

*Classificação
em 30/10/82
W. H. L. A.*

Vimos em nossa seção sobre os conjuntos que a experiência prévia necessária à adição de números, é a reunião de conjuntos que não têm elementos comuns. É interessante perguntar agora às crianças qual é a propriedade numérica do conjunto resultante da união (reunião) de dois conjuntos dos quais conhecem já as propriedades numéricas. Isso não apresentará dificuldade particular, porque uma vez os dois conjuntos reunidos, as crianças vão muito simplesmente, contar a totalidade dos elementos. Reflitamos um instante sobre o que isso significa. Que fazem elas quando "contam"? Estabelecem, é evidente uma correspondência "termo a termo" entre os elementos do conjunto a "contar" e os elementos de um conjunto de palavras padrões gravadas de cor. No nosso exemplo, estabelecem a correspondência entre os elementos do conjunto { um, dois, três, quatro, cinco... } e os elementos do conjunto de mesas - que se quer "contar". Contar não é senão um caso particular de estabelecimento de uma correspondência entre conjuntos, um dos conjuntos sendo um conjunto-padrão, uma espécie de moeda internacional, em função da qual mede-se todo conjunto. Convém lembrar que essa medida é garantida (assegurada) por toda uma série de conjuntos dos quais o primeiro é { um }, o segundo { um, dois }, o terceiro { um, dois, três } e assim segue.

Suponhamos, por exemplo, que o conjunto de rapazes da classe tenha a propriedade numérica quinze e que o conjunto de meninas da classe tenha a propriedade numérica dezesseis. A propriedade numérica da reunião desses dois conjuntos será, então, trinta e um. Ora a reunião desses dois conjuntos constitui o conjunto das crianças da classe, de modo que ao nível de conjuntos pode-se dizer:

$$\{ \text{meninos} \} \cup \{ \text{meninas} \} = \{ \text{crianças da classe} \}$$

Para passar ao nível seguinte da abstração, nos seria necessário dizer:

$$N \{ \text{meninos} \} + N \{ \text{meninas} \} = N \{ \text{crianças da classe} \}$$

Ora, o primeiro termo dessa equação se escreve habitualmente com os números 15 e o segundo com as números 16, enquanto que o segundo membro da equação se escreve 31. Em definitivo, escrever $15 + 16 = 31$, seria uma maneira, ao mesmo tempo,

mais corrente e mais "avançada" de escrever essa relação particular. Bem entendido, pode-se melhor não começar por números de dois algarismos, cuja relativa complexidade pode perturbar as crianças nesse estágio; arriscam-se muito de não se aperceberem de tudo o que está implicitamente contido no "um" e no "cinco" de 15 ou no "três" e no "um" de 31. Naturalmente, a maior parte das crianças admite, sem dificuldade que quinze se escreve com 1 seguido de um 5, mas confundem, por vezes, com 51 quando não adquiriram ainda solidamente a noção de valor posicional. Mas se se conduz à compreensão que 15 representa a palavra quinze e 16 a palavra dezesseis e que não se faz nenhuma tentativa para decompor o símbolo em seus elementos, 1 se relacionando a um conjunto de dez elementos e 5 a cinco objetos, não se lhes fará nenhum mal. Acreditamos, entretanto, que é mais certo, no início, de se ater a pequenos números, as crianças adquirirão a ideia de adição tão eficazmente com pequenos números quanto com grandes e sem dúvida mesmo mais eficazmente.

A operação de subtração de um número de um outro número é, muito evidentemente o correspondente numérico da operação de busca do conjunto diferença entre dois conjuntos. Seja o conjunto constituído pelos meninos e o sub-conjunto formado pelos meninos de cabelos loiros; pode-se tirar esse sub-conjunto, e, então a diferença entre o conjunto dos meninos e o conjunto dos meninos de cabelos loiros é constituída pelo conjunto dos meninos que não têm cabelos loiros. Suponhamos agora que a propriedade numérica do conjunto dos meninos seja 10, e a do conjunto dos meninos loiros seja 3; a propriedade numérica do conjunto-diferença será então sete. O cálculo da propriedade numérica do conjunto diferença de dois conjuntos constitui a operação de subtração. Do mesmo modo o cálculo da propriedade numérica do conjunto formado pela reunião de dois conjuntos constitui a operação aritmética que chamamos adição.

Adição

pg. 63

Salientamos já que a adição está baseada na reunião de conjuntos que não têm elementos em comum. Atendendo ao que a adição é em si, pouco importa que substitua um conjunto por outro conjunto que lhe é equivalente. Pode-se sempre substituir um conjunto pelo conjunto equivalente desde que não nos interessamos senão pela propriedade numérica. Como vimos, a propriedade numérica é uma propriedade de todos os conjuntos pertencentes a uma certa classe de equivalência de conjuntos. É preciso

que o professor e os alunos se apercebam da classe de equivalência utilizada. Se nos valores de objetos quaisquer o critério de classificação em classe de equivalência é o número de objetos; pertencem à mesma classe todos os conjuntos que têm o mesmo número de elementos. Se nos utilizarmos de material estruturado, no qual é o volume que representa a quantidade, o critério será a quantidade de madeira e serão equivalentes todos os conjuntos contendo a mesma quantidade, isto é, o mesmo volume de madeira (ou de outro material).

Consideremos agora a reunião de dois conjuntos não tendo nenhum elemento em comum e vejamos como se pode passar à técnica de cálculo da propriedade numérica da reunião, quando se conhece a propriedade numérica dos conjuntos a reunir. É o que se chama a operação aritmética da adição.

Suponhamos os conjuntos já dispostos de maneira mais econômica. Se ainda não estão, será coisa fácil para as crianças fazer os reagrupamentos de tal maneira que tenha o menor número possível de subconjuntos em cada conjunto.

Seja os dois conjuntos seguintes:

```

o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
o o o o o
o o o o o
o o o o o
  
```

```

o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o
  
```

Pode-se reunir estes dois conjuntos e reagrupar os elementos da maneira mais econômica". Tem-se então:

```

o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o
  
```

A propriedade numérica do primeiro conjunto é 134 base 5.

" " " " segundo " " 223 " 5.

" " " " conjunto reunião " 412 " 5.

Assim pode-se escrever a adição correspondente:

$$134 + 223 = 412$$

No processo de aquisição da maneira de executar a operação acima parece

que se deve encontrar ao menos os elementos seguintes:

1º) conhecimento da maneira de agrupar um conjunto de objetos de acordo com o agrupamento tipo.

2º) consciência do fato de que cada algarismo da direita à esquerda, representa o número de conjuntos de uma certa ordem, as ordens crescendo da direita à esquerda e que não existe nenhum conjunto de uma certa ordem, é necessário colocar um zero para indicar que neste estágio há um conjunto vazio.

3º) conhecimento da maneira de formar a reunião de dois conjuntos não tendo nenhum elemento comum.

4º) se se utiliza o material estruturado parece que seja, igualmente necessário saber manejar eficientemente com as classes de equivalência, graças às trocas entre quantidades iguais de material.

Que nossos leitores estejam persuadidos de que a criança não está solidamente munida dos "ingredientes" não lhe será de grande utilidade fazê-la executar um grande número de "adições", mesmo por intermédio do emprego de material concreto, mesmo o mais "moderno".

Bem entendido, se utilizará a base dez, bem como as outras bases, de modo que, finalmente se atingirá às técnicas aritméticas clássicas, que se aperfeiçoará pela prática. Mas se verá que é necessário muito menos prática que habitualmente para chegar a uma técnica eficaz quando os princípios foram corretamente compreendidos.