessas coisas determina em todo caso o quanto a experiência contribui para o crescimento na compreensão do número. A base de toda aprendizagem significativa é a experiência real e propositada. "Propositada" porque o aprendiz deve tomar parte ativa no processo de aprendizagem e "real" no sentido de que o aprendiz seja capaz de formar da experiência claros e acurados conceitos. Uma criança não pode, com sucesso, interpretar os símbolos que vê escritos e impressos enquanto não tenha acumulado grande número de conceitos significativos e experiências, com as quais interprete os símbolos. Conseqüentemente, alguma coisa que possa prover a criança com reais experiências, contribuirá para uma compreensão adequada em aritmética.

Experiências reais como as usadas nessa discussão, significam experiências tangíveis, diretas, experiências de la. mão. Ilustrações de tais experiências são: contar dinheiro para a reserva de capital para o leite, anotar o tempo que se leva para percorrer um quarteirão, usar uma xícara como medida para descobrir que $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ é $\frac{1}{3}$ ou fazer um depósito num banco. Experiência real significa participação ativa numa situação de vida com responsabilidade do resultado. Em atividades propositadas reais, as atividades estão dirigidas para um fim e não constituem fim em si mesmas. O fim desejado é crescer em compreensão e em habilidade para generalizar sobre a situação.

Materiais manipulativos são aqueles que a criança é capaz de sentir, pegar e movimentar. Eles podem ser objetos que tenham aplicação social em nossos afazeres diários ou objetos que são usados para representar uma idéia ou uma característica de um número ou de um sistema numérico. Tais objetos são xícaras, régua, escalas, termômetros, garrafas de leite de diferentes tamanhos, usados todos os dias. Os materiais específicos para ajudar a criança a compreender algumas fases da aritmética e incluem objetos como o ábaco, descobridor de fatos, caixa do número, fichas e inteiros fracionados. O material do 2º grupo tem pouco ou nenhuma significação social, mas isso não impede que esses materiais sejam tão valiosos como auxílio de instrução de aritmética, como os materiais do 1º grupo, os quais tinham significação e uso social. Um ábaco mostra como uma pérola pode ser usada para representar a ausência de uma quantidade. Zero representa essa função no nosso sistema de numeração. Um envelope tem a mesma função de uma conta no ábaco. Cada conta ou envelope pode representar um lugar no sistema de numeração. Nem o ábaco, nem o envelope de numeração tem alguma significação social, mas não há provavelmente, melhor maneira para ilustrar a significação de valor da posição e a função do zero-locatário (-place holder-) do que o uso desses dois materiais auxiliares de instrução.

Materiais pictográficos incluem coisas como: quadros, gráficos, diagramas e materiais que possam ser projetados sobre uma tela. Lanternas mágicas, filmes e projetor também são material visual de instrução.

Materiais simbólicos constituem a quarta classificação. O nome sugere que os materiais escritos ou impressos pertencem a esse grupo. Os materiais simbólicos têm dupla origem: 1º, materiais de estudos sistemáticos, tais como livros de textos, de trabalho e testes; e 2º, situações quantitativas - que surgem em outros campos, como ciência ou estudos sociais. Na maioria das classes, os materiais para estudos sistemáticos são a principal fonte de material de instrução em aritmética. Em maior extensão, a função de outros tipos de material de instrução em aritmética, é ajudar o aluno a operar no alto estágio de compreensão com materiais simbólicos.

O PROGRAMA DE INSTRUÇÃO

O programa total de aprendizagem deve ser considerado uma vez que os materiais de instrução sejam interpretados com sentido amplo para incluir alguma coisa que afete o processo de aprendizagem. Deve haver oportunidade para excursões e viagens campestres assim como um lugar para o uso de materiais visuais, manipulativos e simbólicos. Daí, então, conclui-se que cada classe deve possuir toda a espécie de auxiliares de instrução. Grossnickle recomendou que a classe se transformasse num laboratório, onde o aluno poderia manipular coisas para descobrir princípios aritméticos. O segundo passo no processo de aprendizagem, previamente discutido, apresentou a técnica de laboratório aplicada à aprendizagem em aritmética. Por outro lado, uma excursão pode significar previsão de experiências para aquisição e aprendizagem do número.

Também a aprendizagem pode resultar da aplicação de exercícios técnicos; por isso, a classe deve prover-se para essa espécie de aprendizagem. Em resumo, a natureza de uma fase particular do programa de ensino, determina a prática na classe. Cada espécie de experiência mencionada, requer uma aproximação diferente para o problema da aprendizagem de número. Não é possível avaliar a eficiência de um programa total dessa espécie, pela amostra de uma lição com vários intervalos. É possível determinar a qualidade de um saco de grãos, pelo exame de amostras de diferentes partes do saco, porque o grão é igualmente da mesma estrutura. Mas em se tratando de um programa de aritmética significativa, não há nenhuma qualidade ou particularidade que seja descritiva do programa total. Cada um dos cinco passos na aprendizagem é diferente do programa total, contudo esses passos são interrelacionados. Um programa eficaz de aritmética é aquele em que o material de instrução apropriado é usado em cada estágio do processo de aprendizagem.

SUMÁRIO

A primeira parte dessa discussão define material de instrução como alguma coisa que contribua para o processo de aprendizagem. Os passos ou estágios na aprendizagem do número são cinco.

- 1 - Prontidão
- 2 - Aplicação da técnica de laboratório para exploração
- 3 - Verbalização de uma dada experiência e representação simbólica desta experiência
- 4 - Apresentação sistemática verbal e
- 5 - Domínio do estágio adulto de execução (-performance-)

Os materiais usados nos vários estágios na aprendizagem do número podem ser classificados como: 1) experiências reais; 2) manipulativos; 3) pictográficos visuais; e 4) simbólicos. O uso de materiais para os diferentes estágios de aprendizagem serão discutidos no capítulo seguinte.

II

ILUSTRAÇÃO DO USO DE MATERIAIS DE INSTRUÇÃO

Ilustraremos agora, como o material de instrução pode atender os passos na aprendizagem do número.

EXPERIÊNCIAS REAIS

Levando à idéia de extensão. (Prontidão) "A Senhorita X gostaria de transportar esta mesa para fora da sala. Ela sairá pela porta? Como podemos descobrir?" (Nenhuma unidade padrão de medida ^{livro} ~~há~~ na sala). Leve os alunos a usarem cordão para medir a mesa e a porta ou a usar o palmo, braço, lápis, ou outra unidade de medida. Este procedimento apresenta a idéia básica da medida que significa que uma coisa pode substituir dimensão do objeto real.

MATERIAIS MANIPULATIVOS

Objetos Reais

Levando à idéia de medir líquidos (Descoberta). Depois de uma ~~ex~~-visita à leitaria, os alunos fizeram perguntas sobre o tamanho de várias garrafas de leite que viram. O professor tomou garrafas de um litro, meio litro e um quarto de litro bem como uma xícara de medir. Os alunos notaram primeiro a diferença de tamanhos das garrafas. Então o professor disse: "todos os dias vocês bebem $\frac{1}{4}$ de litro de leite aqui na escola. Quantas xícaras pensam que isto é?" Diferentes respostas foram dadas. Um dos grupos sugeriu que achariam a resposta correta, enchendo o quarto de litro com água e medindo quantas xícaras o frasco continha. A classe acompanhou esse procedimento, desenvolvendo a idéia de que um litro equivale a dois e meios litros ou 4 xícaras, um meio litro, a duas xícaras ou meio litro e $\frac{1}{4}$ de litro é uma xícara. As crianças fizeram então um registro do que haviam descoberto.

Uso de Objetos para Representar uma Idéia.

Agrupando Números Para Formar Fatos da Soma (Técnica de Laboratório). Dar seis discos a cada criança e pedir a cada uma para arranjá-los em grupos de maneira diferente e interessante. Depois cada criança dirá o que descobriu independentemente. Selecionar as respostas que se relacionam com a composição de um fato numérico e pedir a cada criança que fez a descoberta para apresentá-la à classe. Então o professor levará cada aluno a fazer a combinação numérica com os discos.

MATERIAIS PICTOGRÁFICOS

Cartazes.

Ensinando a Significação dos Números de Um a Dez. As crianças do 1º ano fazem um cartaz onde representam os números com discos de papel colorido, colocando-o no quadro de avisos. Depois, as crianças fazem um cartaz em madeira.

1	um	0
2	dois	0 0
3	três	0 0 0
4	quatro	0 0 0 0
5	cinco	0 0 0 0 0
6	seis	0 0 0 0 0 0
7	sete	0 0 0 0 0 0 0
8	oito	0 0 0 0 0 0 0 0
9	nove	0 0 0 0 0 0 0 0 0
10	dez	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Diagramas

Descobrimo Metade de uma coleção (Verbalmente) Em meio de uma discussão sobre bolinhas, João disse "eu ganhei dez bolinhas e dei a metade delas para minha irmã Maria". O professor perguntou à classe "com quantas bolinhas João ficou?" "Quem pode fazer um desenho demonstrando com quanto ele ficou." Algumas crianças apresentaram-se e fizeram os seguintes diagramas no quadro:

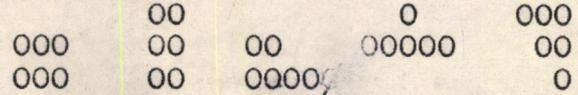
- a) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 = dez bolinhas
João deu João ficou
- b) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Maria João
- c)

10	=	5	e	5
----	---	---	---	---

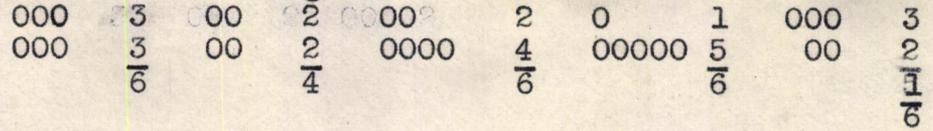
Maria
João

O grupo verificou os diagramas e sumariou, concluindo: a metade de dez é cinco.

Fazendo os cinco fatos da adição (Representação Simbólica) Este exemplo envolve objetos concretos, diagramas e símbolos e ilustra um degrau de transição. Cada criança conta seis bolinhas no descobridor de fatos e arranja-se de tantas maneiras quantas lhe é possível. Cada vez que acha um novo agrupamento, ela registra-o no papel, usando diagramas para fazer isso, assim (000 000; 0 00000). Assim o professor tem diferentes arranjos escritos no quadro-negro, como:



Tôdas as crianças fazem os arranjos apresentados acima. Assim que elas representam os arranjos no descobridor de fatos, o professor escreve.. os numeros correspondentes como segue:



Verificando a compreensão dos fatos da multiplicação. (Domínio adulto) Numa atividade para verificar a compreensão dos fatos da multiplicação, o professor pediu que o aluno desse a resposta para cada fato e provasse.. sua resposta. Ele demonstrou de várias maneiras:

- a) 00000 00000 00000 4 x 5 20
- b) 0000 0000 0000 0000 0000
- c) 11111 11111 11111 11111
- 5 10 15 20
- d) 00000 10
- 00000 10
- 2 dezenas ou 20
- 00000 10
- 00000

1. Filmes

O professor do 3º grau projetou um número de quadros de um filme que demonstrava como fazer subtrações. Foi levantada uma situação social em que era necessário subtrair 35 de 52. Quadros sucessivos demonstraram como representar cada quantidade com cruzeiros, centavos e fichas. 50 centavos não podem ser tomados de 20 centavos. O mesmo processo foi representado com fichas. Os quadros seguintes apresentam os passos sucessivos na subtração de centavos e cruzeiros com as correspondentes quantidades em unidades e dezenas. Finalmente, a criança viu a solução concreta. Assim, o professor levou as crianças a executarem as coisas que viram. O filme serviu como um guia ao professor para introduzir a subtração composta. Os alunos não aprenderam como subtrair, vendo o filme. Eles aprenderam o processo, experimentando as atividades projetadas na tela.

2. Projeção de gravuras

Ensinando comparação (Jardim de Infância, 1º grau, 1º passo)

Gravuras coloridas de revistas e livros são usadas para ensinar o aluno a compreender as palavras "grande" e "pequeno". Ele estudou as gravuras e demonstrou que as entendia, localizando coisas nas gravuras de acordo com o tamanho. O tipo de pergunta usada foi o que segue:

1. Acha a menina pequena.
2. Diga o que o menino grande está fazendo.
3. Quantos pássaros grandes você vê?

Desenvolvendo idéias relativas ao tempo. (Jardim de Infância) 1º passo). Apresentar gravuras de típicas atividades diárias (tomando café, indo dormir, levantando, hora da escola, etc.) junto com gravuras de relógios, indicando a hora de cada uma destas atividades.

MATERIAIS ABSTRATOS

Livro de texto.

Ensinando adição de dezenas e unidades. (Passos 2 e 3). O professor faz a criança ler o primeiro problema na página 20 para introduzir a idéia de adição de dezenas e unidades. "João leu, ontem, doze páginas do seu livro, e, hoje, dezesseis páginas. Quantas páginas ~~deixou~~ ele leu ao todo?"

As crianças discutiram o problema e viram que era necessário somar para encontrar a resposta. Elas discutiram a significação dos números e deram as seguintes soluções:

- a)
$$\begin{array}{r} 1111111111 \quad 11 \\ 1111111111 \quad 111111 \\ \hline 2 \text{ dezenas e } 9 \text{ unidades } 29 \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} 12 \quad 1 \text{ dezena e } 2 \text{ unidades} \\ 17 \quad 1 \text{ dezena e } 7 \text{ unidades} \\ \hline 2 \text{ dezenas e } 9 \text{ unidades} \end{array}$$
- c)
$$\begin{array}{r} 12 \\ 17 \\ \hline 29 \end{array}$$

As crianças discutiram as soluções dadas e verificaram que somando dezenas e unidades é como somar unidades, mas unidades devem ser reunidas com unidades e dezenas. O professor disse "agora" uma vez que nós encontramos como adicionar unidades com unidades e dezenas, experimentamos a regra, resolvendo os problemas da página 20".

As ilustrações anteriores foram tomadas do desenvolvimento de uma fase particular da aprendizagem do número, no Jardim de Infância e 1ª. classe. Essas ilustrações foram tão variadas de maneira a mostrar como cada uma das 4 espécies mais importantes do material de instrução pode ser usada nesses graus. Agora, descreveremos as situações de aprendizagem nos graus superiores e as espécies de material usado.

Uma classe de 5º ano usava materiais objetivos para o estudo das frações. O professor tinha uma coleção de discos divididos, com cerca de 25 cm. de diâmetro. Um disco representava o inteiro e outros estavam divididos respectivamente em meios, terços, quartos, sextos e oitavos. Esses materiais serviam para demonstrações. Cada criança teria uma coleção de círculos divididos em 7,5 cm. de diâmetro, para experimentação individual. Cada aluno usaria sua coleção de discos para mostrar que dois meios fazem um inteiro e que as duas metades são iguais. Então, eles fariam um registro escrito da experiência como indicado $\frac{1}{2}$. Da mesma maneira os alunos usariam outros discos para mostrar $\frac{1}{2}$ componentes de um inteiro. Cada aluno faria um registro escrito de sua experiência com diferentes frações. Assim o professor levaria os alunos a usarem outros meios para demonstrar as mesmas coisas que eles demonstraram com aqueles materiais manufaturados. Cada aluno dobra uma folha de papel para mostrar meios, quartos e oitavos. Eles usariam suas régua para indicar o número de partes fracionárias de um todo. Finalmente eles fariam desenhos circulares e retangulares para apresentar o número de partes fracionárias de um inteiro.

O próximo passo consiste em comparar frações. Os alunos usariam várias partes fracionárias para comparar frações. A classe arranjaria essas frações, de acordo com o tamanho, nas seguinte ordem $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ - e que levaria a criança a descobrir que quanto maior é o denominador, menor é a fração. O professor levaria os alunos a darem frações que satisfizessem certas condições quanto ao tamanho, como por exemplo, uma fração maior que $\frac{1}{10}$ e menor que $\frac{1}{8}$. Dessa maneira, os alunos aplicariam os princípios aprendidos em frações pelo uso de material concreto, em frações na forma abstrata.

Então o professor comentaria o filme - Partes de coisas - e pediria que esclarecessem si o mesmo apresentava alguma coisa do filme que eles não tivessem aprendido. Os alunos gostaram do filme e alguns de seus comentários foram: "Eu gostei da maneira como o filme usava garrafas de leite e melões para mostrar meios e quartos." "Eu gosto da maneira como os numeradores e denominadores se movimentam. Nunca mais confundirei!"

Esses comentários provavam que os alunos tinham uma base que os habilitava a aproveitar a representação visual. A sequência usual é usar a gravura para ultimar a prontidão e depois seguir a representação visual, usando material manipulativos ou simbólicos. Neste caso, o filme apresentado seguiria o uso de material manipulativo. O filme apresentou o resumo de alguns pontos que as crianças já haviam aprendido sobre frações. O filme assim suplementaria a aprendizagem em vez de servir de meio para ultimar a prontidão ou representar as espécies de experiências necessárias à classe.

Introduzindo percentagem (7º ano)

Os alunos do sétimo grau discutiam o resultado do quadro de futebol local que ganhou 4 das 7 partidas disputadas. O professor perguntou como escrever o resultado do quadro. Naney escreveu o resultado como segue: O quadro ganhou 4 das 7 partidas disputadas.

O quadro perdeu 3 das 7 partidas disputadas.

Então o professor perguntou si era possível escrever o resultado.. de uma forma mais simples. Bill escreveu o seguinte:

O quadro ganhou $\frac{4}{7}$ das partidas disputadas.

O quadro perdeu $\frac{3}{7}$ das partidas disputadas.

Depois o professor perguntou qual dos dois quadros tinha o melhor resultado, si o que ganhou $\frac{1}{2}$ das partidas disputadas ou o que ganhou $\frac{2}{5}$ dessas partidas. A classe respondeu que as duas frações seguiriam.. reduzidas a um denominador comum, 10. Agora era fácil comparar os dois resultados desde que um quadro ganhou $\frac{5}{10}$ das partidas e o outro $\frac{6}{10}$.

Finalmente o professor levou a classe a discutir qual dos dois rapazes tinha o melhor resultado, batendo "foul" em basquete, si um que acertou 13 de 20 jogadas ou um que acertou 17 de 25. A classe aprendeu .. que é conveniente reduzir as frações a um denominador comum a fim de compará-las. Neste caso, o 1º rapaz acertou $\frac{65}{100}$ de suas jogadas e o ou-

tro 68/100. O professor disse à classe que cada uma destas podem ser escritas como per cento.



Agora apresentou à classe um quadro centenas. Ele tomou um disco do quadro e estabeleceu que o mesmo representava um por cento 1%. Um por cento significa um tomado de uma coleção de 100. Levou a classe a representar diferentes percentagens com os discos. Os alunos em seguida, foram capazes de dar o valor das frações 1/2, 1/4 e 1/10 em percentagem. Os alunos mostraram que seis filas de 10 discos e mais 5 discos representavam a percentagem das jogadas acertadas de um jogador e 6 filas de discos mais 8 discos representavam a percentagem das jogadas acertadas do outro. O segundo foi mais feliz, acertou 3% mais do que o primeiro. Depois os alunos foram capazes de representar percentagens de 1 a 100 discos, o professor perguntou si alguém poderia representar meio por cento. Um estudante pegou um disco e partiu pela metade para representar meio por cento. Da mesma maneira a classe demonstrou como representar 1/4 e 1/8% ainda que esta fôsse a primeira vez que os alunos estudavam percentagem.

No dia seguinte, cada aluno graduava um pedaço de madeira de 8 polegadas de lado, dividido em 100 quadrados. Então o prof. deu-lhes 100 amêndoas como as usadas no Bingo. O aluno usava-as para representar percentagens de 1 a 100 por cento. Do mesmo modo êle lia as diferentes percentagens no seu cartão quando um certo número de quadrados estava cheio.

No seguinte passo a demonstração consistia em achar a percentagem do número múltiplo de 100. Assim para achar 3% de 200, o raciocínio seria o seguinte: "3% de 100 é 3. Desde que o numero seja 200, será 3x2 ou 6." Os estudantes objetivaram as quantidades em seus quadros centenas.. colocando duas sementes em cada quadrado. Assim, êles demonstraram como resolver o exemplo pelo uso de frações comuns como-: $3/100 \times 200 = 6$.

Depois de alguma prática nesse trabalho, o professor perguntou si havia alguma maneira diferente de ser usada para escrever fração ordinária. A classe sugeriu a notação decimal e achou a resposta obtida pelo uso de decimais. Neste ponto, o professor sugeriu que os alunos consultassem o texto. O livro de texto estabelecia que per cento significa .. centéssimo.

A discussão mostra como diferentes materiais são usados para introduzir percentagem num programa significativo. O quadro centena representa a espécie de material manipulativo usado no laboratório para uma classe-demonstração. O pequeno quadro de madeira representa a espécie de material a ser usado no período de laboratório para a criança .. auto-descobrir ou experimentar por si, Finalmente, os alunos atigem o estágio em que êles descobrem sob a orientação do professor, um caminho mais rápido para achar a percentagem de um número, do que poderia ser achado pelo uso de material manipulativo. Estes alunos têm experiência significativa que os habilita a aproveitarem das concisas exposições dadas em seus livros. A classe está, agora, pronta para praticar os exercícios dados no livro e no caderno de trabalho para atingir a eficiência que conduziria ao estágio adulto de execução em achar percentagem de um numero.

Quando usar materiais objetivos

A precedente seção dêste capítulo apresentou como as diferentes.. espécies de materiais são necessárias aos diversos estágios ou passos.. na aprendizagem do número. O uso destes materiais deve ser coordenado e sincronizado como para formar um programa unificado de instrução em a ritmética. Esses materiais variam do uso de experiências reais que são concretos até o uso de símbolos que são abstratos. A questão levanta-se concernente à espécie ou espécies de materiais para usar com cada crian

ça. É importante saber si todos os alunos devem começar um tópico ou processo com materiais manipulativos ou si é possível alguns alunos começam com materiais simbólicos.

A função de uma boa instrução em aritmética é levar o aluno a operar no mais alto estágio de dificuldade em que o trabalho é para ele significativo. É óbvio que há crianças que desenvolvem suficiente compreensão da significação de números e que o uso de materiais visuais e manipulativos não lhe são necessários para introduzir um novo processo.

Um observador assistiu uma aula em que o professor introduzia a reserva numa adição, como o exemplo. Ele levou $\frac{36}{18}$ a classe a identificar

a coluna das unidades e das dezenas. Quatro dos 27 alunos do terceiro ano compreenderam a razão da reserva. Um aluno estabeleceu "8 e 6 são 14 que é uma dezena e 4 unidades. Escrevemos as 4 unidades na coluna das unidades e levamos uma dezena para a coluna das dezenas." Este aluno não tinha necessidade de materiais manipulativos porque podia expor a seqüência dos fatos em função da estrutura do sistema de numeração. Por outro lado, os 23 alunos restantes não compreenderam o processo; assim, eles aprenderam a transportar por imitação. Essas crianças necessitavam materiais manipulativos para objetivar o reagrupamento que tem lugar quando 14 unidades.. são transformadas em 1 dezena e 4 unidades.

Há uma grande necessidade de um teste seguro de prontidão que indicará a compreensão dos alunos das várias fases do número, de maneira que o professor conheça em que nível particular o aluno começaria um novo tópico ou processo. Na ausência de tais testes, o professor está certo ao considerar que todos os seus alunos necessitavam usar materiais manipulativos para iniciar um novo tópico. É importante, entretanto, saber que esses materiais não são usados mais do que o necessário para cada aluno des cobrir a razão de um dado procedimento. Tão depressa ele seja capaz de dar uma exposição verbal e significativa sobre uma solução, ele seria encorajado a trabalhar com materiais simbólicos e não com materiais objetivos. Os indivíduos diferem consideravelmente em suas habilidades para generalizar e trabalhar com materiais abstratos. Necessariamente deve haver grande variação na extensão do tempo em que diferentes alunos devem usar material manipulativos, antes que sejam capazes de trabalhar significativamente com material simbólico.

~~~~~