SECRETARIA DE ESTADO DOS NEGÓCIOS DA EDUCAÇÃO E CULTURA
CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA
DIVISÃO DE ORIENTAÇÃO

Pôrto Alegre, 4 de fevereiro de 1969

Subsídio nº 13/69

O LIVRO DIDÁTICO

Aspectos a considerar na Avaliação

ASPECTO FILOSÓFICO

1. Estimular - o amor ao próximo, o amor à natureza, o amor à família.
2. Sugerir - o sentido social, o senso da responsabilidade, o patriotismo, a valorização do que é nosso, a higiene física e mental, a fé, a crença, a espiritualidade, a aceitação do presente.

ASPECTO PSICOLÓGICO

1. Atender - os interêsses da criança e do adolescente, as necessidades e as mudanças psicológicas.
2. Apresentar - surprêsa, sentido de humor, brevidade, ação, novidade.

ASPECTO PEDAGÓGICO

1. Apresentar - objetivos bem definidos, assuntos da atualidade, hierarquia de valôres, aspectos sadios da vida, sugestões signifi significativas.
2. Enriquecer - experiências do leitor.
3. Estimular a curiosidade.
4. Servir - de estímulo às aspirações e ideais de vida, de meio formativo e informativo, e recreativo.
5. Atender - a atualização de conceitos, o progresso científico e tecnológico, a sequência lógica e psicológica, o desenvolvimento da personalidade do aluno.
6. Ser - claro, objetivo, de fácil manuseio, sugestivo, ilustrado, estèticamente, exato quanto às expressões, significativo quanto ao conteúdo, ameno e atraente.

CONTEÚDO

1. Seleção - aspectos mais significativos e funcionais, pormenores realmente importantes.
2. Atualização - informações atuais, descobertas e estudos mais recentes.
3. Exatidão - dados precisos, uso de fontes fidedignas.

4. Adequação- ao nível da turma a que se destina, ao programa de ensino.
5. Ajustamento à realidade brasileira.
6. Apresentação, sempre que possível, sob a forma de situação problema.
7. Estruturação que conduza à pesquisa.
8. Atividades-objetividade, relação com a matéria dada, interêsse, adequação, sugestibilidade, riqueza, previsão para as diferenças individuais, oportunidade para bons hábitos e habilidades de trabalho, oportunidade de reflexão, expressão e comunicação.

APRESENTAÇÃO DIDÁTICA

1. Letra- (tamanho e tipo)- adequação à faixa etária e ao desenvolvimento do leitor.
2. Ilustração- adequação ao texto, ao leitor, colocação na página, sempre que possível não usar figuras esteriotipadas e caricaturas.
3. Papel- observância da tonalidade mais adequada.
4. Organização da obra-lógica, cronológica, psicológica.
5. Linguagem-clareza, propriedade, bom gôsto, vocabulário(correção, precisão e riqueza).
6. Unidades e capítulos-proporção entre as partes.
7. Tamanho da obra-adequação à faixa etária.
8. Marginação e paragrafação-observação dos requisitos.

MATERIAL INFORMATIVO

1. Apresentar-índice, glossário, gráficos, mapas, tabelas, gravuras, cartazes, introdução, prefácio.
2. Indicar-dicionários, revistas, jornais, outros livros.

APRESENTAÇÃO MATERIAL

1. Capa -aspecto (gôsto, simplicidade, côr, tipo de encardenação).
2. Dorso
3. Espessura
4. Papel-qualidade, espessura.
5. Composição tipográfica-nitidez, disposição gráfica.
6. Ilustração-número, objetividade, nitidez, arte.

M A N U A L   D O   P R O F E S S O R

Pode:

1. Apresentar-justificativa do livro-texto, filosofia de vida do autor, critérios adotados na confecção, análise dos capítulos.

2. Sugerir- atividades que conduzam à descoberta dos fatos e situ-
ações realmente significativas e que merecem enfoque especial; trabalhos suplementares, levantamento de problemas; correlação com outras disciplinas.

3. Indicar- o uso do programa de ensino, como fonte de consulta; os critérios e tipos de avaliação; os recursos didáticos e o modo e o momento de usá-los; as técnicas de trabalho adequadas; as possibilidades da ordenação psicológica dos conteúdos; as fontes de consulta, com discriminação de capítulos e páginas.

4. Explicar- o modo como se processa a aprendizagem e como o professor deve orientar o trabalho.

Dados colhidos em:

OLIVEIRA, Alaíde Lisboa - O LIVRO DIDÁTICO
CABEDA, Ada Vaz e outra - A ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO
COLTED - O LIVRO DIDÁTICO: SUA UTILIZAÇÃO EM CLASSE

Por: VERA NEUSA LOPES
Profª à disposição do C.P.O.E.

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DE ESTADO DOS NEGÓCIOS DA EDUCAÇÃO E CULTURA
CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS
E DE EXECUÇÃO ESPECIALIZADA
SERVIÇO DE ENSINO - EQUIPE DE MATEMÁTICA
1 9 7 0

Tradução e adaptação dos capítulos 3 e 4 do livro: BRUMFIEL, Charles F., EICHOLZ, Robert E., SHANKS, Merrill E. - Fundamental Concepts of Elementary Mathematica - Addison Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, Palo Alto, London - 1962, 340 pgs.

SUBSÍDIO Nº 62/67.

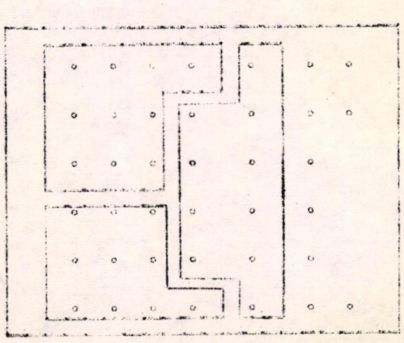
Capítulo III - VALOR POSICIONAL E BASES

1. Valor posicional na base 10.

Várias vêzes, no último capítulo, foi chamada sua atenção para certos sistemas de numeração que usavam ou não o princípio de valor posicional ou base 10. Por exemplo, os romanos usavam base 10, mas não usavam valor posicional, enquanto os babilônios usavam valor posicional, mas não na base 10. Naturalmente no nosso sistema de numeração, nós fazemos uso de ambos: base 10 e princípio de posição.

No nosso sistema estas duas características estão relacionadas tão intimamente que é difícil estudá-las separadamente. Podemos, entretanto, chamar a atenção para o conceito central de base 10, sem mencionar o valor posicional. O valor posicional entra em cena, quando tentamos usar a base 10 sem inventar mais do que 10 símbolos.

Quando falamos de base 10 significa simplesmente que estamos pensando em agrupar por dezenas. Isto é, dado um conjunto de objetos, podemos perguntar quantos conjuntos de 10 podem ser formados. Por exemplo, consideremos o seguinte conjunto de pontos. Vemos que há três conjuntos com 10 pontos e que sobraram 8. A importância do valor posicional é evidente quando tentamos escrever um numeral para expressar o número de pontos do conjunto dado. Em vez de escrever "três conjuntos com 10 elementos e um conjunto com 8", simplesmente escrevemos 38 e concordamos que o numeral da "segunda ordem", "3", neste caso



representa um número associado a um conjunto de conjuntos com 10 elementos. Naturalmente, quando temos conjuntos com grande número de elementos, podemos formar conjuntos com 10. Seguimos da mesma forma e reagrupamos êsses conjuntos em 10. Temos então conjuntos de 10 dezenas, e chamamos cada um dêstes conjuntos, de uma centena. Por exemplo, podemos ter um conjunto de objetos formados como segue:

cinco conjuntos com 10 dezenas (centenas)
três conjuntos com doz elementos
um conjunto com sete.

Simplesmente escrevemos 5 3 7.

Para discutir estas idéias mais cuidadosamente, é conveniente usar a notação introduzida antes.

$$10 \times 10 = 10^2 = 100,$$
$$10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1.000,$$
$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 10.000,$$
$$\text{etc.}$$

Podemos agora dizer que:

$$537 = (5 \times 100) + (3 \times 10) + 7$$
$$= (5 \times 10 \times 10) + (3 \times 10) + 7$$
$$= (5 \times 10^2) + (3 \times 10) + 7,$$
$$6.284 = (6 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + (8 \times 10) + 4,$$
$$360.845 = (3 \times 10^5) + (6 \times 10^4) + (0 \times 10^3) + (8 \times 10^2) + (4 \times 10) + 5.$$

Você deve ter uma clara compreensão do valor posicional a fim de compreender os processos operacionais da adição, subtração, da multiplicação e da divisão. Por exemplo, compare os rápidos processos usuais de calcular mostrados abaixo à esquerda, com os à direita, que mostram como o valor posicional é usado.

A d i ç ã o

(a)
$$\begin{array}{r} 26 \\ \underline{53} \\ 79 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 + 6 \\ \underline{50 + 3} \\ 70 + 9 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 341 \\ \underline{238} \\ 579 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300 + 40 + 1 \\ \underline{200 + 30 + 8} \\ 500 + 70 + 9 \end{array}$$

(c) $\begin{array}{r} 346 \\ \underline{529} \\ 875 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{l} 300+40+6 \\ \underline{500+20+9} \\ 800+60+(10+5) \\ =800+70+5 \end{array}$

S u b t r a ç ã o

(a) $\begin{array}{r} 728 \\ \underline{413} \\ 315 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{l} 700+20+8 \\ \underline{400+10+3} \\ 300+10+5 \end{array}$

(b) $\begin{array}{r} 615 \\ \underline{243} \\ 372 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{l} 500+(100+10)+5 \\ \underline{200+40+3} \\ 300+70+2 \end{array}$

M u l t i p l i c a ç ã o

(a) $\begin{array}{r} 24 \\ \underline{2} \\ 48 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 20+4 \\ \underline{2} \\ 40+8 \end{array}$

(b) $\begin{array}{r} 27 \\ \underline{3} \\ 81 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{l} 20+7 \\ \underline{\qquad 3} \\ 60+(20+1) \\ =80+1 \end{array}$

(c) $\begin{array}{r} 32 \\ \underline{12} \\ 64 \\ \underline{32\ } \\ 384 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 30+2 \\ \underline{10+2} \\ 60+4 \\ \underline{300+20\quad} \\ 300+80+4 \end{array}$

D i v i s ã o

(a) $684 \,\underline{|2\quad}$ $\quad 342$ $\qquad$ $\begin{array}{l} 600+80+4 \\ \underline{600+80+4} \end{array}$ $\quad \underline{|2\qquad\qquad}$ $\quad 300+40+2$

(b) $\begin{array}{r} 384 \\ \underline{36} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$ $\underline{|12\quad}$ $\quad 32$ $\qquad$ $\begin{array}{r} 300+80+4 \\ \underline{300+60\quad} \\ 20+4 \\ \underline{20+4} \\ 0 \quad 0 \end{array}$ $\quad \underline{|10+2\qquad}$ $\quad 30+2$

EXERCÍCIOS:

1. Escreva com palavras:

(a) 3.402 (b) 14.003 (c) 700.043

(d) 1.003.005 (e) 23.417.253 (f) 1.040.000.007

2. Escreva com numerais hindu-arábicos:

(a) Dois mil quatrocentos e setenta e três.

(b) Vinte e quatro e mil e vinte e cinco.

(c) Cem mil trezentos e sete.

(d) Um milhão quatro mil e dois.

3. Usando expoentes, escreva os numerais abreviados para os seguintes números, escritos abaixo:

(a) $3 \times 3 \times 3 \times 3$ (b) $10 \times 10 \times 10$

(c) 5×25 (d) 1.000×1.000

(e) 8×4 (f) $64 \times 16 \times 4$

(g) $100.000 \div 100$ (h) $5^4 \div 5$

(i) $49^2 \times 7$ (j) $49^2 \div 7$

4. Observe que:

$$\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

Use expoentes para escrever os numerais para:

(a) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ (b) 0,0001

(c) 0,000001 (d) 0,00000000001

5. Expresse o que segue em unidades, dezenas, centenas e milhares, etc.:

(a) 526 (b) 6.682 (c) 34.837

(d) 605 (e) 30.806 (f) 55.555

(g) 20.202 (h) 6.000.006 (i) 70.000

6. Trabalhe os exercícios seguintes de duas maneiras: primeiro pelo processo rápido que você normalmente usa, e depois pelo processo mostrando o valor posicional:

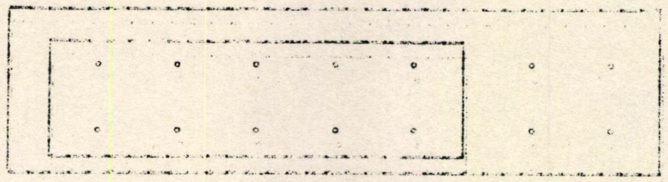
(a) 23 + 16	(b) 35 - 12
(c) 32 x 3	(d) 96 ÷ 3
(e) 540 + 285	(f) 692 - 521
(g) 222 x 4	(h) 864 ÷ 2
(i) 36 + 47	(j) 52 - 24
(l) 28 x 2	(m) 52 + 72 + 28
(n) 23 x 12	(o) 624 - 111
(p) 407 - 129	(q) 562 + 384 + 175
(r) 56 x 24	(s) 506 + 360 + 24
(t) 20.004 x 23	(u) 288 ÷ 24

2. Outras Bases

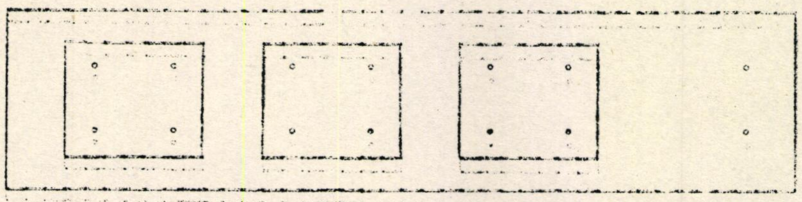
É um divertimento interessante representar números usando outras bases em vez da base 10 e aprender a calcular com êstes novos símbolos numéricos. Fazendo isto, entretanto, lembrar que quaisquer que sejam os símbolos que usamos, os números são os mesmos, sòmente as representações dêles são diferentes.

Você lembrará da última seção, que nosso sistema (base 10) decimal é baseado em agrupar por dez, provàvelmente, porque temos 10 dedos, se o homem tivesse dois dedos em cada mão, poderia ter sido mais natural agrupar de quatro. Nesta seção você verá como outros agrupamentos poderiam ter sido usados. Quando você estudar diferentes sistemas de numeração, observe suas vantagens e desvantagens comparadas com o uso da base 10.

Como um exemplo, vamos comparar agrupamentos na base quatro com agrupamentos na base 10. Suponha que queremos escrever um numeral que represente o número de pontos no desenho que segue. Usando a base 10, agrupamos os pontos como está apresentado e observamos que temos um conjunto com 10 pontos e um com quatro. Nós simplesmente escrevemos 14 e lembramos que o "1" representa um número associado a conjunto de conjuntos com 10 e o "4", o número de pontos do conjunto que não tem 10 elementos.



Usando a base 4, agrupamos os pontos como se mostra abaixo e observamos que temos três conjuntos com quatro e 1 conjunto com dois. Simplesmente escrevemos 32, relembrando que o "3" representa um número associado a conjunto de conjuntos com quatro elementos e o "2" o número de pontos do conjunto que não tem 4 elementos.



Lògicamente o símbolo "32" pode representar muitos números diferentes. Isto é, a menos que indiquemos o tipo de agrupamento, ou a base, que estamos usando, o numeral "32" não representa um número. Por exemplo, pode significar três dezenas e dois, ou três quaternas e dois, ou três conjuntos de sete e dois, etc.

Desde que, neste capítulo, usamos várias bases diferentes, precisamos de algum meio para indicar o tipo de agrupamento que estamos usando. Um meio simples para fazer isto é usar os conhecidos índices. Por exemplo,

32_{10} significa três dezenas e dois

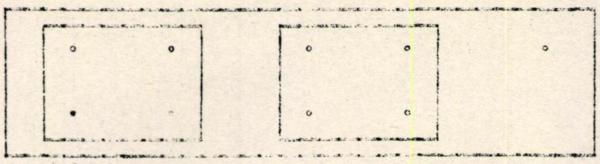
32_{4} significa três "quatro" e dois

32_{7} significa três "sete" e dois.

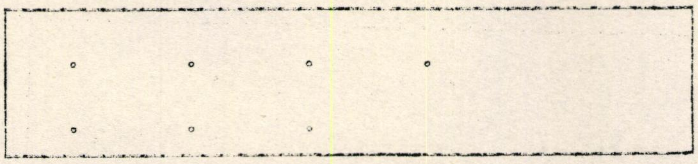
Ler símbolos numéricos escritos em outras bases é interessante. Para evitar confusão, leremos os símbolos na base 10 do mesmo modo que sempre fizemos. Isto é, para "32"$_{10}$, simplesmente dizemos "trinta e dois". Isto, naturalmente, significa que devemos inventar novos nomes para símbolos em bases que não sejam a 10. Vamos concordar em ler "32"$_{4}$ ou como "três conjuntos com quatro e dois" ou como "três, dois, base quatro". Por esta combinação leríamos "32"$_{7}$ ou como "três conjuntos com sete e dois" ou como "três, dois, base sete".

EXERCÍCIOS:

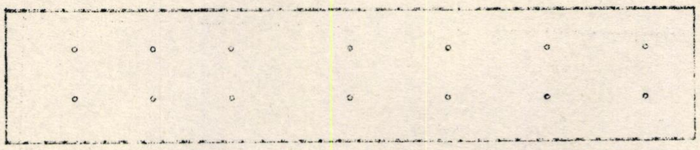
1. Formar os seguintes conjuntos de pontos de quatro em quatro e indicar como os claros devem ser preenchidos. Como um exemplo, agrupamos o primeiro e preenchemos os claros.



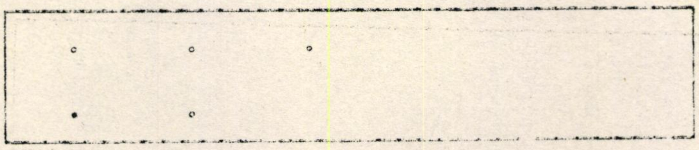
2 conjuntos com quatro e 1 conjunto com 1. Nós escrevemos 21_4.

a) 

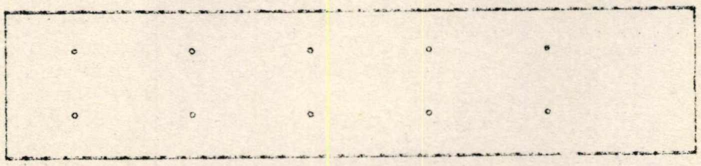
__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

b) 

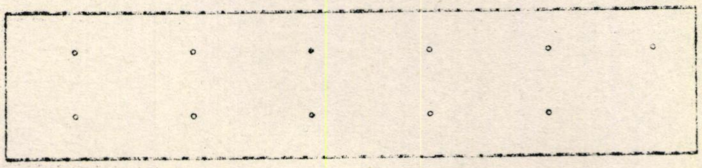
__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

c) 

__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

d) 

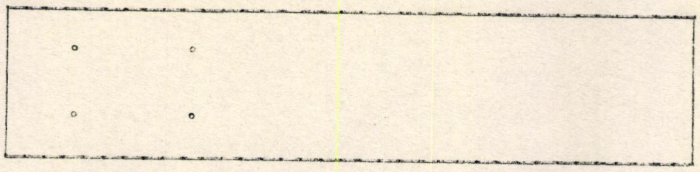
__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

e) 

__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

f) 

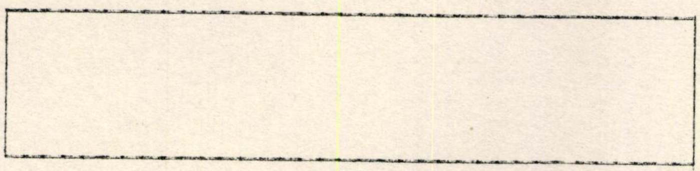
__ Conjuntos com quatro e __. Escrevemos ____.

g) 

- Conjuntos com quatro e ___. Escrevemos _____.

h) 

- Conjuntos com quatro e ___. Escrevemos _____.

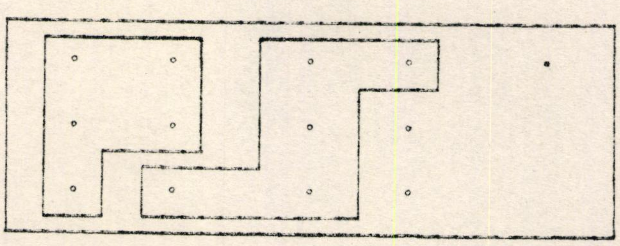
i) 

- Conjuntos com quatro e ___. Escrevemos _____.

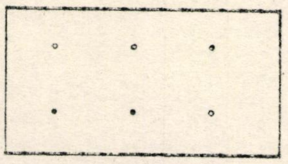
j) 

- Conjuntos com quatro e ___. Escrevemos _____.

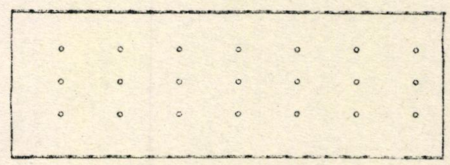
2. Formar conjuntos de pontos conforme está indicado pela base dada. Escrever um numeral que indique o número de pontos em cada quadro. O primeiro é um exemplo.



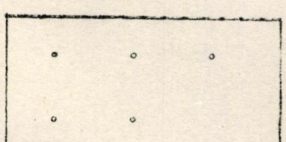
<u>23</u>5

a) 

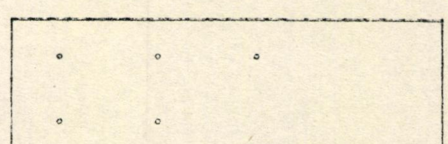
——4

b) 

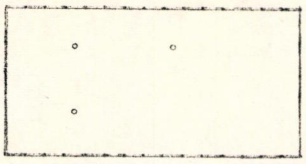
——10

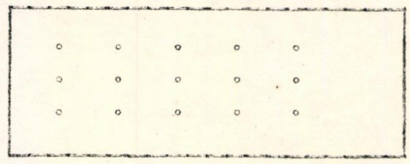
c) 

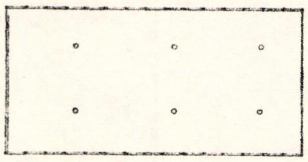
——7

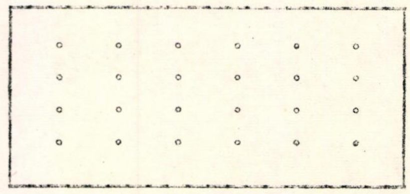
d) 

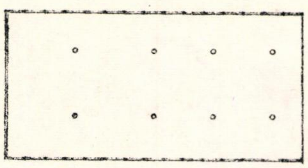
——6

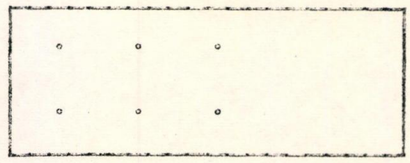
e)  —— 2

f)  —— 6

g)  —— 3

h)  —— 9

i)  —— 8

j)  —— 6

3. Escrever os símbolos numéricos corretos, nas bases indicadas:

a) $23_4 = \_\_\_\__{10}$ b) $12_4 = \_\_\_\__{10}$

c) $10_4 = \_\_\_\__{10}$ d) $14_{10} = \_\_\_\__4$

e) $3_{10} = \_\_\_\__4$ f) $0_4 = \_\_\_\__{10}$

4. Escrever numerais de base quatro para os seguintes números:

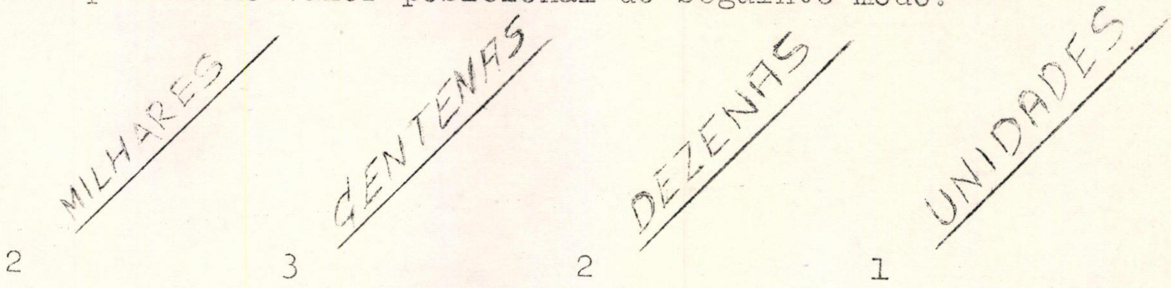
a) Três conjuntos com quatro e um conjunto com 1.
b) Dois, dois, base quatro.
c) Dois conjuntos com quatro.
d) Três, zero, base quatro.
e) Quatro.
f) Dois.

5. O que você pensa que o símbolo "312"$_4$ possa significar? (sugestão: Pense no significado do valor posicional que usamos na base 10).

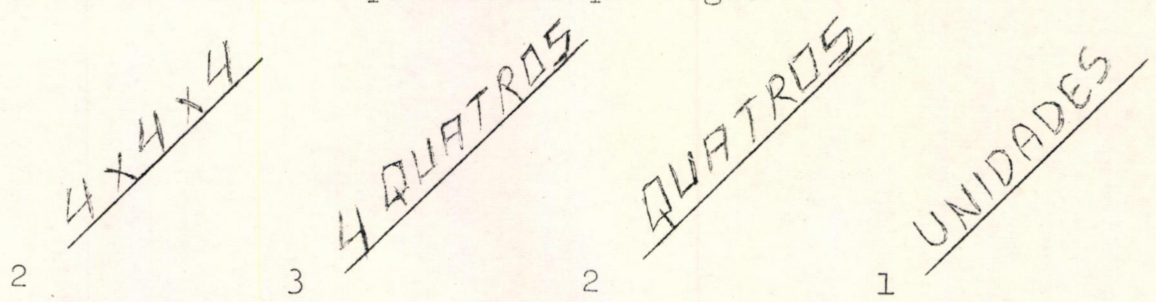
6. Qual é o número mínimo de dígitos necessários para representar um número associado a qualquer conjunto de pontos na base quatro? base cinco? base sete?

Nos exercícios 5 e 6 acima você estava tendo a oportunidade de descobrir alguns dos conceitos seguintes, por você mesmo. Por exemplo, usando sòmente quatro dígitos nós podemos escrever um nume -

ral na base quatro que representa qualquer número de objetos. Para ver isto claramente, você deve pensar cuidadosamente sôbre o valor posicional usado na base 10. Considere o numeral 2321_{10}. Ensinaram-lhe a pensar no valor posicional do seguinte modo:



Note que "centena" é justamente outro nome para um conjunto que contém 10 conjuntos com 10 e que "milhar" é o nome para um conjunto que contém 10 conjuntos com 100, isto é, 10 conjuntos com 10 conjuntos com 10. Quando consideramos o numeral 2321_{10} na base quatro, pensamos no valor posicional que segue



Naturalmente, um conjunto com quatro "quatros" é um conjunto com 16, e um conjunto consistindo de quatro conjuntos com quatro é um conjunto com 64. Assim poderíamos ler o símbolo numérico 2321_4 como "dois" sessenta e quatro, três dezesseis, dois quatros, e um." Observe que:

$$2.321_{10} = (2 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + 1,$$

$$2.321_4 = (2 \times 4^3) + (3 \times 4^2) + (2 \times 4) + 1,$$

$$2.321_6 = (2 \times 6^3) + (3 \times 6^2) + (2 \times 6) + 1.$$

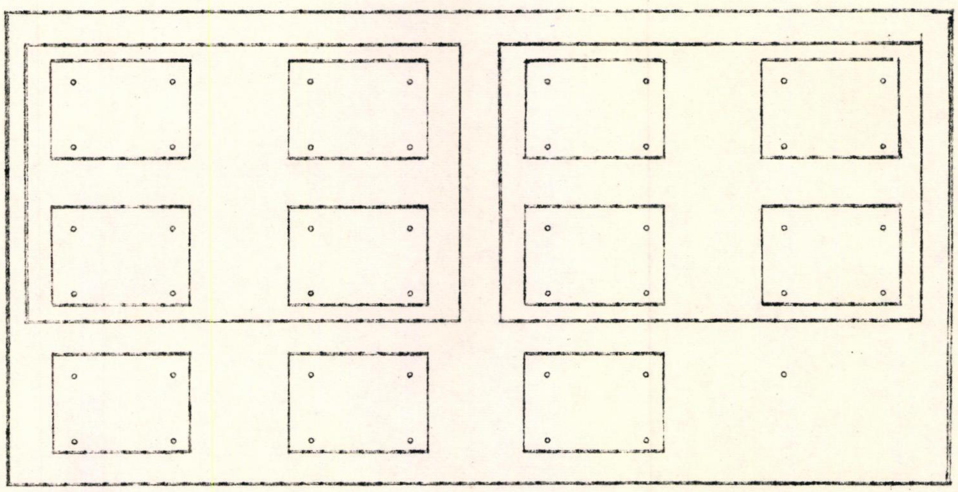
Isto é, cada um dos símbolos numéricos acima representa

2 x (o cubo da base)
+ 3 x (o quadrado da base)
+ 2 x (a base)
+ 1.

Quando contamos objetos na base 10 primeiramente agrupamos por dezenas. Logo que tivermos dez dezenas, nós as agrupamos num conjunto com mais elementos. Logo que tivermos dez centenas, agrupamos estas em um conjunto com mais elementos ainda, e assim por diante. Usamos o mesmo princípio, quando contamos na base quatro. Um exemplo tornaria isto claro. Consideremos o conjunto de pontos formados por quatros no quadro abaixo. Observe que temos

2 conjuntos com quatro conjuntos com quatro pontos,
3 conjuntos com quatro pontos e
1 conjunto com um ponto.

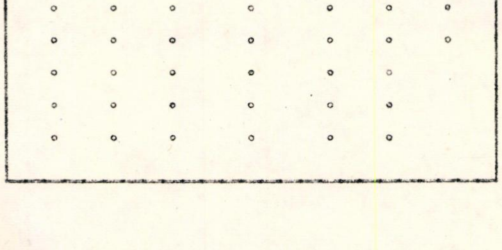
Simplesmente escrevemos 231_4

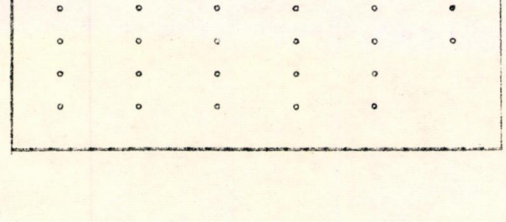


Observe também que na base quatro os símbolos 0, 1, 2 e 3 são suficientes para representar qualquer número inteiro, desde que, alguma vez, tenhámos mais do que três, nós podemos reagrupar. Por exemplo, se tivermos nove conjuntos com quatro, podemos agrupá-los em dois conjuntos de quatro "quatros" e um conjunto de 4..

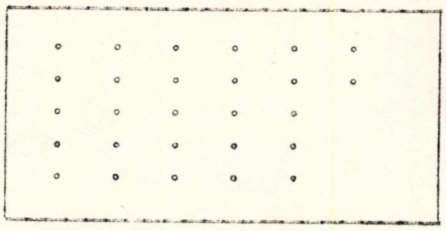
EXERCÍCIOS:

1. Agrupar os seguintes conjuntos de pontos de quatro em quatro e escrever um numeral na base quatro que represente o número de pontos em cada quadro.

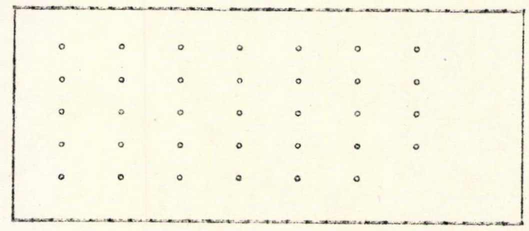
a) 

b) 

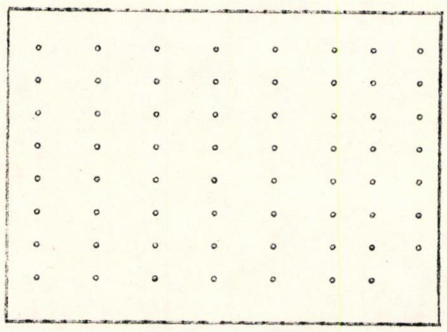
c)



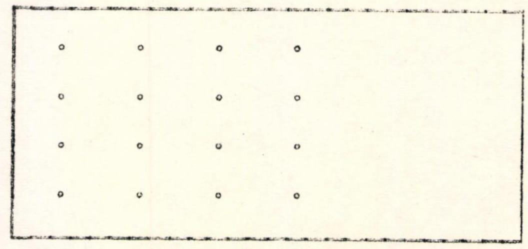
d)



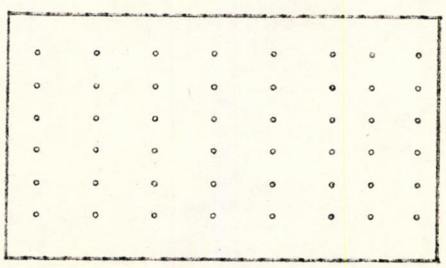
e)



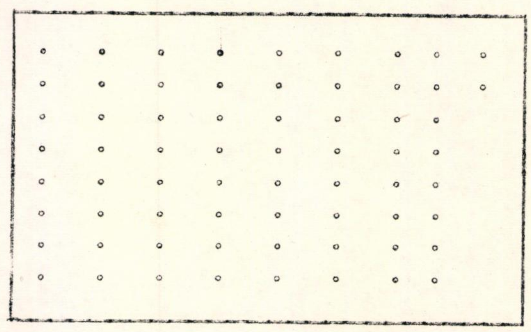
f)



g)



h)



2. Repita o exercício 1 para base cinco e para base seis.

3. Complete o seguinte:

a) $12_{10} = \underline{\quad}_4$ b) $30_{10} = \underline{\quad}_4$

c) $4_{10} = \underline{\quad}_4$ d) $50_{10} = \underline{\quad}_4$

e) $48_{10} = \underline{\quad}_4$ f) $100_{10} = \underline{\quad}_4$

g) $87_{10} = \underline{\quad}_4$ h) $123_{10} = \underline{\quad}_4$

i) $222_4 = \underline{\quad}_{10}$ j) $100_4 = \underline{\quad}_{10}$

k) $10_4 = \underline{\quad}_{10}$ l) $1_4 = \underline{\quad}_{10}$

m) $300_4 = \underline{\quad}_{10}$ n) $1.010_4 = \underline{\quad}_{10}$

o) $2.302_4 = \underline{\quad}_{10}$ p) $3.003_4 = \underline{\quad}_{10}$

Agora que aprendemos a representar números numa base diferente, será interessante calcular nesta nova base. Desde que é inconvenien te indicar a base para cada numeral quando estamos calculando, vamos omitir o índice e simplesmente combinar a base antecipadamente. Isto é o que temos sempre feito na base 10.

Primeiramente calcularemos na base quatro, e todos os numerais nos exercícios seguintes devem ser interpretados nesta base. Observe que na base quatro, temos 3 + 3 = 12 e 2 x 2 = 10 e 3 x x 3 = 21.

EXERCÍCIOS:

1. Indique como as seguintes tábuas de adição e multiplicação deveriam ser completadas.

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				12

x	0	1	2	3
0				
1				
2			10	
3				21

2. Escreva todos os números de 0 a 1.000. (Lembre que 1.000 significa 64_{10}).

3. Encontre as seguintes somas. Ilustre (a) e (b) marcando conjuntos de pontos e agrupando-os.

a) $\begin{array}{r} 21 \\ \underline{31} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 32 \\ \underline{11} \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 12 \\ \underline{12} \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 123 \\ \underline{101} \end{array}$

e) $\begin{array}{r} 113 \\ \underline{211} \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 123 \\ \underline{321} \end{array}$ g) $\begin{array}{r} 322 \\ \underline{233} \end{array}$ h) $\begin{array}{r} 323 \\ \underline{303} \end{array}$

i) $\begin{array}{r} 320 \\ \underline{232} \end{array}$ j) $\begin{array}{r} 201 \\ 121 \\ \underline{322} \end{array}$ k) $\begin{array}{r} 2.032 \\ 3.021 \\ 1.311 \\ \underline{2.202} \end{array}$ l) $\begin{array}{r} 2.320 \\ 3.202 \\ 2.032 \\ 1.332 \\ \underline{3.201} \end{array}$

4. Encontre os seguintes produtos. Ilustre (a), (c), (d) e (e) formando conjuntos de pontos e agrupando-os.

a) $\begin{array}{r}21\\ \underline{2}\end{array}$	b) $\begin{array}{r}32\\ \underline{0}\end{array}$	c) $\begin{array}{r}23\\ \underline{3}\end{array}$	d) $\begin{array}{r}10\\ \underline{10}\end{array}$
e) $\begin{array}{r}21\\ \underline{10}\end{array}$	f) $\begin{array}{r}212\\ \underline{2}\end{array}$	g) $\begin{array}{r}100\\ \underline{10}\end{array}$	h) $\begin{array}{r}20\\ \underline{20}\end{array}$
i) $\begin{array}{r}231\\ \underline{10}\end{array}$	j) $\begin{array}{r}100\\ \underline{100}\end{array}$	k) $\begin{array}{r}323\\ \underline{3}\end{array}$	l) $\begin{array}{r}213\\ \underline{21}\end{array}$
m) $\begin{array}{r}23\\ \underline{32}\end{array}$	n) $\begin{array}{r}312\\ \underline{231}\end{array}$		

5. Trabalhe os seguintes exercícios de subtração. Ilustre (b), (e) e (h) agrupando pontos representados.

a) $\begin{array}{r}31\\ \underline{2}\end{array}$	b) $\begin{array}{r}22\\ \underline{3}\end{array}$	c) $\begin{array}{r}20\\ \underline{1}\end{array}$	d) $\begin{array}{r}10\\ \underline{1}\end{array}$
e) $\begin{array}{r}100\\ \underline{1}\end{array}$	f) $\begin{array}{r}32\\ \underline{3}\end{array}$	g) $\begin{array}{r}32\\ \underline{23}\end{array}$	h) $\begin{array}{r}101\\ \underline{33}\end{array}$
i) $\begin{array}{r}203\\ \underline{21}\end{array}$	j) $\begin{array}{r}132\\ \underline{123}\end{array}$	k) $\begin{array}{r}1.000\\ \underline{232}\end{array}$	l) $\begin{array}{r}23012\\ \underline{12123}\end{array}$

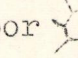
6. Trabalhe as partes (d), (g) e (j) do exercício 4 na base cinco, base sete, base dois, base 12, base 13.

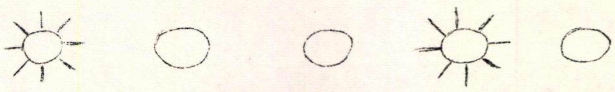
7. Encontre os seguintes quocientes. As partes (a), (e), (g) e (i), ilustre com conjuntos de pontos.

a) $10 \,\lfloor\underline{2}$	b) $21 \,\lfloor\underline{1}$	c) $0 \,\lfloor\underline{21}$	d) $32 \,\lfloor\underline{2}$
e) $21 \,\lfloor\underline{3}$	f) $212 \,\lfloor\underline{2}$	g) $100 \,\lfloor\underline{10}$	h) $1.000 \,\lfloor\underline{10}$
i) $230 \,\lfloor\underline{10}$	j) $2.022 \,\lfloor\underline{3}$	k) $2.000 \,\lfloor\underline{100}$	l) $3.120 \,\lfloor\underline{102}$

8. Quais são algumas das vantagens e desvantagens de usar base 4?

3. <u>BASE DOIS</u>

Algumas máquinas computadoras eletrônicas modernas usam um sistema numérico de base dois. Naturalmente, sòmente dois símbolos são necessarios neste sistema. Desde que um interruptor elétrico tem sòmente duas posições possíveis, "on" (aberto) ou "off" (fechado), uma máquina pode representar números por uma série de ligações e interrupções de corrente. Suponha que uma máquina seja construída de tal forma que as lâmpadas indiquem a posição do interruptor. Uma lâmpada acesa pode representar o numeral 1 e uma lâmpada apagada pode representar o numeral 0. Indicaremos uma lâmpada acesa por  e uma lâmpada apagada por . Suponha que numa bateria de cinco lâmpadas tenhamos o seguinte:



Isto indicaria o numeral 10010. Agora precisamos pensar sôbre o valor posicional na base dois.

2x2x2x2	2x2x2	2x2	2	unidades
1	0	0	1	0

Assim nosso arranjo de 5 lâmpadas acesas e apagadas representaria o número 18 na base 10.

Vamos fazer alguns cálculos na base dois. Todos os numerais nos exercícios seguintes devem ser interpretados nesta base.

EXERCÍCIOS:

1. Indique como as seguintes tábuas de adição e multiplicação seriam completadas:

+	0	1
0		
1		

X	0	1
1		
1		

2. Escreva todos os numerais de 0 a 1.000.

3. Procure as seguintes somas. Ilustre (b), (c) e (e), formando conjuntos de pontos.

a) $\begin{array}{r} 11 \\ \underline{1} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 10 \\ \underline{10} \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 11 \\ \underline{11} \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 101 \\ \underline{11} \end{array}$

e)	f)	g)	h)
101	100	111	1111
110	111	11	1
111	110	1	
	101		

4. Determine os seguintes produtos. Ilustre (c), (d) e (g) agrupando objetos.

a)	b)	c)	d)
11	10	10	100
1	0	10	10

e)	f)	g)	h)
100	11	101	111
100	11	11	111

i)	j)	k)	l)
100	111	11	101
110	11	111	110

5. Determine as seguintes diferenças:

a)	b)	c)	d)
11	10	111	100
1	1	10	11

e)	f)	g)	h)
1101	110110	1000	10000
1011	11011	1	11

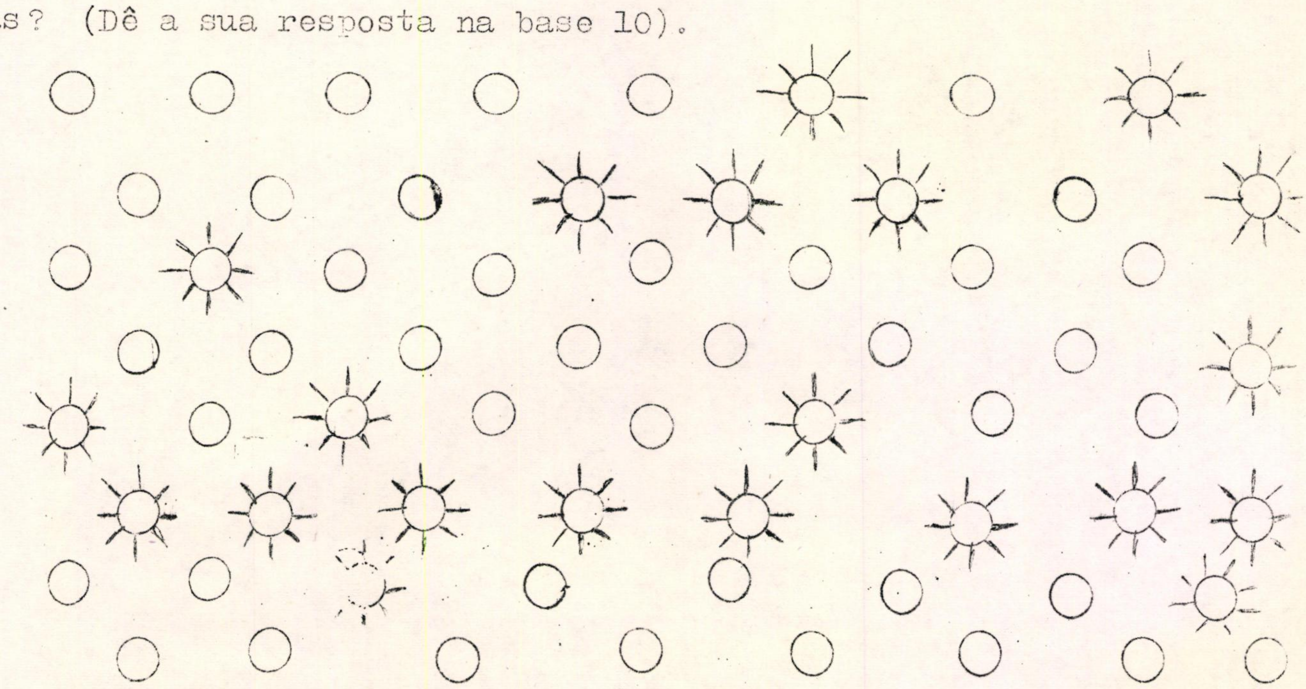
6. Determine os seguintes quocientes. Ilustre (b) e (d) através de conjuntos.

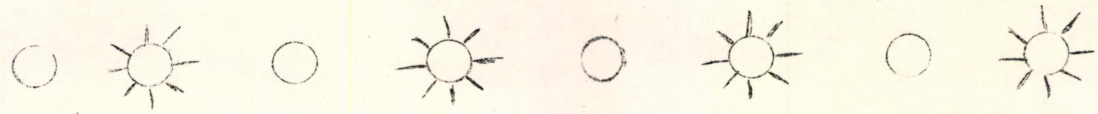
a) 101 |1 b) 110 |10 c) 110 |11 d) 1111 |11

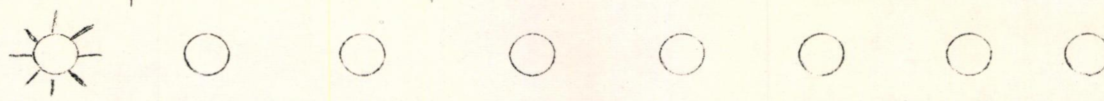
e) 10110 |10 f) 110111 |101

7. Que número é indicado em cada uma das seguintes baterias de lâmpadas? (Dê a sua resposta na base 10).

a)
b)
c)
d)
e)
f)
g)
h)



i) 

j) 

8. Na base dois um "1" seguido por 10 zeros representaria tanto quanto um milhão? Como pode você escrever um número maior do que um milhão na base dois? Quais são as vantagens e desvantagens da base dois?

4. <u>BASE DOZE</u>

Nossa civilização ainda mostra traços de um uso primitivo da base 12. Isto é, pode encontrar-se vários exemplos de formar conjuntos com "doze". Por exemplo, compramos ovos por dúzia; há doze polegadas num pé; temos um ano de 12 meses. Quais são outros exemplos como êste?

Um interessante problema surge quando trabalhamos na base 12. Devemos inventar dois novos símbolos, um para 10 e um para 11. Suponha que concordamos em usar os seguintes símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, t, e.

Certamente, então

$$10_{12} = 12_{10},\ t_{12} = 10_{10},\ e_{12} = 11_{10}$$

EXERCÍCIOS:

1. Os seguintes numerais estão na base 12. Como seriam preenchidos os espaços em branco com numerais da base 10?

a) 2 / 1 / 8 / 6 / . . . .

b) 7 / e / 2 / t / 6 / . . . . . .

2. Complete as seguintes tabelas de adição e multiplicação.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	t	e
0												
1												
2										e		
3												
4												
5												
6												
7						10						
8												
9												
t											18	
e												1t

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	t	e
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
t												
e												

3. Trabalhe os exercícios abaixo na base 12.

a)	72 + 4t	b)	t3 + e9	c)	60 - 35
d)	100 - 4e	e)	10 x 20	f)	40 x 30
g)	10 x 315	h)	100 x 3t	i)	4t : 2
j)	7e : 5	k)	8t0 : 10	l)	698 : 24

Na base 10, escrevemos o número um décimo como $\frac{1}{10}$ e também como 0,1.

Escrevemos um centésimo como 1/100 e como 0,01. Na notação da base 12, os símbolos $\left(\frac{1}{10}\right)_{12}$ e $0{,}1_{12}$ representariam um duodécimo. Que representariam os símbolos: $\left(\frac{1}{100}\right)_{12}$ e $0{,}01_{12}$?

Uma vantagem da base 12 é que várias frações podem ser expressas como "decimais" mais simples do que na base 10. Por exemplo, desde que 1/3 = 4/12, na notação da base doze escreveríamos 0,4 por 1/3.

Interprete todos os numerais nos seguintes exercícios na base 12.

EXERCÍCIOS:

1. Expresse cada fração (base 12) como um "decimal" na base 12:

a)	1/2 = ...	b)	1/3 = ...
c)	1/6 = ...	d)	2/3 = ...
e)	1/4 = ...	f)	3/4 = ...
g)	1/8 = ...	h)	3/8 = ...
i)	1/9 = ...	j)	5/9 = ...

2. Explique por que na base 12,

$$5/10 \neq 1/2$$

3. Qual é o maior,

$$2/3 \quad \text{ou} \quad 0{,}7 \ ?$$

4. Adicione:

a) 1/2 + 1/3 b) 0,6 + 0,6 c) 2/3 + 3/4 d) 0,56 + 0,66

5. Passe um traço ao redor do numeral do número mais próximo ao décimo, segundo:

a) 1,67 b) 6,04 c) 3,46 d) 2,359

6. Multiplique:

a) 1/10 x 1/10 b) 0,2 x 0,3 c) 1,2 x 2,3

d) 1/100 x 48

No restante do trabalho dêste ano não enfatizaremos o cálculo em outras bases. Você passou vários anos desenvolvendo a habilidade de calcular na base 10 e não seria razoável esperar que você desenvolvesse a mesma espécie de habilidade em outras bases. Entretanto, o estudo dêste tópico teria lhe dado uma melhor compreensão de nosso próprio sistema de base 10. Você veria claramente que não há nada de especial sôbre base 10 que a faz melhor que as outras bases. Se escolhermos uma pequena base, nossas tabelas de adição e multiplicação seriam mais fáceis de aprender. Quantos casos de adição nós precisaríamos memorizar na base cinco? Quantos casos de multiplicação? Se estivesse em seu poder, escolher uma base para a raça humana usar, que escôlha você faria?

Os exercícios seguintes chamam atenção para várias idéias mais interessantes relacionadas com outras bases que não a 10.

EXERCÍCIOS:

1. Enumere algumas vantagens e desvantagens de usar uma base pequena tal como três ou quatro.

2. Repita o exercício 1 para grandes bases, tais como 30 ou 60.

3. Diga se cada uma das seguintes proposições é verdadeira ou falsa:

a) $0_4 = 0_8$ b) $5_6 = 5_9$

c) $(2_3)^2 = 11_2$ d) $10_2 = 2_{10}$

e) $3_7 \times 5_7 = 21_7$ f) $(1/2)_5 = (1/2)_6$

g) $1_2 + 1_2 = 10_2$ h) $6_8 = 10_6$

i) $(1/2)_6 = 0,5_6$ j) $100_2 = 10_4$

k) $11_6 = 111_2$ l) $(1/12)_3 = (1/12)_{10}$

4. Complete o seguinte:

a) $10_5 = \ldots\ldots_{10}$ b) $24_5 = \ldots\ldots_{10}$

c) $234_5 = \ldots\ldots_{10}$ d) $1342_5 = \ldots\ldots_{10}$

5. Explique o valor posicional usando o numeral 20143_5 como um exemplo.

6. Construa as tábuas da adição e multiplicação para base cinco.

7. Complete o seguinte:

a) 15 (base 6) = ... (base 4).
b) .... (base 8) = 33 (base 6).
c) 18 (base 9) = 17 (............).
d) 100 (............) = 49 (base 10).
e) 101 (base 7) = ...(base 8).
f) 101 (base 10) = 23 (............).
g) 101 (base 7) = ...(base 9).
h) 101 (base 2) = ... (base 3).
i) 101 (base 3) = ... (base 2).
j) 35 (base 6) = 27 (............).

8. Quando um numeral para um número é escrito na base 10, como pode você decidir se o número é divisível exatamente por 2 (dois)? É divisível exatamente por cinco?

9. Quando o numeral para um número é escrito na base 8, como você pode decidir se o número é divisível exatamente por dois? Pode você concluir fàcilmente se o número é divisível exatamente por cinco? por quatro?

10. Quando o número é escrito na base 10, como você pode dizer fàcilmente que resto terá quando o número é dividido por 10?

11. Quando o número é escrito na base 8, pode você dizer fàcilmente o que restará, quando o número é dividido por 10? Como pode dizer que resto terá se o número é dividido por oito?

12. Se um número é escrito na base 10, dê uma forma para concluir se é par ou ímpar.

13. Se um número é escrito na base dois, dê uma forma para concluir se é par ou ímpar.

14. Se um número é escrito na base 3, dê uma forma para decidir se é par ou ímpar.

15. Se a base em que um número é escrito é um número par, dê uma forma para decidir se o número é ímpar ou par. Dê uma forma, se a base é um número ímpar.

16. Na base 10 um número é divisível exatamente por três, se a soma dos números representados pelos seus dígitos é divisível por três. Esta regra permanece na base cinco? na base sete? Pode você determinar para que base a regra permanece?

17. Na base seis e base nove é muito fácil determinar se um número é divisível por três. Explique.

18. Os símbolos numéricos 2.402, 240.402 e 4.422 representam números pares não importando que base esteja sendo usada. (Naturalmente a base deve ser maior que quatro. Por que?) Explique por que êstes são números pares.

19. Qualquer número de 1 até 63 pode ser escrito como uma soma de números escolhidos do conjunto 1, 2, 4, 8, 16, 32 e nenhum dêstes números precisa ser usado mais do que uma vez para formar a soma. O que tem êste caso com o de base dois?

20. Na base 10 os números 25, 50 e 125 são especialmente fáceis para efetuar a multiplicação. Por exemplo, 4 x 25 = 100, 2 x 50 = 100, ' 8 x 125 = 1.000. Quais os três produtos que na base 14 se correspondem com êstes três?

C A P Í T U L O I V

B A S E D E Z

1. Símbolos para números racionais.

Antecipadamente assinalamos que qualquer número pode ser representado por muitos e diferentes símbolos. Nêste capítulo, daremos ênfase a esta idéia.

Você, provàvelmente está acostumado a dizer que 1/2 é uma fração, 0,5 é um decimal, e 50% é uma porcentagem. Está claro que há sòmente "um número" representado. Seria mais preciso falar em "forma ' fracionária", em "forma decimal" e em "forma porcentual" para êste único número. Você concluiria que estas palavras: frações, decimais e porcentagens, realmente descrevem os símbolos com os quais representamos os números antes do que os próprios números. Resolvemos usar neste livro, mais a linguagem que se refere ao número que aquela para seu símbolo: Concordamos chamar todos os números que podem ser representados por frações, números racionais. Por exemplo, diremos "Adicione os números racionais 1/2 e 1/3" em vez de "Adicione as frações 1/2 e 1/3" e "Adicione os números racionais 50% e 33 $\frac{1}{3}$%" em vez de "Adicione as porcentagens 50% e 33 $\frac{1}{3}$% ".

AFLC.