

Dienes.

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

2º Semestre - 1966

Z.P. Dienes - "La mathématique moderne dans l'enseignement primaire".

France, 1965

Traduzido pela Profª Esther P. Grossi

Subsídios para introduzir os sistemas de numeração

Processos a seguir no estudo das potências. Trata-se do jogo dos "agrupamentos" que servirá em primeiro lugar para a introdução das potências. O melhor é, talvez, agrupar as próprias crianças da classe. Admitamos, por exemplo, que há 31 crianças. Decide-se que se está no dia de abertura das aulas; as crianças começam a brincar e cada uma procura um companheiro; no 1º dia de aula pròpriamente dito, todas as crianças, (salvo, talvez, uma) deverão vir à escola aos pares. Decide-se então que se está no 1º dia de aula e os pares se formam; obtém-se uma distribuição análoga a esta aqui: (grupos do 1º dia).

oo oo oo oo oo oo oo oo o  
oo oo oo oo oo oo oo

No 2º dia de aula cada par deve-se associar a um outro para jogar - junto; os pares que já estão reunidos, devem permanecer. Obtém-se a seguinte distribuição para o 2º dia (grupos do 2º dia):

oo oo oo oo oo oo oo oo o  
oo oo oo oo oo oo oo

No 3º dia, cada grupo do 2º dia deve se associar a um grupo análogo obter-se-á, assim, "grupos de 3º dia":

oooo oooo ooooo oo oo oo  
oooo oooo oooo oo oo oo

e, no 4º dia:

oooo  
oooo oooo oo oo oo  
oooo oooo oo  
oooo

Imaginam-se jogos similares em outras "bases". Em lugar de se associar 2 (um e um) companheiros, cada criança tomará duas e construirá o 1º dia dos grupos de 3, no 2º dia se formarão grupos de 9; os grupos se associarão por três no 3º dia e ter-se-á a figura seguinte:

ooo ooo ooo ooo ooo ooo ooo ooo ooo o  
ooo ooo ooo  
ooo ooo ooo ooo o  
ooo ooo ooo



ooooooooo  
 oooooooooo ooo o  
 oooooooooo

Passar-se-á, em seguida, para "jogo a quatro", para o "jogo a cinco" para o "jogo a seis", etc... Por exemplo, no jogo a 4, o agrupamento se acabará desde o 2º dia, assim:

oooo oooo oooo oooo oooo oooo oooo ooo  
  
 oooo oooo  
 oooo oooo  
 oooo oooo ooo  
 oooo

um grupo do 2º dia, 3 grupos do 1º dia, um grupo do dia de abertura (isolado).

No jogo a 5, o agrupamento será:

ooooo ooooo ooooo ooooo ooooo ooooo o  
 ooooo  
 ooooo  
 ooooo ooooo o  
 ooooo  
 ooooo



e, assim, por diante. Pode-se ir até ao "jogo a dez", o que dará:

oooooooooooo ooooooooooooo ooooooooooooo o

Estes jogos proporcionam as primeiras experiências conduzindo à noção matemática de potência de uma base dada. Há lugar, então, para introduzir um simbolismo, o que se pode fazer de diferentes maneiras; por exemplo, uma espécie de simbolismo bastante "doce (fácil) poderá ser o seguinte:

	Grupo do 4º dia	Grupo do 3º dia	Grupo do 2º dia	Grupo do 1º dia	Grupo do dia de abertura
Jogo a 2	1	1	1	1	1
Jogo a 3		1	0	1	1
Jogo a 4			1	3	3
Jogo a 5			1	1	1
.....					
Jogo a 10				3	1
Jogo a 11				2	9

Um tipo de simbolismo "pior" (mais difícil) consiste em utilizar as cifras simultaneamente, de diversas maneiras diferentes, porque para conhecer o número de pessoas presentes num grupo, tem-se necessidade de saber duas coisas:

- 1º. Qual é o jogo que se joga: a 2; a 3; a 4; etc.
- 2º. Qual o dia em que o grupo foi formado. Grupo do 1º dia, do 2º dia, do 3º dia, etc.

Convirá descrever a magnitude de um grupo, escrevendo os dois dados assim: primeiro, o número que caracteriza a natureza do jogo, depois, ao alto, à direita, o número do dia em que o grupo se formou, por exemplo:



000000000	000000000	0	000000000	0	000000000	0
000000000	000000000		000000000		000000000	0
000000000	000000000		000000000	0	000000000	0
1 0 0 0	1 0 0 1		1 0 0 2		1 0 1 0	

Não é necessário organizar as pilhas em configurações regulares como acima e, de fato, é melhor, por diversas razões, não fazer assim. Um grupo de 9 objetos constitui sempre, 9 objetos, quer estes objetos sejam organizados em quadrado ou em desordem num copo de papel. Podemos utilizar copos - ou caixas de cores diferentes para os grupos de grandezas diferentes, ou - tomar o material dos "blocos aritméticos multibases" especialmente concebidas para este fim. Variando as representações concretas conclui-se mais facilmente a natureza abstrata do conceito estudado, senão, as particularidades da situação concreta "adesão ao conceito" e torna-se muito difícil desembaraçar-se dele mais tarde.

Parece que as crianças encontram mais dificuldades com a base 2 do que com as outras bases. As bases 3 e 4 são, aparentemente, as mais fáceis. De qualquer modo importa aprender a contar em qualquer base, a fim de concluir em toda sua generalidade o conceito de agrupamento por potências sucessivas da base e, que isto não aparece como uma receita arbitrária para comunicar as quantidades, de uma pessoa à outra. As figuras numéricas escritas sob as pilhas, no exemplo acima, são naturalmente, figuras escritas na base 3. As crianças devem aprender a figura correspondente a uma pilha - qualquer e, inversamente a encontrar a pilha correspondente a uma figura dada. Pode-se organizar jogos entre as crianças; um deles dirá: "Eu penso na pilha dois zero dois, onde está ela?" eo adversário deve mostrar a pilha conveniente. Depois os papéis são invertidos e o vencedor será aquele que der mais respostas corretas sobre 5 questões, por exemplo. Isto se pode fazer com pilhas de fichas, assim como com os blocos "multibases". Os grupos de uma espécie podem ser organizados para corresponder aos grupos de uma - outra espécie; assim, para a base 4 pode-se utilizar placas triangulares - porque 4 triângulos equiláteros formam um triângulo semelhante maior; os - triângulos menores representam as unidades do dia de abertura de tamanho seguinte representam grupos do 2º dia, assim por diante.



Depois de ter feito exercícios de contagem em todas as bases, ou ao menos num certo número delas, pode-se começar a associar a noção de quantidade com a de ordem.

Diante de uma série de coleções como as que vimos acima, pode-se fazer perguntas às crianças. A pergunta mais elementar consiste em mostrar - duas pilhas contíguas na série e perguntar "quantas unidades a coleção maior tem a mais do que a menor?" As crianças não compreendem sempre o sentido exato desta pergunta; é frequente na manipulação dos blocos multibases porque se arrisca a esquecer que todas as peças são construídas, em última análise, por meio de cubos unidades.

Uma questão mais difícil consiste em mostrar 2 coleções separadas - por uma coleção intermediária e perguntar qual contém mais unidades.



LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

2º Semestre

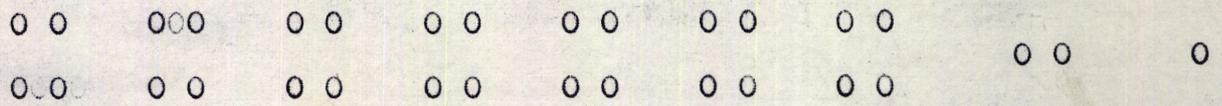
1966

"La mathématique moderne dans l'enseignement primaire" Z.P.Dienes,  
France, 1965.

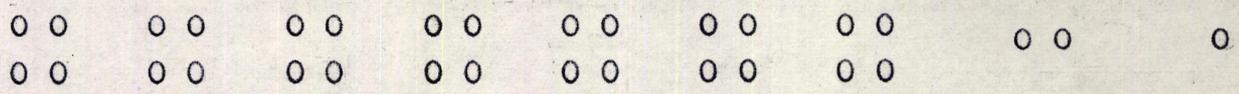
Trad. da prof. Esther P. Grossi

Subsídios para introduzir os sistemas de numeração

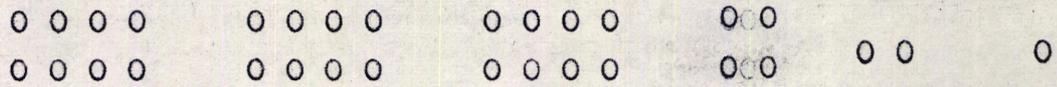
Processo a seguir no estudo das potências. Trata-se do jogo dos "agrupamentos" que servirá em primeiro lugar para a introdução das potências. O melhor é, talvez, agrupar as próprias crianças da classe. Admitamos, por exemplo, que há 31 crianças. Decide-se que se está no 1º dia de abertura das aulas; as crianças começam a brincar e cada uma procura um companheiro; no 1º dia de aula, propriamente dito, todas as crianças (salvo, talvez, uma) deverão vir à escola aos pares. Decide-se que agora se está no 1º dia de aula e os pares se formam; obtém-se uma distribuição análoga a esta aqui: (grupos do 1º dia).



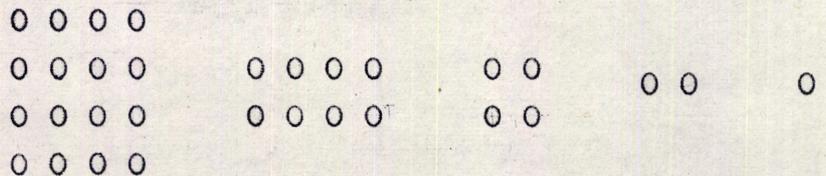
No 2º dia de aula cada par deve se associar a um outro para para jogar junto. Os pares que já estão reunidos, devem permanecer. Obtem-se a seguinte distribuição para o 2º dia ("grupos do 2º dia")



No 3º dia, cada grupo do 2º dia deve se associar a um grupo análogo e obter-se-á assim, "os grupos do 3º dia".



e, no 4º dia:



Imaginam-se jogos similares em outras "bases". Em lugar de se associar 2 (um e um) companheiros, cada criança tomará duas e constituirá o 1º dia dos grupos de três; no 2º dia se formarão grupos de 9; os grupos se associarão por três no 3º dia e ter-se-á a figura seguinte:

```

000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 0
000 000 000
000 000 000 000 0
000 000 000 000
000000000
000000000 000 0
000000000
    
```

Passar-se-á, em seguida, para o "jogo a quatro", ao "jogo a cinco"; <sup>para</sup> ao "jogo a seis", etc... Por exemplo, no jogo a 4, o agrupamento se acabará desde o 2º dia, assim:

```

0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 000
0000 0000
0000 0000 000
0000 0000
0000
    
```

um grupo do 2º dia, 3 grupos do 1º dia, um grupo do dia de abertura (isolado)

No jogo a 5, o agrupamento será :

```

000000 00000 00000 00000 00000 00000 0
00000
00000
00000 00000 0
00000
00000
    
```

e, assim, por diante. Pode-se ir até ao "jogo a dez" o que dará:

```

0000000000 0000000000 0000000000 0
    
```

Estes jogos proporcionam as primeiras experiências conduzindo à noção matemática de potência de uma base dada. Há lugar, então, para introduzir um simbolismo, o que se pode fazer de diferentes maneiras; por exemplo, uma espécie de simbolismo bastante "doce" (fácil) poderá ser o seguinte:

	Grupo de 4º dia	Grupo do 3º dia	Grupo do 2º dia	Grupo do 1º dia	Grupo do dia de abertura
jogo a 2	1	1	1	1	1
jogo a 3		1	0	1	1
jogo a 4			1	3	3
jogo a 5			1	1	1
.....					
jogo a 10				3	1
jogo a 11				2	9

Um tipo de simbolismo "pior" (mais difícil) consiste em utilizar as cifras, simultaneamente, de diversas maneiras diferentes, porque para conhecer o número de pessoas presentes num grupo, tem-se necessidade de saber duas coisas:

1º. Qual é o jogo que se joga : a 2; a 3; a 4; etc..

2º. Qual o dia em que o grupo foi formado. Grupo do 1º dia, do 2º dia, do 3º dia, etc..

Convirá descrever a magnitude de um grupo, escrevendo os 2 dados assim: primeiro, o número que caracteriza a natureza do jogo, depois, ao alto, à direita, o número do dia em que o grupo se formou; por exemplo:

$2^4$  significa : o número de pessoas num grupo do 4º dia para um jogo a 2.

$4^2$  significa : o número de pessoas num grupo do 2º dia, para um jogo a 4.

Estes dois números valem 16, mas isto é um acidente matemático; é fácil reconhecer que  $2^3$  (8) é diferente de  $3^2$  (9). Vê-se que o mesmo número se escreve de duas maneiras diferentes como  $2^3$  e 8; fica à intuição do professor escolher qual o símbolo que deve ser introduzido primeiro, e de decidir em que momento convém introduzi-lo; nós não temos, sobre este ponto, indicação cientificamente válida.

Cada vez que se decide um jogo, escolhe-se o número segundo o qual se farão os agrupamentos; este número é a base do jogo. O jogo a 2, utiliza a base dois; o jogo a 3, a base 3, etc. A numeração ordinária se fundamenta sobre o agrupamento por dez, pois sobre a base dez, a maneira de escrever este número, (ou a figura deste número) a saber, o símbolo 10, exprime que no jogo a 10, dez pessoas ou objetos formam um grupo do 1º dia (dezena), e zero o grupo do dia da abertura (unidades); os grupos do 2º dia, ou dezenas de dezenas, formam centenas e, assim por diante.

#### Exercícios de contagem em todas as bases

Para consolidar os fundamentos matemáticos da numeração, importa encorajar a contagem em todas as bases possíveis. Tomam-se objetos como feijões ou fichas dispostos em uma longa série de pilhas, cada pilha contendo um objeto a mais que a precedente; no interior de cada pilha se efetuará o agrupamento conforme as regras do jogo, segundo a base adotada. Por exemplo, na base 3, obteremos as disposições seguintes :

0 0 0  
0 0 0  
0 0 0

0	0	0	0	0	0	0	0	00	00	0	000
	0	0	0	0	0	0	0	00	00	0	000
		0	0	0	0	0	0	00	00		000
1	2	1 0	1 1	1 2	2 0	2 2	1 0 0				
000	000	0	000	0	000	0 0	000	0 0	000	00	
000	0	000	0	000	00	000	0	000	0 0	000	00
000		000		000	0	000	0	000	0	000	00
1 0 1	1 0 2	1	1 0	1 1 1	1 1 1	1 1 2	1 2 0				
000	00	0	000	00	0	000	000	0	000	000	0
000	00		000	00	0	000	000		000	000	0
000	00		000	00		000	000		000	000	
1 2 1	1 2 2		2	0 0		2	0 1		2	0 2	
000	000	0	000	000	0 0	000	000	0 0	000	000	00
000	000	0	000	000	0	000	000	0 0	000	000	00
000	000	0	000	000	0	000	000	0	000	000	00
0002	1 0		2	1 1		2	1 2		2	2 0	
000	000	00	0	000	000	00	0	000	000	000	
000	000	00		000	000	00	0	000	000	000	
000	000	00		000	000	00		000	000	000	
2 2	2	1		2	2	2	000	1		0 0 0	
000	000	000	0	000	000	000	0	000	000	000	0
000	000	000		000	000	000	0	000	000	000	0
000	000	000		000	000	000		000	000	000	0
	1 0 0 1			1 0 0 2					1 0 1 0		

88  
115  
90  
18  
90  
22  
90  
30  
90

Não é necessário organizar as pilhas em configurações regulares como acima e, de fato, é melhor, por diversas razões, não fazer assim. Um grupo de 9 objetos constitui, sempre, 9 objetos, quer estes objetos sejam organizados em quadrado ou em desordem num copo de papel. Poderemos utilizar copos ou caixas de cores diferentes para os grupos de grandezas diferentes, ou tomar o material dos "blocos aritméticos multibases" especialmente concebidos para este fim. Variando as representações concretas conclui-se mais facilmente a natureza abstrata do conceito estudado; senão, as particularidades da situação concreta "aderem ao conceito" e torna-se muito difícil desembaraçar-se dele mais tarde.

mais  
Parece que as crianças encontram dificuldades com a base 2 do que com as outras bases. As bases 3 e 4 são, aparentemente, as mais fáceis. De qualquer modo importa aprender a contar em qualquer

base, a fim de concluir em toda sua generalidade o conceito de agrupamento por potências sucessivas da base, e, que isto não aparece como uma receita arbitrária para comunicar as quantidades, de uma pessoa à outra. As figuras numéricas escritas sob as pilhas, no exemplo acima, são, naturalmente, figuras escritas na base 3. As crianças devem aprender a figura correspondente a uma pilha qualquer e, inversamente a encontrar a pilha correspondente a uma figura dada. Pode-se organizar jogos entre as crianças; um delas dirá: "Eu penso na pilha dois zero dois, onde está ela?" e o adversário deve mostrar a pilha conveniente. Depois os papéis são invertidos e o vencedor será aquele que <sup>der</sup> ~~dará~~ mais respostas corretas sobre 5 questões, por exemplo. Isto se pode fazer com pilhas de fichas, assim como com os blocos "multibases". Os grupos de uma espécie podem ser organizados para corresponder aos grupos de uma outra espécie; assim, para a base 4 pode-se utilizar placas triangulares, porque 4 triângulos equiláteros formam um triângulo semelhante maior; os triângulos menores representam as unidades do dia de abertura, os do tamanho seguinte representam grupos do 2º dia, e assim, por diante.

.....

Depois de ter feito exercícios de contagem em todas as bases, ou ao menos num certo número delas, pode-se começar a associar a noção de quantidade com a de ordem.

Diante de uma série de coleções como as que vimos acima, p pode-se fazer perguntas às crianças. A pergunta mais elementar consiste em mostrar duas pilhas contíguas na série e perguntar "quantas unidades a mais têm a coleção maior do que a menor"? As crianças não compreendem sempre o sentido exato desta pergunta; é frequente na manipulação dos blocos multibases, porque arrisca-se a esquecer que todas as peças são construídas, em última análise, por meio de cubos unidades.

Uma questão mais difícil consiste em mostrar 2 coleções separadas por uma coleção intermediária e perguntar qual contém mais unidades, depois, quantas a maior contém <sup>4</sup> mais que a outra. Não é evidente para as crianças que passando de uma coleção à seguinte, o número aumenta de uma unidade, que passando de uma coleção à precedente o número diminui de uma unidade, que saltando uma coleção o número aumenta (ou diminui) de duas unidades. Para saber isto é necessário compreender que "um a mais e um a mais fazem dois a mais" isto é, muito mais difícil <sup>que</sup> compreender que "um e um fazem dois"

Há dois aspectos na conexão entre a quantidade e a ordem:

1º) "mais" está ligado ao fato de que se avança na sequência e, "menos" está ligado ao fato de que se recua;

2º) quando se passa de uma coleção à outra, a quantidade aumenta tantas unidades quantos passos se avança na ~~consequência~~ sequência.

