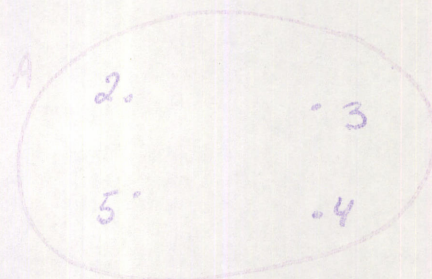


PROPRIEDADES DAS RELAÇÕESI - REFLEXIVA

1) a. No diagrama do conjunto A trace as flechas que indicam a relação P de A em A, definida por "x é múltiplo de y".



b. Complete:

P =

a. Quais os elementos de A que são imagens de si mesmos pela relação P?

d. Quais os que não o são?

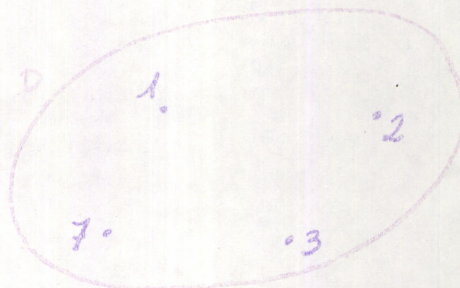
2) a. No diagrama do conjunto B trace as flechas que indicam a relação M de B em B,  $M = \{(5,5), (5,3), (2,1), (1,1)\}$ .



b. Quais os elementos de B que são imagens de si mesmos pela relação M?

c. Quais os que não o são?

3) a. No diagrama do conjunto D trace as flechas que indicam a relação N de D em D, definida por "x > y".



b. Complete:

N =

c. Quais os elementos de D que são imagens de si mesmos pela relação N?

d. Quais os que não o são?

Observe que:

No gráfico do exercício 1, todo ponto possui "laço", isto é, todo elemento do conjunto A é imagem de si mesmo pela relação R; no gráfico do exercício 2 nem todo ponto possui "laço" e, no gráfico do exercício 3, nenhum ponto possui laço.

Dizemos que :

A relação P de A em A é reflexiva.

A relação M de B em B não é reflexiva.

A relação N de D em D não é reflexiva.

De um modo geral:

Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  é reflexiva se e somente se  $\forall x \in A, (x,x) \in R$ .

No gráfico :  $x \in R$  para todo ponto do gráfico.

## II- SIMÉTRICA e ANTI-SIMÉTRICA

1) Seja  $A = \{Rejane, Sandra, Hugo, Carlos, Marcelo, Ana, Luciana\}$ .

Sabemos que : Rejane e Carlos são irmãos,

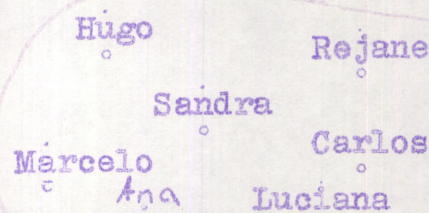
Hugo, Sandra e Marcelo são irmãos,

Ana e Luciana são irmãs.

a. No diagrama de  $A$  trace as flechas que representam a relação  $R$  de  $A$  em  $A$ , definida por " $x$  é irmão de  $y$ ".

b. Complete :

$R =$



2) Seja  $C = \{10, 15, 27, 42\}$

a. No diagrama de  $C$ , trace as flechas que indicam a relação  $L$  de  $C$  em  $C$ , definida por " $x < y$ ".

b. Complete:

$L =$



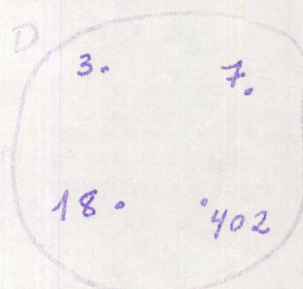
3) Seja  $D = \{3, 7, 18, 402\}$  e a relação  $T$ , de  $D$  em  $D$ ,

$T = \{(3,7), (7,3), (3,3), (18,3), (3,402)\}$

No diagrama de  $D$ , trace as flechas que representam  $T$ .

Observe que :

No gráfico da relação  $R$ , para cada flecha que parte de um ponto para outro, há outra que parte do segundo para o primeiro. O que não ocorre nos gráficos de  $L$  e  $T$ .



No gráfico da relação  $L$ , para cada flecha que parte de um ponto para outro, distinto do primeiro, não há flecha que parte do segundo para o primeiro.

No gráfico da relação  $T$ , o que se observa?

A relação R é simétrica.

As relações L e T não são simétricas.

A relação L é anti-simétrica.

As relações R e T não são anti-simétricas.

De um modo geral:

a. Uma relação R de A em A é simétrica se e somente se

No gráfico:

$x \circ y$

b. Uma relação R de A em A é anti-simétrica se e somente se

No gráfico:

$x \circ y$  ( para  $x \neq y$  )

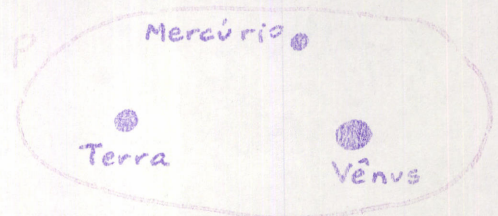
### III-TRANSITIVA

1) Considere o conjunto P, formado por alguns planetas do Sistema Solar:  $P = \{ \text{Mercúrio, Vênus, Terra} \}$  e a relação M de P em P, definida por "x está mais próximo do Sol que y".

a. No diagrama de P, trace as flechas que representam a relação M.

b. Complete:

M =



Podemos dizer que:

Se Mercúrio está mais próximo do Sol que Vênus e Vênus está mais próximo do Sol que Terra, então Mercúrio está mais próximo do Sol que Terra.

Representando Mercúrio por m, Vênus por v e Terra por t, podemos dizer que : Se  $(m,v) \in M$  e  $(v,t) \in M$  então  $(m,t) \in M$ .

2) Considere o conjunto F, formado pelos membros de uma família: Antônio, pai de Manuel, que por sua vez é pai de Pedrinho. Represente-os, respectivamente, por a, m e p e faça o que se pede.

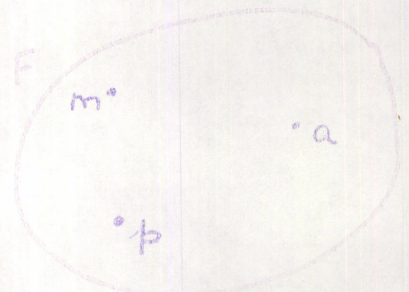
a. No diagrama de F, trace as flechas que indicam a relação S de F em F, definida por "x é pai de y".

b. Complete:

S =

Se  $(a,m) \in S$  e  $(m,p) \in S$

então  $(a, p) \in S$ .



3) Seja  $B = \{5, 7, 14, 15\}$  e  $T$  a relação De  $B$  em  $B$  definida por  $x \sim y$ .

a. No diagrama de  $B$ , trace as flechas que representam a relação  $T$ .

b. Complete:

$T =$

Sejam três números  $x, y$  e  $z$ .

Se  $x$  é maior que  $y$  e  $y$  é maior que  $z$ ,  
então podemos afirmar que  $x$  é .....

Para as relações  $M$  e  $T$  podemos afirmar que : Se  $x$  está relacionado com  $y$  e  $y$  está relacionado com  $z$ , então  $x$  está relacionado com  $z$ . Porém, já não podemos fazer a mesma afirmação para a relação  $S$ .

Dizemos que as relações  $M$  e  $T$  são transitivas e que a relação  $S$  não é transitiva.

De um modo geral:

Uma relação  $R$  de  $A$  em  $A$  pe transitiva se e somente se

No gráfico :  $x \sim y$

$x \sim z$

### RELAÇÕES DE ORDEM E DE EQUIVALENCIA

Seja  $P = \{1, 3, 4, 9, 15\}$  e as relações  $A, B, C, e D$  de  $P$  em  $P$ , definidas, respectivamente, por:

" $x$  é múltiplo de  $y$ "

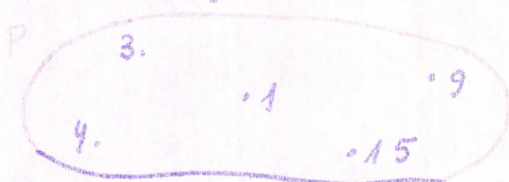
" $x$  é menor que  $y$ "

" $x$  é primo com  $y$ "

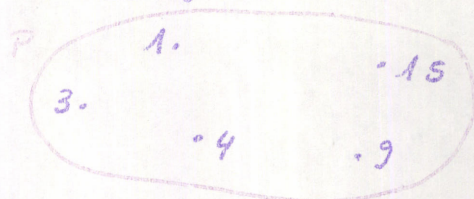
" $x$  tem o mesmo resto que  $y$  na divisão por três".

Represente  $A, B, C$  e  $D$ .

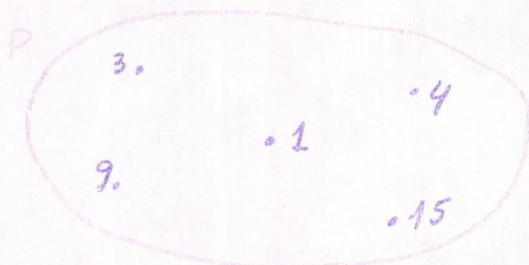
Relação A



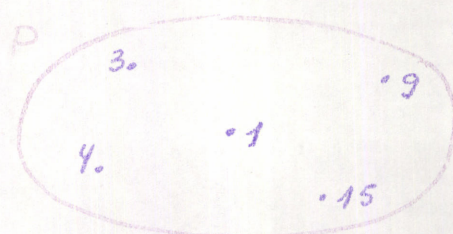
Relação B



Relação C



Relação D

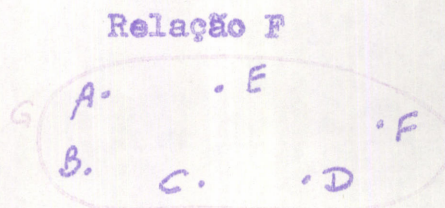
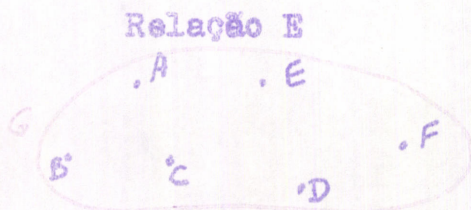


Seja  $G = \{A, B, C, D, E, F\}$  onde  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $C = \{a\}$ ,  $D = \{b, c, f\}$ ,  $E = \{g, h, i\}$  e  $F = \{g, h, i, f\}$  e as relações de  $G$  em  $G$  definidas por :

E: "X tem mesmo número de elementos que Y"

F: "X está contido em Y".

Represente as relações E e F.



Complete o quadro abaixo, assinalando com x os quadrinhos convenientes para indicar as propriedades das relações A, B, C, D, E e F.

PROPRIEDADE \ RELAÇÃO	A	B	C	D	E	F
REFLEXIVA						
SIMÉTRICA						
ANTI-SIMÉTRICA						
TRANSITIVA						

Quais das relações acima são, ao mesmo tempo, reflexivas, simétricas e transitivas?

Quais são, ao mesmo tempo, reflexivas, anti-simétricas e transitivas?

De um modo geral:

- Uma relação R de A em A é uma relação de equivalência se e somente se for reflexiva, simétrica e transitiva.

- Uma relação R de A em A é uma relação de ordem (ampla) se e somente se R for reflexiva, anti-simétrica e transitiva.