Estudo das translações

Géométrie Euclidienne — Z. P. Dienes et E. W. Golding

Ficha I

1. Pegue duas fôlhas de papel e coloque-as uma sôbre a outra. Com um estilete desenhe uma figura na fôlha de cima de maneira que esta figura apareça sôbre a fôlha que está em baixo. Se você quiser ter certeza de que a figura aparecerá claramente na fôlha inferior, poderá também usar um papel carbono.

2. Agora verifique que a fôlha inferior permaneça fixa ou, se for necessário, fixe-a com percevejos dispostos em diversos lugares. <u>Desloque então a fôlha superior sem virá-la.</u> Deslize-a simplesmente em uma direção qualquer de modo que <u>cada ponto se desloque em linha reta.</u>

3. Após ter deslocado a figura superior a uma certa distância, desenhe novamente a figura da fôlha superior sôbre a fôlha inferior. <u>Levante, em seguida, a fôlha superior e examine atentamente as duas figuras da fôlha inferior.</u> Se você realmente teve o cuidado de deslocar a figura superior sem fazer curvas (sempre em linha reta), qualquer linha da figura, que seja vertical na primeira posição, será também vertical na segunda posição. Observe, por exemplo, uma porta, uma parede, uma chaminé, etc. e verificará que é assim mesmo. Se você achar que não é assim, examine mais atentamente.

4. Suponhamos que você deslocou seu papel corretamente, sempre em linha reta, e chame suas figuras X e Y. A figura Y é a "imagem" da figura X.

Escolha um ponto qualquer, A por exemplo, da figura X e encontre a imagem exata de A na figura Y. Chame êste ponto A'

Escolha outro ponto da figura X afastado do ponto A e encontre sua imagem na figura Y. Chamemos êstes novos pontos B na figura X e B' na figura Y.

5. Una A e A', B e B', A e B e A' e B'. Qual a natureza da figura AA'BB'? É fechada? É simples? É convexa? É regular?

6. O que observa você quanto à posição de AA' e BB'? O que observa quanto à posição de AB e A'B'?

Examine atentamente seus comprimentos e suas direções.

7. Se um de vocês efetuar o trajeto AA'B' e um outro efetuar o trajeto B'BA, o primeiro deve voltar de um certo ângulo em A' e o segundo deve voltar de um determinado ângulo em B. Êstes ângulos representam a mesma fração de volta ou são diferentes?

Ficha II

Quando transformamos uma figura em outra figura deslocando-a em linha reta, dizemos que se "translada" a figura" de uma posição para outra, ou que se efetua uma translação. Vejamos agora o que se passa quando efetuamos uma translação de uma figura.

Numa translação todos os pontos da figura se deslocam na mesma direção. As linhas descritas pelos pontos deslocando-se na mesma direção são retas paralelas.

No desenho da ficha I, o ponto A tornou-se o ponto A' na translação, também o ponto B tornou-se o ponto B'. Isto significa que as retas AA' e BB' são paralelas entre si.

Olhe seu desenho mais uma vez.

1. Entre as retas do desenho quais as que são paralelas entre si?

Quais as que tem comprimentos iguais?

AB, BB', A'B', AA', BA', AB'.

2. Você já sabe que a figura cuja fronteira é o polígono fechado ABB'A'A é um quadrilátero, porque tem quatro lados.

Seus lados são AB, A'B', AA', BB'.

Quais os lados que são iguais entre si?

Ficha III

1. Desenhe uma figura simples que você chamará a figura $\mathcal{X}$. Trace uma linha reta **a** e utilize-a como eixo de simetria para transformar a figura $\mathcal{X}$ em uma nova figura $\mathcal{Y}$.

Trace, a seguir, uma linha **b** paralela à linha **a** e use-a para transformar a figura $\mathcal{Y}$ em outra figura $\mathcal{Z}$.

Agora você traçou três figuras e dois eixos de simetria paralelos. De fato, você transformou a figura $\mathcal{X}$ numa figura $\mathcal{Z}$ utilizando duas simetrias uma após outra.

<u>Há uma transformação que nos teria permitido passar diretamente da figura $\mathcal{X}$ para a figura $\mathcal{Z}$ com "um só movimento." Como se chama esta transformação?</u>

2. Tome um ponto **P** qualquer da figura $\mathcal{X}$. Encontre sua imagem na figura $\mathcal{Y}$, chame êste ponto P'. A seguir, encontre a imagem do ponto P' na figura $\mathcal{Z}$ e chame êsse ponto P".

Meça a distância **p** do ponto P à linha **a**.

Meça igualmente a distância **d** entre as linhas **a** e **b**. (Esta distância deve ser a mais curta entre as duas linhas).

Meça então a distância mais curta entre P e P" (distância que você teria de percorrer para ir de P a P" em linha reta).

Compare as distâncias **d** e PP".

3. Escolha outros pontos e encontre suas imagens. Faça novamente as mesmas medidas e compare as distâncias PP" e **d**. Experimente fazer a mesma coisa com outros pares de linhas paralelas **a** e **b** que você utilizará como eixos de simetria. Compare sempre a distância entre um ponto da primeira figura e outro da última figura a distância, separando os eixos de simetria.

Explique o que você obtém.

Ficha III M

Nota: Para esta ficha você precisará de dois espelhos colocados verticalmente.

1. Desenhe uma figura numa fôlha grande de papel, deixando ainda bastante lugar na fôlha. Chame esta figura X.

Coloque um espelho verticalmente perto da figura. Você verá no espelho a imagem da figura X. Procure desenhar essa imagem tal como aparece no espelho e chame-a figura Y.

2. Agora coloque o segundo espelho do outro lado da figura, de modo que fique paralelo ao primeiro. Você deverá poder ver assim o segundo espelho no primeiro.

Neste espelho refletido, você verá a imagem da imagem da figura no primeiro espelho. Experimente desenhar esta imagem. Ela será a imagem da figura Y no outro espelho. Chame-a de figura Z.

3. Escolha um ponto P qualquer na figura X. Encontre na figura Y o ponto que é a imagem do ponto P. Chame-a P'. A seguir, chame P'' a imagem do ponto P' no segundo espelho.

Meça a distância entre os dois espelhos.

Meça a distância PP''

Compare as duas distâncias.

4. Faça a mesma coisa com um outro ponto Q da figura X. Encontre os pontos Q' e Q''.

Compare sua distância com a distância dos dois espelhos.

Faça o mesmo com dois outros pontos pelo menos.

Marque em seu caderno o que você descobriu.

Ficha IV

1. Faça uma figura X e transforme-a, pela translação, na figura Y.

Encontre dois eixos de simetria a e b tais que se você transformar X pela simetria a obterá uma figura U, por exemplo, e que U transformado pela simetria b lhe dê exatamente a figura Y.

Isto é sempre possível ou será que não é possível para certas translações particulares?

Justifique sua resposta.

2. Você já sabe que duas simetrias sucessivas efetuadas com relação a dois eixos em ângulo reto têm o mesmo efeito que meia volta.

Seja um segmento AB que você transforma pela translação em A'B', o comprimento do percurso que esteja em ângulo reto em relação a AB (e evidentemente em relação a A'B').

Qual a natureza do polígono fechado ABB'A'A?

Qual o eixo de simetria transformando AB em A'B'?

Qual o eixo de simetria transformando AA' em BB'?

Estes eixos estão em ângulo reto?

3. Se os dois eixos de simetria acima estão em ângulo reto, uma meia volta em tôrno de seu ponto de encontro transformará A em B', B em A', B' em A e A' em B.

Você pode concluir que B e A' estão alinhados com o centro da rotação?

Ou que A e B' estão alinhados com êste centro de rotação?

Poderá você dizer alguma coisa quanto às distâncias respectivas dêstes quatro pontos ao centro de rotação?

Ficha V

Você já sabe que num retângulo há dois eixos de simetria e que o fato de fazer uma simetria, depois outra, tem o mesmo efeito de meia volta em tôrno do centro de rotação do retângulo.

O centro é, sem dúvida, o ponto onde se cortam os dois eixos de simetria.

Seja O êste centro. U'a meia volta transformará OA em OB', e OB em OA'. Assim você constatará que o comprimento de OA é o mesmo que o de OB'. Escreveremos simplesmente assim $OB = OA'$.

1. É verdade que $OB = OB'$? Também é verdade que $OA = OA'$?

2. Qual é o transformado de OB em uma das simetrias do retângulo?

Qual a sua imagem na outra simetria?

Quais as imagens de OA nestas duas simetrias?

3. Você poderia não estar certo da resposta para a questão 1. Se você respondeu corretamente à questão 2, então talvez você esteja mais seguro de sua resposta para a questão 1.