

Laboratório de Matemática  
Introdução à Lógica

1. Sentenças são frases que exprimem um pensamento com sentido completo.

Proposições são sentenças que admitem um valor verdadeiro ou falso, não envolvem símbolos variáveis.

Ex.:  $3 + 4 = 7$

Sentenças abertas são sentenças que envolvem variáveis. Ex.:  $x > 3$

Exercício

Assinala com P as proposições e, com S, as sentenças abertas

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Hoje é           | <input type="checkbox"/> $7 - 2 = 5$            |
| <input type="checkbox"/> $x$ é estudioso. | <input type="checkbox"/> A é uma letra.         |
| <input type="checkbox"/> $5 \leq 2$       | <input type="checkbox"/> $x + 3 = 5$            |
| <input type="checkbox"/> $y > 2$          | <input type="checkbox"/> $\frac{y}{3} + 2y = 2$ |
| <input type="checkbox"/> $2 + 0 =$        |   |

2. Toda proposição tem um e um só valor lógico:  
verdade (V)  
falsidade (F)

Exemplo:  $2 - 5 = 7$  (F)  
 $2 - 5 = -3$  (V)

Exercícios:

Escreve V ou F ao lado de cada proposição de acordo com seu valor lógico.

- $3 + 7 = 10$
- $4 \times 5 = -20$
- $7 < 8$
- $0 < -1$
- 2 é número primo.

3. Na formação de novas proposições, a partir de outras, entram os chamados conectivos:

"e" ( $\wedge$ ), "ou" ( $\vee$ ), "se... então" ( $\rightarrow$ ), "se e somente se" ( $\leftrightarrow$ )

bem como o modificador "não" ( $\neg$ ) (ou "não é verdade que")

As proposições classificam-se em simples e compostas.

As proposições simples não contêm conectivos.

As proposições compostas são obtidas a partir das simples, pelo uso dos conectivos.

Costumamos representar as proposições simples pelas letras minúsculas  $p, q, r, s, \dots$

Exemplos: "O lápis é preto" é uma proposição ( $p$ )  
"O lápis tem ponta" é outra proposição ( $q$ )

Representamos por:

$p \wedge q$ : O lápis é preto e tem ponta.

$p \vee q$ : O lápis é preto ou tem ponta.

$p \rightarrow q$ : Se o lápis é preto então tem ponta.

$p \leftrightarrow q$ : O lápis é preto se e somente se tem ponta.

$\neg p$ : O lápis não é preto.

Exercícios

a) Dadas as proposições  $p: 5 > 2$

$q: 3 < 4$

escreve as co

postas representadas por:

$q \vee p$ :

$q \rightarrow p$ :

$q \leftrightarrow p$ :

b) Sabendo que

$p$ : Paulo dirige avião.

$q$ : João dirige automóvel.

$r$ : Paulo é primo de João.

representa, com símbolos da lógica, as proposições:

João dirige automóvel e Paulo dirige avião.

Se Paulo dirige avião então é primo de João.

João não dirige automóvel.

Não é verdade que Paulo não dirige avião.

João dirige automóvel ou Paulo é primo de João.

4. O valor lógico de uma proposição fica alterado quando aplicamos a esta proposição o modificador "não". Ex.:

$3+2=5$  (V)

$8 > 9$  (F)

$\neg(3+2)=5$  (F)

$\neg(8 > 9)$  (V)

$3+2 \neq 5$  (F)

$8 \leq 9$  (V)

5. O valor lógico de uma proposição composta depende dos valores das componentes:

a) Uma proposição do tipo " $p \wedge q$ " é verdadeira somente quando  $p$  e  $q$  são ambas verdadeiras.

b) Uma proposição do tipo " $p \vee q$ " é falsa somente quando  $p$  e  $q$  são ambas falsas.

c) Uma proposição do tipo " $p \rightarrow q$ " é falsa somente quando  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa.

d) Uma proposição do tipo " $p \leftrightarrow q$ " é verdadeira

somente quando  $p$  e  $q$  possuem o mesmo valor lógico (ambas verdadeiras ou ambas falsas).

Exercícios:

a) Escreve V ou F de acordo com a verdade ou falsidade das proposições compostas:

( )  $3+2=5 \vee 5-2=1$     ( )  $9 \times 5 = 145 \rightarrow 145 : 5 = 9$

( )  $6 \times 6 = 36 \rightarrow \sqrt{6} = 36$     ( )  $4^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{16} = 4$

( )  $3+3=10 \wedge 10-3=8$     ( )  $9-10=-1 \wedge (-1)+10=9$

b) Assinala com X as proposições falsas, sabendo que:


$p$ : João é médico. (verdadeira)


$q$ : Maria sabe cozinhar. (falsa)


$p \wedge q$  ( )     $q \rightarrow p$  ( )     $p \Leftrightarrow q$  ( )


$p \rightarrow q$  ( )     $p \vee q$  ( )     $q \vee p$  ( )

c) Pinta as figuras de modo que as proposições que as acompanham sejam verdadeiras.

 Ela é amarela e tem haste.

 Se é menino então seu chapéu é preto.

 Ela é vermelha se e somente se for maçã.

 Ele é verde ou está arrebitado.