

mão

F A T O S      B Á S I C O S  
d e  
A D I Ç Ã O      E      S U B T R A Ç Ã O

Curso de Sup. Escolar

*Haydee Goulart Jahn*  
Haydee Goulart Jahn  
Turma 532

Objetivos:

Os Fatos Básicos de Adição e Subtração, com o conjunto de noções que de antemão envolvem, são, por assim dizer, a "pedra angular" sobre a qual assenta toda a estrutura da Aritmética.

De tal forma fundamentam as futuras compreensões e nelas entram em jogo as habilidades desenvolvidas, que os objetivos perseguidos pelo professor primário, ao conduzir seus alunos a generalizações no âmbito dos Fatos Básicos, se identificam com os objetivos gerais da Aritmética.

Exemplificando, examinemos algumas opiniões sobre os objetivos da aprendizagem da Aritmética na E. Primária:

(Do Manual de Professores da Univ. de N. York) - "O objetivo principal do ensino da Aritmética na Escola Primária é habilitar as crianças a desenvolverem uma competência funcional em sentir, compreender e reagir aos elementos matemáticos nas situações sociais, econômicas e culturais à sua volta."

Wheat: "...é proporcionar às crianças os métodos de pensamento, idéias de ação, significação nas relações numéricas, princípios gerais de concordância, de tal modo que as situações quantitativas da vida possam ser elaboradas inteligentemente.

O Congresso de prof. primários, realizado em Recife, em janeiro de 1960, no item 3 de suas conclusões, assim se manifesta: "A Aritmética deve ser ensinada de maneira a favorecer o trabalho de pensamento da criança no desenvolvimento de conceitos."

Quaisquer desses pronunciamentos poderiam ser usados como enunciado de "Objetivos Gerais dos Fatos Básicos de Adição e Subtração".

Consultando os trabalhos de Grossnickle, Van Engen, Catherine Stern, H. Spitzer, Bronwell e França Campos, observamos que, apesar das divergências ocasionais quanto ao sistema de desenvolvimento dos processos, há entre todos um denominador comum quanto aos objetivos específicos da aprendizagem nesse campo. Permitimo-nos elaborar um esquema dos propósitos verificáveis, mais ou menos, em todos esses autores:

1) Proporcionar à criança compreensão matemática dos fa-



tos simples ao seu alcance, precisando os conceitos:

- a) de que as situações de agrupar podem ser solucionadas com a operação de somar.
- b) de que as situações de desagrupar equivalem a subtrair.

2) Permitir que a criança possa resolver as situações decorrentes de relações com o seu ambiente doméstico, escolar ou social.

3) Inspirar na criança hábitos corretos de raciocínio que fundamentarão futuras compreensões.

4) Instilar e despertar na criança atitudes de independência e auto-confiança, de acordo com as próprias capacidades e habilidades.

Dessa forma, quando o aprendizado dos fatos básicos segue um rumo adequado, êsses propósitos se realizam de forma real e específica: ao viver e resolver as situações decorrentes, a criança estará melhor se integrando, e com maior compreensão, no ambiente em que vive e seu raciocínio sendo organizado no sentido lógico, psicológico e econômico. Estará de posse de conhecimentos sistematizados que serão fundamentos de outros. Terá adquirido uma noção, talvez restrita, mas fundamental e importantíssima, de suas capacidades e habilidades - habilidades estas, que a tornam apta a resolver situações da vida quotidiana, relativamente a agrupar e desagrupar.

-----

CONCEITO

INICIAÇÃO

Diferença entre Fato Básico e Combinação

Se analisarmos a expressão "Fato Básico", podemos inferir que é uma situação de dinamismo com elementos simples, mas fundamentais. Daí se justifica a designação de Fatos Básicos de Adição ao conjunto de operações simples entre os números dígitos.

Sendo a Subtração o processo inverso da Adição, os Fatos Básicos de Subtração consistem no desagrupamento de unidades simples de números até 18. Desta forma, há na realidade 100 Fatos Básicos de Adição e outros 100 de Subtração, incluindo-se o zero, as operações com elementos iguais, bem como as adições em que as parcelas alternaram as posições.

0+1=	0+2=	0+3=	0+4=	0+5=	0+6=	0+7=	0+8=	0+9=	0+0=
1+0=	1+1=	1+2=	1+3=	1+4=	1+5=	1+6=	1+7=	1+8=	1+9=
2+0=	2+1=	2+2=	2+3=	2+4=	2+5=	2+6=	2+7=	2+8=	2+9=
3+0=	3+1=	3+2=	3+3=	3+4=	3+5=	3+6=	3+7=	3+8=	3+9=
4+0=	4+1=	4+2=	4+3=	4+4=	4+5=	4+6=	4+7=	4+8=	4+9=
5+0=	5+1=	5+2=	5+3=	5+4=	5+5=	5+6=	5+7=	5+8=	5+9=
6+0=	6+1=	6+2=	6+3=	6+4=	6+5=	6+6=	6+7=	6+8=	6+9=
7+0=	7+1=	7+2=	7+3=	7+4=	7+5=	7+6=	7+7=	7+8=	7+9=
8+0=	8+1=	8+2=	8+3=	8+4=	8+5=	8+6=	8+7=	8+8=	8+9=
9+0=	9+1=	9+2=	9+3=	9+4=	9+5=	9+6=	9+7=	9+8=	9+9=

1-0=	1-1=	2-2=	3-3=	4-4=	5-5=	6-6=	7-7=	8-8=	9-9=
2-0=	2-1=	3-2=	4-3=	5-4=	6-5=	7-6=	8-7=	9-8=	10-9=
3-0=	3-1=	4-2=	5-3=	6-4=	7-5=	8-6=	9-7=	10-8=	11-9=
4-0=	4-1=	5-2=	6-3=	7-4=	8-5=	9-6=	10-7=	11-8=	12-9=
5-0=	5-1=	6-2=	7-3=	8-4=	9-5=	10-6=	11-7=	12-8=	13-9=
6-0=	6-1=	7-2=	8-3=	9-4=	10-5=	11-6=	12-7=	13-8=	14-9=
7-0=	7-1=	8-2=	9-3=	10-4=	11-5=	12-6=	13-7=	14-8=	15-9=
8-0=	8-1=	9-2=	10-3=	11-4=	12-5=	13-6=	14-7=	15-8=	16-9=
9-0=	9-1=	10-2=	11-3=	12-4=	13-5=	14-6=	15-7=	16-8=	17-9=
10-0=	10-1=	11-2=	12-3=	13-4=	14-5=	15-6=	16-7=	17-8=	18-9=

O conceito acima, bem como os fatos, são, geralmente, consagrados entre nós. Na bibliografia sobre o assunto, entretanto, constatamos as designações de: Combinação, Fatos Fundamentais, Fatos Primários.

A par dessa pluralidade de designações para o conjunto básico de adições e subtrações, varia o número de operações que nele se incluem.

Vejamos: França Campos e Irene de Albuquerque dão a denominação de Fatos Fundamentais ao que apresentamos como Fatos Básicos (Comunicado do I.N.E.P. c/resumo de aulas e Metodologia da Matemática). Catherine Stern usa Fatos da Adição e Fatos da Subtração, e Fatos Básicos da Adição e Fatos Básicos da Subtração. O critério de seleção para efeitos de aprendizagem é o seguinte: 10 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 10 e a 2ª. parcela é zero, 9 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 9 e a 2ª. é 1; 8 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 8 e a 2ª. é 2; 7 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 7 e a 2ª. é 3; 6 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 6 e a 2ª. é 4; 5 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 5 e a 2ª. parcela é 5; 4 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 4 e a 2ª. é 6; 3 fatos em que a 1ª. parcela varia de 1 a 3 e a 2ª. é 7; 2 fatos em que a 1ª. parcela são, respectivamente 1 e 2 e a 2ª. é 8; e um fato em que se adiciona 1 e 9, - perfazendo um total de 55 Fatos Básicos de Adição.

Os Fatos Básicos de Subtração considerados por essa autora são: 10 fatos em que os minuendos variam de 1 a 10 e o subtraendo é 1; 9 fatos em que os minuendos variam de 2 a 10 e o subtraendo é 2; 8 fatos em que os minuendos variam de 3 a 10 e o subtraendo é 3; 7 fatos em que os minuendos variam de 4 a 10 e o subtraendo é 4; 6 fatos em que os minuendos variam de 5 a 10 e o subtraendo é 5; 5 fatos em que os minuendos variam de 6 a 10 e o subtraendo é 6; 4 fatos em que os minuendos variam de 7 a 10 e o subtraendo é 7; 3 fatos em que os minuendos variam de 8 a 10 e o subtraendo é 8; 2 fatos em que os minuendos são 9 e 10 e o subtraendo é 9; 1 fato constituído de 10-10. Há portanto um total de 55 Fatos Básicos de Subtração (Discovering Arithmetic, Book 1, Pags. 71 e 87).

No livro Numbers in Action (edition for teachers) por Maurice L.Hartung, Henry van Engen e Catherine Mahoney, observamos o seguinte: quando há referências generalizadas em torno de Fatos Básicos, é usada essa mesma expressão, mas quando os autores se referem especificadamente a uma operação, p.ex. 3+2 ou 5-3, dizem "ação de combinação" e "ação de separação", respectivamente.

Constatamos, também, que esses autores preferem o termo "grupo", em vez de "coleção". Excluem as operações em zero.

Bruckner e Grossnickle, em Making Arithmetic Meaningful (pag. 221), assim se definem: "Os Fatos Básicos de Adição e Subtração são todos os arranjos possíveis entre dois números de um algarismo de 1 a 9 inclusive. Sendo Adição e Subtração processos opostos, há na Subtração um fato básico relacionado com cada fato básico da Adição e vice versa. (pag.219)- Adição consiste em reunir <sup>colecões</sup> dois ou mais <sup>colecões</sup> (grupos) num <sup>colecão</sup> grupo só. Subtração consiste em separar um <sup>colecão</sup> grupo em duas partes. Uma <sup>colecão</sup> grupo, pôde ser representado por um ou mais números. "Dessa forma há 81 fatos básicos não incluindo o zero. Quando o zero é incluído nas operações de fatos básicos, há 100 fatos em cada um dos dois processos."

Entretanto, para o trabalho inicial com fatos básicos (na nossa 1ª. série primária, que corresponde ao 2º grau das escolas americanas), o autor faz uma seleção em que prefere não apresentar os fatos duplos (2+2, 3+3, etc.); apenas um dos fatos em que as parcelas se alternam (5+3; 3+5); assim, restam apenas 55 fatos básicos de Adição ou de Subtração; ei-los:

Adição	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	
	2	2	2	2	2	2	2	2		
	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>		
	3	3	3	3	3	3	3			
	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>			
	4	4	4	4	4	4				
	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>				
	5	5	5	5	5					
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>					
	6	6	6	6						
	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>						
	7	7	7							
	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>							
	8	8								
	<u>8</u>	<u>9</u>								
	9									
	<u>9</u>									

Os Fatos Básicos de Subtração correspondem às operações inversas das indicadas.





Dêstes 81 fatos, o autor não considera os que têm 1 por subtraendo, pois diz que também neste caso pôde haver a generalização "de que subtrair 1 de outro número, dá por resultado o número anterior, na série".

### Significação

Como pudemos constatar na consulta a várias obras de autores atuais, na entrevista que nos foi concedida pela sra. Orientadora dos Ios. Anos do Anexo do Instituto de Educação, na observação pessoal junto ao Anexo, há uma intenção e uma preocupação máxima na apresentação e realização dos trabalhos e atividades - "que a criança, partindo de situações reais chegue a uma elaboração mental que signifique a ação ou atuação pela qual resolveu o fato apresentado."

Em realidade, esta é a essência da orientação dos trabalhos de Aritmética e, muito especialmente, no que se refere aos Fatos Básicos de Adição e Subtração.

Se o professor conseguir que as crianças atuem com conhecimento de propósitos, concluam o que os resultados obtidos representam, e atinjam generalizações, com capacidade de aplicá-las em situações problemáticas semelhantes, elas terão, de fato, aprendido, porque realizaram algo com compreensão, com significação. Haverá, portanto, um propósito irremovível em todos os atos de orientação do professor em relação às crianças: que estas desenvolvam suas capacidades, adquiram habilidades, cheguem a redescobertas espontâneas, numa linha ininterrupta de compreensões e de significação.

Vamos consultar os autores e vêr de que meios podemos lançar mão e que direção tomar no aprendizado dos Fatos Básicos de Adição e de Subtração, tendo em vista proporcionar à criança um crescimento que a torne capaz de resolver situações problemáticas.

#### Catherine Stern (Discovering Arithmetic - Book 1)

A autora apresenta um período de trabalhos que preparam a criança (através os conhecimentos de Sistema Numérico e experiências com coleções que o uso de Blocos Unidos e Cubos proporcionam), para atingir a compreensão das quantidades e dos símbolos que as representam, sua leitura e escrita.

(Unidades 1, 2, 3 e 4 de Discovering Arithmetic - Book 1)

Esses trabalhos incluem Coleções, N<sup>os</sup> cardinais e ordinais e Contagem. A significação de que nem tudo se compõe de partes, gradativamente será obtida por meio da comparação e da medida dos blocos utilizados. As descobertas infantís se processarão assim, com naturalidade e compreensão. Mais tarde essas descobertas serão comprovadas com as miniaturas de blocos em cartolina - nesta ocasião "serão usadas verdadeiramente técnicas de medição para encontrar a soma de Unidades de Blocos.

Quando é alcançado o n<sup>o</sup> 10, a autora considera o momento oportuno para a introdução formal dos Fatos Básicos de Adição (Unidade 5).







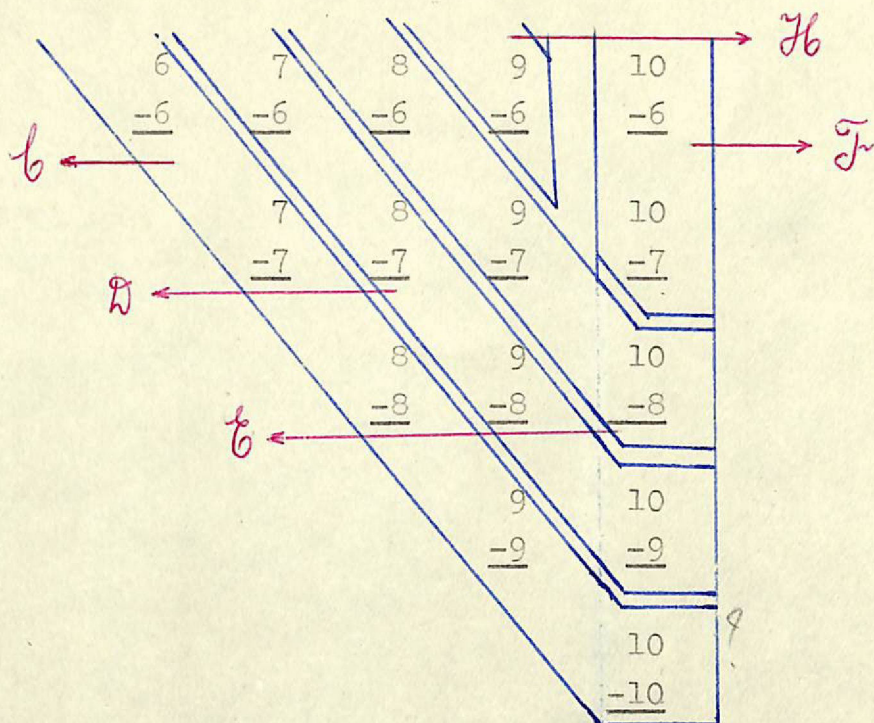
1    2    3    4    5    6    7    → D  
 +3   +3   +3   +3   +3   +3   +3  
 —   —   —   —   —   —   —  
 1    2    3    4    5    6    → E  
 +4   +4   +4   +4   +4   +4   +4  
 —   —   —   —   —   —   —  
 1    2    3    4    5    → F  
 +5   +5   +5   +5   +5   +5  
 —   —   —   —   —   —  
 1    2    3    4  
 +6   +6   +6   +6  
 —   —   —   —  
 B ← 1    2    3  
 +7   +7   +7  
 —   —   —  
 C ← 1    2  
 +8   +8  
 —   —  
 1  
 +9  
 —

UNIDADE - 9 - "Dominando os Fatos de Subtração"

Nesta unidade as atividades de classe girarão em torno do objetivo que o título indica. Abaixo apresentamos os Fatos emfeixados e na ordem em que serão trabalhados.

A ← 1    2    3    4    5    6    7    8    9    10  
 -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1  
 —   —   —   —   —   —   —   —   —   —  
 B ← 2    3    4    5    6    7    8    9    10  
 -2   -2   -2   -2   -2   -2   -2   -2   -2   -2  
 —   —   —   —   —   —   —   —   —   —  
 C ← 3    4    5    6    7    8    9    10  
 -3   -3   -3   -3   -3   -3   -3   -3   -3   -3  
 —   —   —   —   —   —   —   —   —   —  
 D ← 4    5    6    7    8    9    10  
 -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4   -4  
 —   —   —   —   —   —   —   —   —   —  
 E ← 5    6    7    8    9    10  
 -5   -5   -5   -5   -5   -5   -5   -5   -5   -5  
 —   —   —   —   —   —   —   —   —   —  
 F → 6    7    8    9    10  
 -6   -6   -6   -6   -6  
 —   —   —   —   —  
 G → 7    8    9    10  
 -7   -7   -7   -7  
 —   —   —   —  
 H → 8    9    10  
 -8   -8   -8  
 —   —   —  
 I → 9    10  
 -9   -9  
 —   —





Finalmente, na Unidade 10, já com o domínio dos Fatos Básicos de Adição e Subtração, a criança estabelecerá as relações entre os dois processos e inferirá que um é o inverso do outro. O coroamento do aprendizado dos Fatos Básicos será a sua aplicação na vida prática, em situações em que estão envolvidas quantidades de seres, objetos ou valores que podem ser agrupadas ou removidas.

Nota - Inexplicavelmente a autôra incluí operações com 10 nas tabelas de fatos básicos.

---

Morton Gray (Make Sure of Arithmetic) pag.146 - Book 1

Os trabalhos anteriores aos dos Fatos Básicos que lhes servirão de lastro fundamental, são: contagem, agrupamento e desagrupamento de coleções em coleções maiores e sub-coleções; noções de nº cardinal e ordinal, unidade e dezena, valor de moedas, contagem por grupos.

Só depois que essas atividades tiverem sido desenvolvidas com afinco e a contagem (valor numérico, símbolos, etc.), houver atingido o 20, é que se passará aos Fatos de Adição, apesar de que mtº antes se terá oportunizado a significação informal de Adição e Subtração. O autor considera que êsses trabalhos, com material concreto ou semi concreto proporcionaram à criança oportunidades de descobrir e aprender que o tamanho de um grupo torna-se maior ou menor quando um ou mais elementos lhe são adicionados ou subtraídos.

Usando dramatizações, objetos concretos ou semi-concretos, podem-se inicialmente introduzir 15 fatos com soma até 6.

1	1	1	1	1						
<u>+1</u>	<u>+2</u>	<u>+3</u>	<u>+4</u>	<u>+5</u>						
2	2	2	2	3	3	3	4	4	5	
<u>+1</u>	<u>+2</u>	<u>+3</u>	<u>+4</u>	<u>+1</u>	<u>+2</u>	<u>+3</u>	<u>+1</u>	<u>+2</u>	<u>+1</u>	

Até aí sempre usar experiências que possam ser visualizadas; a transição para os exemplos abstratos virá mais tarde.



O autor aconselha que a primeira situação de Adição seja apresentada à classe por meio de dramatização. Depois a concretização será feita a seguir, até que os alunos generalizam a operação. É previsto que o aprendizado dos fatos se desenvolverá através 7 momentos que o aluno percorrerá até alcançar um domínio efetivo das operações:

1) Situações problemáticas reais. Com objetos de uso escolar, promover dramatizações que permitam a significação da Adição.

2) Atuação espontânea dos alunos, com fichas ou outro material semi concreto. A organização de coleções por meio de sub-coleções menores auxiliará o aluno a formar o conceito de adição, isto é, de que duas coleções pequenas podem ser reunidas e formar uma outra maior. Esta atividade é vital.

3) Com o auxílio das figuras do livro o aluno apresentará oralmente os fatos de adição sob a forma de pequenas histórias. A primeira estampa apresenta o fato, ilustrando o momento da combinação; a segunda, o resultado da primeira.

4) O livro do aluno apresenta ilustrações que proporcionam ao aluno elaborar pequenas histórias em que o resultado pôde ser concluído em vista da estampa.

5) Uma ilustração simples apresenta o motivo para uma história-zinha de números ser contada pelo professor. A figura apresenta o grupo no momento da combinação, mas não apresenta a ação completa: as crianças devem escrever a ação completa: o fato e o resultado. Devem escrever o fato em forma vertical.

6) A seguir, os fatos que foram introduzidos são usados em exemplos onde os números, a princípio, são identificados por figuras; mais tarde os números são substituídos pelas palavras correspondentes. Nestes exemplos o aluno agirá, mais ou menos, assim: 2 tampinhas e 1 tampinha, quantas tampinhas são? "3 tampinhas".

2 tampinhas

1 tampinha

... tampinhas

São atividades semi-abstratas.

7) O professor propõe problemas orais, cuja ilustração o aluno encontra no livro. O aluno escreve o fato com o resultado.

---

O autor considera que, uma vez que os Fatos de Adição e Subtração são trabalhados isoladamente, não é oportuno, de início, o uso de sinal. A preocupação, por enquanto, será que o aluno realmente compreenda o que é ação de adicionar ou de subtrair e saiba distinguir os dois processos.

ORDEM DOS FATOS - O primeiro fato a ser trabalhado será  $2+2$ , depois  $1+1$ .; daí em diante, os fatos (acompanhados de seus inversos) vão sendo apresentados de acordo com a ordem crescente da série numérica.



## FATOS BÁSICOS DE SUBTRAÇÃO -

Como atividades iniciais dos Fatos Básicos de Subtração o professor poderá apresentar à classe coleções de dois objetos - de tamanho ou cor diferentes, para melhor fazer ressaltar os elementos componentes da coleção.

A dramatização também é interessante. O professor estabelecerá diálogo com os alunos, fazendo-os descobrir que "se alguém tira 1 objeto de uma coleção de 2 objetos, sobra 1!"

Só depois que os alunos adquiriram segurança no processo de Adição, é possível a apresentação dessas situações de Subtração. Assim sendo, com naturalidade, eles descobrirão que, se  $2+2=4$ , ao se retirar 2 de um grupo de 4, sobrarão 2.

Os momentos para o desenvolvimento do processo de Subtração são os mesmos que os da Adição, apenas as ações serão inversas, isto é, as coleções serão desagrupadas em duas menores - uma que é retirada, outra que resta.

O sinal - (menos) também só será introduzido depois que a criança for capaz de dar um significado mental à ação de desagrupar e, confrontando-a com a ação de agrupar, estabelecer uma inequívoca distinção.

---

### BRUECKNER E GROSSNICKLE - ( Meaningful Arithmetic -pag.219)

Estes autores consideram que "a base dos processos de Adição e Subtração se encontra na contagem e que a habilidade de contar indica que o aluno está apto a iniciar a aprendizagem de Adição e Subtração!"

Entretanto, antes de iniciar os trabalhos com Fatos Básicos, é necessário o desenvolvimento de um período preparatório que o habilite "a transpor a lacuna que existe entre realizar ações e operar com símbolos".

"Se um aluno sabe contar 2 maçãs e 2 maçãs, fazendo um total de 4 maçãs, disso não se segue que ele sabe fazer a representação simbólica." "No primeiro caso ele usou a experiência sensorial, no segundo atingiu o campo das idéias abstratas".

O autor argumenta que um processo repetitivo dará ao aprendiz a habilidade de reproduzir o fato, mas o significado desse fato só poderá ser obtido após experiências variadas.

Só por meio de experiências com material manipulativo e concreto é possível alcançar generalizações, que se expressam num fato aritmético em que se usam símbolos. -"Aprende-se uma coisa, entendendo-a em muitas situações significativas".

FATOS BÁSICOS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO -  
" JUNTOS OU SEPARADOS ? "

A opinião dos autôres é que, de certa forma, facilitaria a compreensão do aluno trabalhar com agrupamento e desagrupamento simultaneamente, porém, levando em conta a dificuldade da notação simbólica, aconselham um trabalho inicial com alguns fatos Básicos de Adição. Essas atividades permitirão concluir que Adição é formar uma coleção maior. Separadamente proporcionar experiências que levem o aluno a descobrir que Subtração significa separar o grupo em duas partes. Depois que o aluno elaborou estes dois conceitos, é possível generalizar a relação que existe entre os dois processos. Ele está capacitado a descobrir que Adição são processos opostos de lidar com agrupamentos de dois números.

O momento exato de trabalhar em conjunto com Adição e Subtração não é estabelecido com rigidez, só o professor pela convivência com a classe e compreensão das habilidades de seus alunos, pode reconhecer.

xxx---xxx

A seqüência da apresentação dos Fatos Básicos também não é fixa. O mais importante, o que o professor deve ter sempre em vista será proporcionar experiências em cadeia, que oportunizem ao aluno alcançar condições de estabelecer as relações que existem entre elas.

Thiele diz que "sejam feitos certos agrupamentos de fatos, tais como adicionando 1, 2, duplos, quase duplos, 0 e 0, de forma que o aluno possa estabelecer generalizações acerca da soma".

O professor, com perguntas hábeis e oportunas, facilitará ao aluno a indução da generalização a ser atingida.

Por exemplo :    1    1    1    1  
                  +1   +2   +3   +4

O professor poderá perguntar: "Quando adicionamos 1 a um número, qual será a soma?"

Para as adições de 9 a criança poderá estabelecer "que adicionar 9 é o mesmo que adicionar 10 e tirar 1".

Para o grupo de fatos que envolvem 0 (zero), a criança concluirá " que a adição de zero a um número não altera o valor deste número".

Thiele fez uma experiência, usando dois grupos de alunos de igual capacidade mental. Com um grupo usou agrupamentos de fatos que permitiam fazer generalização; com o outro não houve esta preocupação e as crianças aprenderam fatos por meio de experiências repetidas. Thiele verificou que o primeiro grupo havia adquirido uma compreensão visivelmente superior à do segundo grupo.

Esta experiência comprova que a descoberta de relações entre os números é um fator preponderante na aprendizagem de fatos básicos.

Outra maneira de conduzir a criança a generalizar relações entre os números é orientando o aprendizado dos Fatos Básicos em torno de famílias de números. Por exemplo, ensinando a família do 6, os seguintes fatos básicos são trabalhados:

$$1+5= \quad 6-3=$$

$$4+2= \quad 6-4=$$

$$3+3= \quad 6-2=$$

$$2+4= \quad 6-5=$$

$$5+1= \quad 6-1=$$

Se os fatos com zeros forem incluídos, teremos ainda  $6-6=$  e  $6+0=$

Tanto o trabalho com famílias de números, quanto as outras formas, já descritas, de agrupar os fatos, igualmente desenvolvem o pensamento aritmético dos alunos.

É de se esperar, que depois de um certo tempo de atividades assim orientadas, seja possível que enunciem uma série de generalizações. Eis o que, em geral, é razoável esperar que seja descoberto pela classe:

- 1) - Um dos números, de cada fato do agrupamento, é maior de uma unidade e o outro menor de uma unidade que o fato seguinte.
- 2) - Não incluindo os zeros, o número de fatos, para cada processo, é 1 menos que o número da família. (família 8 dá 7 fatos; família 6, dá 5 fatos, etc.) Incluindo os zeros, o número de fatos é 1 a mais que o número da família.
- 3) - Invertendo a ordem dos números de um Fato Básico de Adição, não se altera a soma.
- 4) - Em cada agrupamento ou família, há apenas uma operação com números iguais.
- 5) - A adição de números iguais dá sempre uma soma de número par.

Nos Fatos de Subtração o aluno deverá descobrir que quando o subtraendo é menor, o resto fica maior da mesma quantidade. ( por ex.  $8-5=3$  ;  $8-4=4$  - o subtraendo do segundo fato é 1 menos, e o resto é 1 mais )

---

Depois de apresentada a família 6, serão apresentados os fatos derivados da família 7. Neste caso, o aluno terá oportunidade de observar que, os fatos têm, pelo menos um dos números diferente dos outros fatos.



## GRADUAÇÃO DAS DIFICULDADES -

Já foi dito em oportunidade anterior, neste trabalho, "só se aprende uma coisa, encontrando-a em muitas e variadas circunstâncias"; agora é conveniente repetir, pois, fundamentados neste princípio, os autores propõem 6 momentos para o aprendizado dos Fatos Básicos de Adição. São, por assim dizer, atividades escalonadas; as experiências de um momento determinarão a possibilidade das seguintes. Cada atividade é a consequência da anterior e o fundamento da seguinte, numa linha de compreensões, rumo a um "insight" e a um real aprendizado.

São os estágios aconselhados:

- 1) - Executar o fato com objetos reais. A dramatização é de grande valor, bem como o uso do material escolar.
- 2) - Objetivar o fato com "marcadores" ou outro material manipulativo.
- 3) - Reproduzir o fato mediante desenhos.
- 4) - Escrever o fato em forma simbólica.
- 5) - Verificar o fato mediante o uso de conhecimentos anteriores.
- 6) - Usar os fatos em problemas ou situações.

xxx---xxx

O aluno domina, realmente as Fatoa Básicos de Adição quando demonstra o conhecimento e as habilidades seguintes:

- 1) - Representa o fato com materiais objetivos
- 2) - Sabe que Adição significa "juntar".
- 3) - Reproduz o fato prontamente e exatamente pela dramatização, pelos indicadores ou em um ábaco.
- 4) - Prova que tracando a posição dos números, não muda a soma.
- 5) - Escreve os fatos em ambas as formas: vertical e horizontal.
- 6) - Verifica o resultado correlacionando com outros fatos conhecidos.
- 7) - Usa o fato num problema.
- 8) - Dá a soma exata sem vacilar.
- 9) - Expressa a soma de um fato, totalizando 10 ou mais, no seu valor agrupado ou não.

xxx---xxx

Tudo o que acima foi dito em relação à Adição, pode ser repetido relativamente à Subtração, resguardadas, apenas, as peculiaridades do processo.

MAURICE L. HARTUNG, HENRY VAN HENGEN, CATHARINE MAHONEY

(Numbers in action)

Os autôres prevêem que a significação com a aprendizagem de Adição e Subtração irá determinar o maior ou menor sucesso do ensino da Arithmética em tôda a Escola Primária.

É preciso, também, que desde logo fique estabelecida a distinção entre Fatos Básicos de Adição e Fatos Básicos de Subtração.

Os trabalhos anteriores sobre coleção e as habilidades assim adquiridas tornam a criança capaz de discerní-las e interpretá-las em sua expressão aritmética. É este o marco inicial das atividades em torno de Fatos Básicos. Estampas sucessivas em que número e ação são os motivos principais que a criança interpretará. Esta atividade será realizada com naturalidade; mesmo a interpretação lógica é apenas o alargamento de passos já dados no terreno das coleções, numeração cardinal e ordinal. As crianças serão oportunizadas descobrir que duas coleções de seres ou objetos podem se agregar ou reunir, formando uma coleção maior. Realmente ou na imaginação esta ação de agrupamento é a Adição. Assim, 3 meninas mais 3 meninas são 6 meninas, ou 4 bananas mais 3 bananas são 7 bananas. A linguagem infantil, a princípio será espontânea; num segundo momento que segue, as frases interpretativas das gravuras tornar-se-ão sistematizadas, com esta graduação:

- a) 3 cães estão comendo.
- b) 2 cães vêm correndo para comer.
- c) 5 cães estão comendo.
- d) 3 cães e 2 cães são 5 cães.
- e) 3 cães mais 2 cães são 5 cães.

A criança também descobre que uma coleção também pode ser desagrupada em duas sub-coleções. É esta ação de desagrupar que conduz ao conceito de Subtração.

A situação "5 bonecas menos 3 bonecas são 2 bonecas" representa a quantidade da coleção original, a coleção que foi retirada, a ação e o resultado.

No início do aprendizado dos conceitos fundamentais de Adição e Subtração, só os Fatos Básicos são envolvidos.

Usando a idéia de grupo, o aluno chega aos Fatos Básicos e descobre as somas respectivas. Igualmente, os Fatos Básicos de Subtração aparecem quando coleções maiores são desagrupadas em duas sub-coleções.

A ordem em que as coleções vão sendo apresentadas é muito importante. Quando o número básico da coleção é 4, 6, 8, 9 e 10, aparece a noção de multiplicação e de divisão. É preferível deixar o estudo destas coleções para depois dos trabalhos com as coleções 3, 5 e 7.

Aconselham que o estudo dos Fatos Básicos seja iniciado pela coleção do 5, pois a do 3 é muito resumida e os fatos que dela se depre-

endem são poucos para dar uma idéia mais geral de Adição e Subtração. A coleção de 5 oferece mais oportunidades aos alunos para uma generalização em torno dos conceitos de Adição e Subtração.

A sequência na apresentação dos Fatos básicos é a seguinte: 5, 3, 7, 6, 8, 4, 9 e 10. Quatro Fatos de Adições são introduzidos de início bem como os fatos correspondentes de Subtração.

As estampas desenvolvem a idéia da ação de combinar. A seguir, a idéia é expressa por meio de palavras; gradativamente vão se substituindo as palavras da frase que expressa o fato, pelos sinais aritméticos correspondentes.

É interessante notar-se que no desenvolvimento dos trabalhos de Fatos Básicos de Adição e Subtração, os autores incluem uma noção inicial de multiplicação e divisão. ( $2+2=4$  ou 2 dois são 4) ( $9=3$  três)

No processo de Subtração, além da Subtração aditiva ( $4-2=2$ ) apresentam também a Subtração por comparação (Quanto 8 é maior que 6?)

---

ENTREVISTA DA PROF. DORIS MOTTA.

OBSERVAÇÕES NO ANEXO

Por meio de contatos com a professora orientadora dos 1ºs Anos do Anexo do Instituto de Educação e das observações de classe, realizadas naquele estabelecimento, nos é possível traçar o seguinte esquema do desenvolvimento dos trabalhos sobre Fatos Básicos de Adição e Subtração.

ATIVIDADES  
PREPARATÓRIAS

Coleções  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Configurações espontâneas} \\ \text{Sequência dirigida} \end{array} \right.$

Numeração  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Cardinal} \\ \text{Ordinal} \end{array} \right.$

Símbolos numéricos

Sub-coleções

DESENVOLVIMENTO DO APRENDIZADO

Dramatização

Uso de material manipulativo real.

Material manipulativo concreto.

Desenho espontâneo ou de figuras geométricas

Frase expressando a operação  $\left\{ \begin{array}{l} \text{O valor numérico representado} \\ \text{por desenhos ou linhas,} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Valor numérico expressado com} \\ \text{símbolos aritméticos.} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Introdução do sinal, significativo} \\ \text{da operação (ou ação)} \end{array} \right.$



VERIFICAÇÃO DO  
APRENDIZADO

Aplicação dos Fatos em situações problemáticas  
sociais

Até o momento em se introduz o sinal da operação, os Fatos de Adição e Subtração são estudados simultaneamente. Daí em diante os dois processos são tratados separadamente.

---

SUGESTÕES INSPIRADAS NOS ESTUDOS, PEQUISAS E OBSERVAÇÕES  
SOBRE A DIREÇÃO DE APRENDIZADO

*Man*

DE

FATOS BÁSICOS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- I - A criança aprende por meio da atividade, do esforço próprio e de uma elaboração pessoal. É preciso, pois, que o aprendizado se alicerce no interesse e na realidade da criança.
- II - Cabe ao professor dedicar o melhor de sua dedicação, inteligência, esforço, entusiasmo e imaginação para tornar o aprendizado interessante, agradável e significativo.
- III - A classe raramente apresentará condições de homogeneidade que permitam tratá-la como uma totalidade. É aconselhável dividi-la em grupos.
- IV - O aprendizado da Matemática deve se processar como a escalada de um plano inclinado: cada passo dado permite que o passo seguinte seja alcançado.
- V - A compreensão em Matemática é fundamental. A pressão e a repetição mecanizada são suas inimigas.
- VI - A criança deve sentir, agir, concluir, generalizar - só assim haverá aprendizagem com compreensão e efetiva, dispensando processos de treino repetitivo
- VII - É interessante e necessário verificar os pontos fracos dos alunos e proporcionar, sempre que preciso, experiências suplementares e esclarecedoras para os que apresentem deficiências.
- VIII - Despertar nas crianças a noção de <sup>que</sup> a Aritmética está presente em tudo que nos cerca e em todas as atividades.
- I
- IX - A significação de um fato só é possível depois de atividades variadas e em situações diversas.