

Dienes, Z.P.; Golding, E.W.

"Les premiers pas en mathématique"

ENSEMBLES, NOMBRES ET PUISSANCES

Segunda Parte

Lições e jogos que conduzem à compreensão  
dos conjuntos e dos números

1.13. Símbolos e simbolização (pag. 96) Trad. A.B.Krebs

A primeira experiência da criança é seu eu, é ela mesma. Depois vem a experiência das "coisas que ela encontra ao seu redor" e, entre estas coisas, bem entendido, sua mãe, seu pai, seus amigos. Os objetos e as pessoas são as primeiras experiências da criança.

Durante o segundo ano de vida ela começa a adquirir as associações de "palavras representativas desses objetos e dessas pessoas" e, durante o terceiro a no de vida, ela aprende a falar. Nesse momento de sua vida, a palavra se torna um poderoso conjunto de símbolos graças aos quais ela pode contar com suas experiências. (É necessário não esquecer, entretanto, que estas palavras lhe são verdadeiramente próprias, que elas estão muito solidamente fixadas (ancrés) à sua experiência pessoal, e que lhe é necessário muito tempo para se desenvolver corretamente. Mais de um professor, mais de uma mãe têm seguido por uma falsa pista por uma palavra - mal empregada - da criança).

A etapa que segue a da palavra é, talvez, a do desenho. A criança "faz imagens". Em lugar de dizer "uma casa" ela desenha uma. Quando nos ocupamos dos conjuntos, em classe, somos levados, muitas vezes, a representar os conjuntos por símbolos quaisquer (e como as crianças ainda não sabem ler, não podemos escrever as palavras). Podemos, então, fazer desenhos no quadro ou numa folha de papel e, por exemplo, representar o conjunto composto de uma mesa, de uma cadeira, e de um tamborete, por um esquema grosseiro desses três objetos. Será necessário que as crianças compreendam bem claramente que essas imagens representam os conjuntos de objetos mas não são idênticos aos objetos que representam. É necessário levá-las a ver que elas não podem entrar na casa, sentar na cadeira que estão representadas no quadro ou no papel, que a cadeira, a casa, são apenas imagens, que não podemos colher uma laranja da árvore desenhada no quadro. É capital que as crianças compreendam bem a diferença entre o objeto real e o símbolo que o representa. Experiências, como a seguinte, contribuirão para isso.

A professora mostra às crianças a imagem de um gato e pergunta: "O que é isto?" E as crianças respondem: "É um gato". A professora prossegue então: "Ven acariciá-lo" ou ainda "Porque ele não se vai?". As crianças se divertem muito. Ela pode, então, desenhar no quadro um pássaro bem simplificado e perguntar: "O que é isto?" Se elas respondem: "É um pássaro" ela pergunta: "Porque ele não voa?". Na sequência de experiências desse gênero as crianças virão a sentir e, sobre tudo, dizer que "esse desenho não é verdade" que é somente a imagem de um pássaro. Depois, pede-se às crianças para desenharem qualquer coisa que tenham visto recentemente, e a professora lhes proporá perguntas sobre seu desenho até que elas tenham aprendido a dizer; por exemplo: "É a imagem de uma árvore" em lugar de: "É uma árvore". Certas crianças mais lentas terão necessidade de muitas experiências antes de lá chegarem.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Fig. 14. Símbolos e simbolização

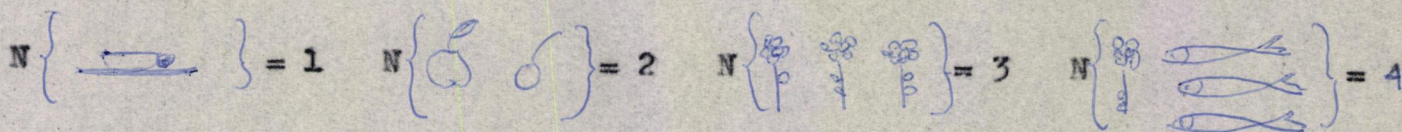
Isto não é bizantinismo. É muito importante para as crianças darem-se conta da diferença que há entre o símbolo e o que é simbolizado porque mais tarde, quando ela precisar simbolizar as abstrações como os números, ela necessitará fazer esta diferença e muito claramente. Quando as crianças se utilizam pela primeira vez dos conjuntos



elas já têm uma certa experiência das ~~presenças~~ próprias pessoas e coisas sem nenhuma espécie de simbolização mas elas descobrem cedo a necessidade de guardar um traço qualquer de sua nova atividade e, esta necessidade conduz à simbolização. Quando elas falam de suas experiências elas se servem, bem entendido, de símbolos verbais mas elas ainda não os sabem escrever. Primeiro introduzimos o emprego das chaves para designar a noção de conjunto e, no interior dessas chaves as crianças desenham as imagens dos elementos do conjunto em questão. Naturalmente, se há um grande número de elementos no conjunto isto se torna logo fastidioso. Se é necessário, por exemplo, desenha r vinte meninos, isto pode constituir para as crianças, e mesmo, talvez, para certos professores, uma dificuldade intransponível, e é aí que intervém a linguagem. E permite dizer: "O conjunto de todos os me ninos da classe" e ao fim de certo tempo, as crianças saberão escrever e ler. Pouco a pouco, por sua vez, a palavra escrita toma o lugar da imagem como símbolo do que se fala. Em lugar de colocar os desenhos entre as cha ves, aí fazemos figuras as palavras. Palvras e imagens são símbolos, tanto como a expressão verbal. Elas representam os objetos reais, as pes-soas, os ~~hãmentos~~ elementos do conjunto.

Ainda é importante chamar a atenção das crianças que a palavra "árvore" não é uma árvore. Ela nos lembra uma árvore, isto é tudo. A pala-vra "azul" não é o próprio azul, e não é indispensável tomar o giz azul para escrever no quadro. A palavra "azul" pode, então, muito bem ser bran-ca. É por convenção que ela nos lembra a côr azul.

Fig. 15. O NÚMERO DE ELEMENTOS DE UM CONJUNTO



A letra N colocada antes do conjunto designa "o atributo número" de con-junto. A "propriedade-número" é independente do gênero de objetos ou de pesseas que constituem o conjunto ou do gênero de símbolo que nós utili-zamos.

Defrontando o atributo numérico passamos pelas mesmas etapas: de princípio a utilização dos próprios objetos, depois, quando as crian-ças começaram a compreender o que é a propriedade de ser dois, recorre-mos à palavra "dois". A simbolização se faz, de início com a ajuda de du-dua s imagens dentro das chaves, depois com a ajuda de palitos ou de pon-tes não tendo mais nenhum caracter representativo dos objetos do conjunto. A partir daí, podemos escrever a palavra "dois", depois passar ao algaris-mo "2". Mas este algarismo "2" não é o próprio "dois" - êle nos lembra, simplesmente a propriedade comum de todos os conjuntos que têm por atribu-to "dois". Êle nos lembra uma certa categoria de conjuntos que têm a pro-priedade de "dualidade" (qualquer que possa ser a natureza dos elementos - pessoas ou coisas - que os compõem), do mesmo modo que a palavra "ver-melho" nos lembra uma certa classe de objetos que têm a propriedade da "vermelhidão". (rougeur)

1.14. Aspectos cardinal e ordinal do número

Antes de trabalhar com os jogos relativos à ordem, é necessá-rio que a noção de ordem esteja bem assâciada à da quantidade; ou dito de outro modo, nós necessitamos, então, associar o aspecto cardinal e o as-pecto ordinal do núme ro. É necessário encorajar as crianças a exercita-rem os jogos que as levará a compreender a ligação que existe entre "um a mais" e "o seguinte" ou entre "um a menos" e "o precedente". Uma vez que elas tenham compreendido elas saberão que todo número tem um precedente e um seguinte ( um precedente e um sucessivo). Isto os prepara para a idé-ia de "primeiro", "segundo", "terceiro", "quarto", etc., e os habitua a pen-sar em termos de ordem de sucessão.

Fig. 16. APRENDER A CONGAR

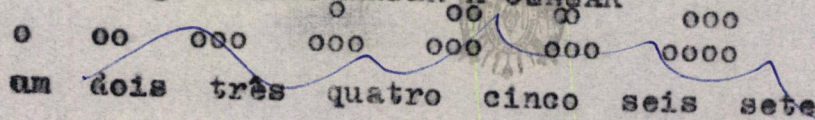




Fig. 16. APRENDER A CONTAR

					o	
			o	oo	oo	ooo
o	oo	ooo	ooo	ooo	ooo	oooo
um	dois	três	quatro	cinco	seis	sete

Quando elas chegam a este estado, podemos dar-lhes as "palavras números", por exemplo, escritas sobre pedaços de cartão. Essas "palavras" não devem ser representadas por seus símbolos numéricos "1", "2", "3", etc., mas por sua expressão verbal escrita "um", "dois", "três", etc. Se a notação de ordem está bem fixada (installée) podemos convidar as crianças a alinhar os cartões em ordem. Elas deverão colocar primeiro a palavra "um", depois a palavra "dois" e assim por diante. Saber fazer isto é saber "contar". É vendo até onde a criança pode ir, que vemos até onde ela sabe contar. Quando uma criança diz que sabe contar até cem, o que isto deve significar é que se lhe damos os cem primeiros cartões ela é capaz de os dispor em ordem. Eis um jogo que é preciso ter sempre à mão e que é necessário jogar seguidamente.

Podemos nos servir destes cartões-números para jogar os jogos de correspondência termo a termo com outros conjuntos. Por exemplo, se temos um conjunto composto de uma laranja, uma maçã, e uma banana, podemos jogar tomando primeiro as três primeiras palavras na ordem correta, e as colocar, uma por uma, em correspondência com os elementos do conjunto de frutas. Podemos atribuir o "um" à maçã, o "dois" à laranja e o "três" à banana, mas, bem entendido, não é ~~necessária~~ indispensável nos prendermos a esta ordem. Nós vimos, com efeito, que a ordem dos elementos de um conjunto, não o importa. Ao contrário, a ordem dos elementos do conjunto das palavras-números é essencial. O que importa é começar pelo "um" mas tanto podemos atribuí-lo à banana como a outra fruta.

Se sabemos bem as palavras-números na ordem correta, a última palavra-número determina o "número cardinal" do conjunto de objetos. É isto que queremos dizer quando se fala em "contar os elementos de um conjunto". É necessário multiplicar as atividades desta espécie lembrando que o fato de limitar a fazer contar "um, dois, três, quatro, cinco,..." tem muito menos significação do que fazer escolher as palavras "um", "dois", "três", "quatro"... e de as fazer colocar em correspondência termo a termo, com os elementos de conjuntos materialmente realizados.

Naturalmente, é necessário mesmo, a seguir jogar os jogos análogos com os algarismos "1", "2", "3",... Podemos, por exemplo, para começar, fazer colocar em correspondência com os elementos do conjunto ao mesmo tempo, as cartões-palavras e os cartões-algarismos. Para começar, nos limitaremos aos números de um a nove.

1. 15. Conjunto de conjuntos, e conjunto de conjuntos de conjuntos.

Convém consagrar uma série de jogos às trocas de universos que podem se produzir ao longo de uma lição. Por exemplo, em um dado momento, pensamos no universo das crianças que estão na classe e, mais tarde, na mesma lição, pedimos que pensem no universo dos conjuntos de crianças, que é diferente. Como pode ser um pouco abstrato para as crianças pensar num universo de todos os possíveis conjuntos de crianças, podemos nos contentar em conduzi-los a pensar em universos de particulares conjuntos de crianças.

Para melhor nos fazermos compreender, exporemos em detalhe um jogo a partir do qual podem ser criados semelhantes. Fazemos as crianças sentarem nas mesas ou nas carteiras, em seus lugares habituais. Por exemplo, colocamos quatro crianças ao redor de cada mesa, ou duas crianças por banco e falamos em "mesas" (tablées) de crianças. Neste caso, além do universo das crianças da classe, haverá um outro conjunto de base no qual poderemos pensar durante a lição - o universo das mesas (ou das carteiras).

Podemos, então, começar a jogar estabelecendo correspondência termo a termo, entre os conjuntos pertencentes a êsses dois universos. Por exemplo, podemos jogar fazendo corresponder as mesas de crianças e as mesas, de maneira que um universo será de mesas de crianças (êsses conjuntos de quatro crianças é que são os elementos do universo) e no outro universo



so haverá mesas (as mesas serão os elementos d'este universo). Se ao redor de cada mesa há quatro crianças sentadas, se não há nenhuma mesa desocupada e se não há nenhuma criança de pé, há tantas mesas quantas "mesas" de crianças (tablée). Neste caso há correspondência termo a termo entre um conjunto de mesas e um conjunto de crianças sentadas à mesa. (Esta não é uma correspondência termo a termo entre o conjunto das mesas e o conjunto das crianças).

Consideremos o caso seguinte. Imaginamos (ou dispomos) cinco mesas e ao redor de cada mesa imaginamos quatro crianças. Nós podemos, neste caso, por correspondência termo a termo o conjunto dos "quartetos" ( permitam-nos chamar assim, por necessidade do caso, os grupos de quatro crianças) sentadas ao redor de cada mesa com o conjunto das mesas. Há tantos quartetos quantas mesas. Se, ao contrário, tentarmos por correspondência, um a um, o conjunto de crianças com o conjunto de mesas, fracassaremos lamentavelmente, porque há muito mais de cinco crianças e só há cinco mesas; quando chegarmos à sexta criança não haverá mais mesa para ela. Há evidentemente, mais crianças do que mesas, mas há tantos "quartetos" quantas mesas.

Podemos levar o jogo mais longe e imaginar que cada criança tenha três livros. Neste caso nós pensamos em "conjuntos de livros", mas não importa quais conjuntos: em conjuntos de três livros em "trios" de livros. Nós dispomos, então, de um maior número de universos. Nós temos o universo das crianças, o universo dos "quartetos" de crianças, o universo dos "trios" de livros e o universo dos livros. Podemos jogar e, por exemplo, perguntar: "O que podemos por correspondência (fazer ir) um a um?" Assim, o conjunto dos trios de livros pode ser posto em correspondência com o conjunto das crianças. Há tantos trios de livros quantas crianças sentadas ao redor das mesas. E há igualmente tantos "quartetos de trios" de livros quantos "quartetos" de crianças e, assim por diante.

Mas há, naturalmente, muito mais livros do que crianças. Se ensaiarmos estabelecer uma correspondência termo a termo entre o número de livros e o número de crianças, faltarão crianças bem antes de faltar livros, do mesmo modo uma mesa para a totalidade da classe.

Estamos em presença do universo dos conteúdos numéricos crescentes. O universo numericamente mais fraco é o das mesas, que tem a mesma propriedade numérica do universo dos "quartetos" de crianças. O universo das crianças já é mais importante em número, e tem a mesma propriedade numérica que o universo dos "trios" de livros. Quanto ao universo dos livros, é o que tem maior conteúdo numérico. Assim, a ordem ascendente é: - mesas; crianças, livros. Se queremos calcular o número de livros que há sobre todas as mesas é necessário, primeiro, procurar o número de livros de cada "trio", isto é, três, depois o número de trios por mesa, que é quatro, depois o número de mesas que é cinco. Como calcular o número total de livros, não é nosso propósito aqui: isto é do nível da escola primária, não da maternal.

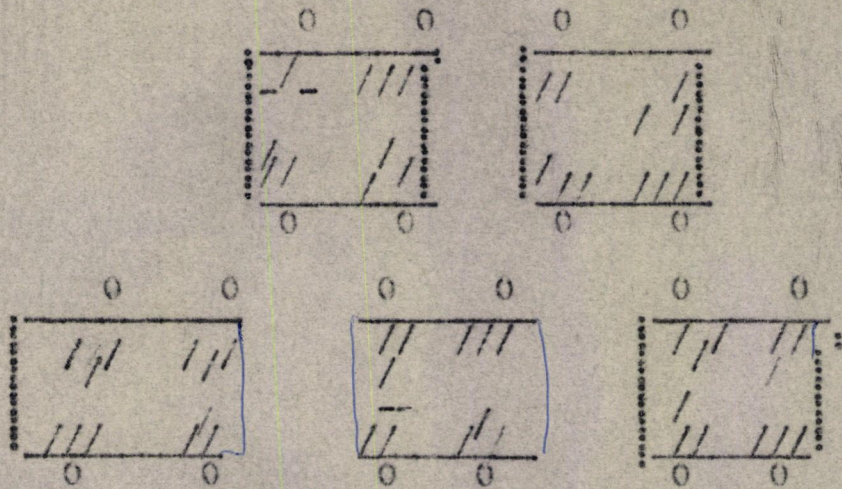
Nota 1. Nas escolas inglesas onde o caminho abstrativo da aprendizagem da matemática tem sido posto em relêvo, o Curso preparatório, a classe de 11<sup>o</sup> faz parte da escola maternal. As crianças só entram na escola primária após terem aprendido a ler. Segue-se que os exercícios descritos como pertencentes à escola maternal serão feitos no Curso preparatório.

É necessário fazer jogos d'este tipo com as crianças mais adiantadas da escola maternal, para as familiarizar, primeiro com os conjuntos de conjuntos, depois com os conjuntos de conjuntos de conjuntos. Existem numerosos exemplos na vida de todo dia onde vemos recipientes maiores em recipientes maiores, por sua vez, contidos em recipientes ainda maiores. É necessário, em toda ocasião examinar a possibilidade de os colocar em correspondência biunívoca e fazer descobrir as relações entre as propriedades numéricas de cada conjunto e conjunto de conjuntos.





Fig. 17 CONJUNTO DE CONJUNTOS DE CONJUNTOS



Nós temos 5 "mesas de crianças" (ou conjuntos) de cada vez 4 crianças e cada criança tem um conjunto de três 3 livros. Podemos estabelecer uma correspondência termo a termo entre as mesas, as "mesas de crianças" (conjuntos de crianças) e entre as crianças e os conjuntos de livros, mas não entre as mesas e as crianças individualmente ou entre as mesas e os livros ou entre as crianças e os livros tomados individualmente. Em uma etapa posterior estas experiências conduzirão a multiplicação dos números.

Fig. 14 SÍMBOLOS E SIMBOLIZAÇÃO

Objetos ou pessoas Ex: "uma caixa"	A palavra pronunciada 	A imagem 	A palavra escrita caixa etc.
O número Objetos	O número pronunciado	A imagem representação	O núm. O alga- escrito rismo
		..	dois 2
		...	três 3
		....	quatro 4
		.....	cinco 5

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

VALENLICO





ças por se u turno, vão tirar uma peça não-azul e constata, não sem surpresa, que todas essas peças são retângulos.

Colecam-se de nove todas as peças na caixa e a professora pede para uma criança procurar uma peça que não seja um retângulo: é sempre uma peça azul.

Quando as crianças praticaram suficientemente a simbolização verbal, elas devem ser capazes, de regra geral, de dizer que se uma peça não é retângulo, ela é azul e se ela não é azul ela é retângulo; em consequência dessas duas conclusões, elas fizeram deduções a partir de enunciado "eu...eu" (Ver na primeira parte, 9.2. e que foi dito de implicação).

Olhemos agora as peças que estão de lado de fora. Se colocamos dentro todas as peças azuis, as que ficaram fora são as não-azuis e de mesmo modo elas são não-retângulos. Temos então no exterior do balde as peças que são "não-azuis e não-retângulos". Essas peças tem o atributo "não eu azuis ou retângulos", e que é a mesma coisa que "nem azuis nem retângulos" ou ainda "ao mesmo tempo não-azuis e não-retângulos".

Estes dois tipos de jogos devem se jogar de numerosas vezes variando os atributos exigidos das peças contidas no caixa e em todos os casos é preciso fazer a mesma espécie de perguntas, conduzir as crianças a fazerem e mesmo gênero de descobertas, e examinar do mesmo modo os blocos de lado de fora. A professora anotará sob forma de quadro, as descobertas feitas, isto facilitará a aprendizagem, porque ela saberá com precisão quais exercícios foram feitos.

1.41. Disjunções combinadas com negações

Jogo de "eu...eu" combinado com negações

Esses jogos são jogados da mesma maneira que os precedentes, mas quando se colocam os blocos no balde, formula-se um dos atributos sob forma negativa. Por exemplo, colocam-se no balde todas as peças que são "ou amarelas ou não-círculo". Toda que é amarela, toda que não tem a forma de círculos, vai para o balde.

Quando se retiram as peças do balde, percebe-se que se se retira um círculo, ele é amarelo, enquanto que se pede nos uma peça amarela esta pode ser ou não um círculo.

Há quatro maneiras de fazer retirar uma peça enunciando os atributos convenientes, e duas dessas maneiras implicam alguns atributos, enquanto que as outras duas não. Nós já vimos que se dizemos: "Tire um círculo", implica que a peça deve ser amarela, enquanto que se dizemos: "Tire um amarelo" não estamos seguros da peça que aparecerá. Mas podemos dizer também: "Tire um bloco, mas não um círculo" ou "Tire um bloco mas não um amarelo". Se pedimos um não-círculo, não estamos seguros da cor que ele terá, porque todos os não-círculos, de todas as cores, estão no balde. Enquanto que se pedimos uma peça que não seja amarela, estamos seguros de que esta não será um círculo.

É preciso preparar os quatro tipos de perguntas até que as crianças se deem conta de que há duas perguntas para as quais se pode prever o resultado, enquanto que para as outras duas não se pode.

Disjunção e com negação Ou não-vermelho ou não-círculo

<p>Colecam-se no balde todas as peças que são ou não-vermelhas ou não-círculos: 4 vermelhas, 4 amarelas e 4 azuis quadrados</p> <p>4 vermelhas, 4 azuis e 4 amarelas triângulos</p> <p>4 vermelhas, 4 azuis e 4 amarelas retângulos</p> <p>4 círculos azuis, porque não são vermelhos</p> <p>4 círculos amarelos, porque não são vermelhos</p>	<p>Lugar reservado a todos os blocos que são não-vermelhos e não-círculos.</p> <p>Estas são as vermelhas e os círculos.</p> <p>Toda peça retirada deve ser:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ou não-vermelha ou não-círculo,</li> <li>2. se ela é vermelha, não é um círculo</li> <li>3. Se ela é um círculo, não é vermelha,</li> <li>4. Algumas peças são ao mesmo tempo não-vermelhas e não-círculos.</li> </ol>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



1.42. Descoberta das regras de De Morgan

Chegando a esse ponto as crianças terão adquirido uma experiência considerável das pilhas com "E" (por ex., pilhas de blocos que são "a zuis e triângulo" ou "não-amarelo e retângulo" e assim por diante) e das pilhas com "ou...ou" (por ex., "ou vermelho ou círculo", "ou triângulo ou não-espesso", etc.). No jogo onde tomamos como exemplo a disjunção "ou amarelo ou não-círculo" quando fomos procurar o complemento, constituído pelos blocos que não estavam no balde, encontramos que era uma pilha com "E" - a pilha dos "não-amarelos E círculos". No exemplo acima misturamos os blocos que eram "ou azuis ou retângulos" e descobrimos que o conjunto complementar dos blocos que não estavam no balde era constituído pelos blocos "ao mesmo tempo não-azuis E não-retângulos". Assim, numa se como no outro tínhamos, no balde, um conjunto "ou...ou" e de lado de fora como complemento, um conjunto com "E".

Conhecemos agora por colocar no balde uma pilha com "E". Coloque-mos, por exemplo, os blocos que são "azuis e círculos". Se agora, examinamos a pilha das peças que estão no interior e pedimos a uma criança para procurar uma peça azul: esta será um não-círculo. Se lhe pedimos para procurar uma peça que não seja um círculo, ela será não-azul, de modo que nesse conjunto complementar será ou "não-azul ou não-círculo".

Percebe-se assim que cada vez que se faz uma pilha recorrente a "ou...ou", obtém-se um conjunto complementar definível por "E" e inversamente. Todo conjunto definido por "E" tem por conjunto complementar um conjunto definido por "OU...OU", enquanto que todo conjunto definido por "OU...OU" tem por complemento um conjunto definido por "E". Tais são as regras de De Morgan. É preciso em toda ocasião que as crianças examinem de que se compõe o conjunto complementar, e que elas notem, se for preciso, o que há nas duas pilhas. Ao fim de algum tempo, elas serão capazes de fazer esta descoberta.

1.43. Jogos disjuntivos com três atributos

Naturalmente, não há nenhuma razão para se examinar só duas possibilidades de escolha para constituir um conjunto "OU...OU". Pode-se, por exemplo, muito bem jogar "com três entradas". Decidimos, querendo, colocar em nesse balde todas as peças que são "ou vermelhas, ou espessas ou retângulos". É fácil constatar que o conjunto complementar compreende todas as peças "não-vermelhas E não-espessas E não-retângulos", isto é, os círculos, os quadrados e os triângulos azuis e delgados assim como os círculos, os quadrados e os triângulos amarelos e delgados.

Que se pode descobrir das peças contidas no balde fazendo a perguntas habituais? Se perguntarmos às crianças para tirar uma peça vermelha, que sabemos na is? Ela é forçosamente espessa? Ela é forçosamente retangular? A resposta a essas duas perguntas é, naturalmente, "Não". Mas se pedimos para tirar uma peça que não seja "não vermelha" que podem elas adivinhar daí? Esta vez a resposta é que ela será ou espessa ou retângulo. O mesmo resultado para toda pergunta sobre uma peça que é "espessa" ou "não-espessa", "retângulo" ou "não-retângulo". Experimente você mesmo e veja o que pode descobrir.

Veja se as regras de De Morgan se aplicam ainda e depois sirva-se da palavra "não" para descrever alguns dos ~~atributos~~ vossos atributos "ou...ou".

1.44. Notação simbólica

DIAGRAMAS DE EXERCÍCIOS

No decorrer dos últimos jogos encorajamos as crianças a continuarem sua "simbelização verbal": agora elas são capazes de descrever um bloco ou uma pilha de blocos por palavras; talvez elas sejam mesmo capazes de uma notação escrita, ou pelo menos da utilização de um jogo de cartas e de plaquetas com palavras para designar os atributos de um bloco ou de um conjunto. Descrever tudo isto (em português) tomaria muito tempo e espaço e, em matemática, tenta-se sempre ser tão conciso quanto possível; eis porque tem lugar introduzir uma notação "abreviada" de nossas descobertas. Se bem que haja muitas várias possibilidades, recorremos a essa que chamamos "notação polonesa".

Até e presente, nos jogos, temos nos ocupado de três relações



lógicas: a cada um corresponde um símbolo.

N é empregado para a negação, para "não" aplicado a um atributo. Se, por exemplo, emprega-se tr para triângulo, Ntr quer dizer não-triângulo. N se coloca antes do atributo ao qual é aplicada: NtrNv = não-triângulo não-vermelho, mas Ntrv=Não-triângulo vermelho.

K é empregado para reunir dois atributos por meio da palavra E, mas é preciso colocá-lo antes dos símbolos dos dois atributos e não entre eles. Para lembrá-lo basta pensar em "Ao mesmo tempo...e...". Assim, um bloco "ao mesmo tempo azul e quadrado" pode ser qualificado de "K a q". Se esse bloco é "ao mesmo tempo Não-vermelho e não-quadrado", escreve-se "KNvNq". Mas se escrevemos "NK v q" isto significa "Não, ao mesmo tempo, vermelho e quadrado" e que é diferente.

A (para Alternativa) designa a disjunção "ou...ou". Coloque-se, igualmente, ANTES do símbolo dos atributos. Assim, "OU azul ou triângulo" se escreve "A a tr". Se a disjunção comporta o emprego de "não" (e balde cheio de blocos "ou amarelos ou não-retângulos"), escreve-se, com este exemplo, "A ann.N re".

Escolha das peças - Notação

Kv	significa "vermelho e quadrado"
KNaN	significa "não-azul e não-quadrado"
Nkann	significa "não-amarelo e triângulo"
KNNvNN	significa "não-não-vermelho e não-não-triângulo"
Aa	significa "azul ou quadrado"

Jogos com os Símbolos

1º jogo. Para jogá-los tomemos o diagrama de Venn de dois ou de três atributos. Em lugar de marcar o primeiro arco "Não-vermelho" marcaremos "Nv" e em lugar de marcar o segundo "retângulo", marcaremos "re" (Do mesmo modo "sp" para Espesso e "d" para delgado). Joga-se como de hábito, é preciso que as crianças encontrem um nome, depois um símbolo para a intersecção. Nesse caso, é "não-vermelho e retângulo" e que dá "KN v re".

Com três arcos etiqueta-se "a", "Ntr" e "N gr", o que significa "azul", "não-triângulo", "não-grande". Numa das intersecções encontram-se os blocos "azuis e não-triângulos e não-grandes", e que se marca "K K a N tr N gr". As outras intersecções são "azul e não-grande" (K a N gr), "azul e não-triângulo" (K a N tr), "não-triângulo e não-grande" (K Ntr Ngr), e assim por diante.

2º jogo. Para este jogo prepara-se um certo número de cartas ou de plaquetas em plástico (O Laboratório de matemática da C.C.L.L. tem placas de plástico) sobre as quais marcam-se os símbolos, de modo a designar um ou vários blocos de universo. Uma criança embaralha as cartas, tira uma de cada vez, e procura o bloco ou blocos correspondentes aos símbolos, e dispõe (coloca) tudo, carta e blocos. Mais tarde podemos pedir às crianças para anotarem cuidadosamente em seu caderno o que fizeram, mas por hora não é necessário.

Suponhamos que uma criança tire uma carta marcada "K Nv Nq". Ela não tem mais do que tirar todos os blocos que são ao mesmo tempo não-vermelhos e não-quadrados, mas se ela só tirar um, de começo aceita-se esta resposta.

3º jogo. Para jogar este jogo são precisos muitos pequenos pedaços de madeira ou de cartões portando cada um um símbolo. Colegam-se ao contrário, de maneira que o símbolo não seja visível. A criança tira, por exemplo, dois ao acaso e os utiliza na ordem em que foram tirados, para jogar o mesmo jogo de ainda há pouco. Pode acontecer entretanto que as duas marcas tiradas não tenham, juntas, nenhum sentido; neste caso, não se leva em conta, ou as deixamos de lado.

Depois, a criança tira três, depois quatro ao mesmo tempo, e tenta escolher o bloco certo. Progredindo mais, pode acontecer que a criança tenha, por exemplo, "K N N a N Nv" ("ao mesmo tempo não-não-quadrado e não-não-vermelho"): ela escolherá um quadrado vermelho.

Para variar este jogo, ou o precedente, uma vez tirados os símbolos e escolhidos o ou os blocos, mistura-se tudo novamente e recomeça-se



a tirar as placas: as crianças percebem então, que os blocos correspondentes são todos diferentes (E pode mesmo acontecer - se faire, tornar-se - que os símbolos não deem mais sentido utilizável). Assim, "K N am tr", que queria dizer "ao mesmo tempo não-amarelo e triângulo" pode tornar-se, uma vez misturada e tirada de novo, "Kam Ntr" e que significa "ao mesmo tempo amarelo e não-triângulo" e que é muito diferente. Mas se é "K tr am N" e que saiu, isto não quer dizer nada de todo porque "N" colocado no fim não se refere a nada. Em geral não se coloca o K nas cartas neste nível, mas se o colocamos, é preciso ter ao menos cinco símbolos.

4º jogo que as crianças acham muito difícil. Disponemos três arcos em diagrama de Venn, atribuem-se as etiquetas-símbolos, mas joga-se com blocos. Por exemplo, marcamos o primeiro arco "N q", o segundo "v" e o terceiro "N gr". Pode-se às crianças para marcarem todas as intersecções

5º jogo. Joga-se ainda, com um diagrama de Venn, mas esta vez nos contentamos em colocar numa das intersecções, os símbolos dos blocos que deveriam ali se encontrar. As crianças devem encontrar os símbolos que é preciso colocar em todos os outros setores. Bem entendido, há mais de uma maneira de etiquetar os arcos, mas se a solução proposta satisfaz os símbolos colocados, toma-se como certo.

Recomendamos às professoras para lerem atentamente a parte do texto consagrada aos símbolos lógicos. Quando as crianças praticaram algum tempo a notação simbólica, elas se sentem perfeitamente a vontade e não experimentam mais nenhuma dificuldade em simbolizar.

Notação simbólica para os blocos:

- a = azul
- Ntr = não-triângulo
- Ngr = não-grande
- assim :
- KaNtr = ao mesmo tempo azul e não-triângulo
- KKaNgrNtr = Ao mesmo tempo azul, não grande e não-triângulo

a

KaNtr

KKaNgr Ntr

KaNgr

KNgrNtr

Ngr

Fig. 28

## 2. JOGOS DE TRANSFORMAÇÕES

### 2.1. O jogo de reprodução ou de cópia

Para jogar este jogo, são precisas duas equipes adversárias dispostas de um jogo completo de blocos. Numa primeira fase, cada equipe pega seis ou oito blocos, os mesmos de cada lado. Assim, por exemplo, cada equipe terá todos os quadros das vermelhas espessas, ou todos os grandes delgados e todos os blocos colocados diante de uma das duas equipes tem seu correspondente exato diante da outra equipe.

A primeira equipe faz uma construção ou um conjunto qualquer e a outra deve fazer exatamente a mesma. Depois, invertem-se os papéis, e é a segunda equipe que cria o modelo. Aumenta-se para doze o número de blocos e se recomeça. Aumenta-se ainda o número de blocos, progressivamente.

### 2.2. O jogo de cópia com troca de cores

Para este jogo, cada equipe dispõe igualmente dos mesmos blocos, mas em duas cores somente, por exemplo, os vermelhos e os azuis. A primeira constrói, a segunda copia mas, está entendido que se a primeira pega um bloco azul, a segunda pegará o bloco de mesma forma, mas vermelho e inversamente. Começa-se com oito blocos por equipe, depois aumenta-se este número progressivamente com cada novo jogo.

Recomeçaremos o jogo com três cores, por exemplo, com os amarelos a mais, e está entendido que segundo a regra segunda a qual para o primeiro bloco vermelho são colocados os blocos azuis na "cópia", mas quando a primeira equipe utiliza um bloco amarelo, a segunda faz o mesmo. Assim, a construção é copiada exatamente na forma mas com a inversão de cores entre os vermelhos e os azuis, e exatamente, sem transformação de cor, para os blocos amarelos.



2.7. Combinação de transformações cíclicas

Voltemos às nossas treças  $\delta$  cíclicas de côres. Tomemos com no regra de troca cíclica de côr que o vermelho troca em amarelo, e amarelo per azul e o azul per vermelho. Transformamos nessa primeira construção em uma segunda e aplicamos as mesmas regras à segunda construção para obter uma terceira. Que regras será preciso adotar para passar de um só lance, da primeira à terceira construção?

Juguemos agora com várias regras. Em certos casos, descobre-se que a plicando duas regras lance sôbre lance, volta-se à primeira construção em duas partidas. Experimente descobrir algumas dessas combinações de partida s. Chamam-se inversas.

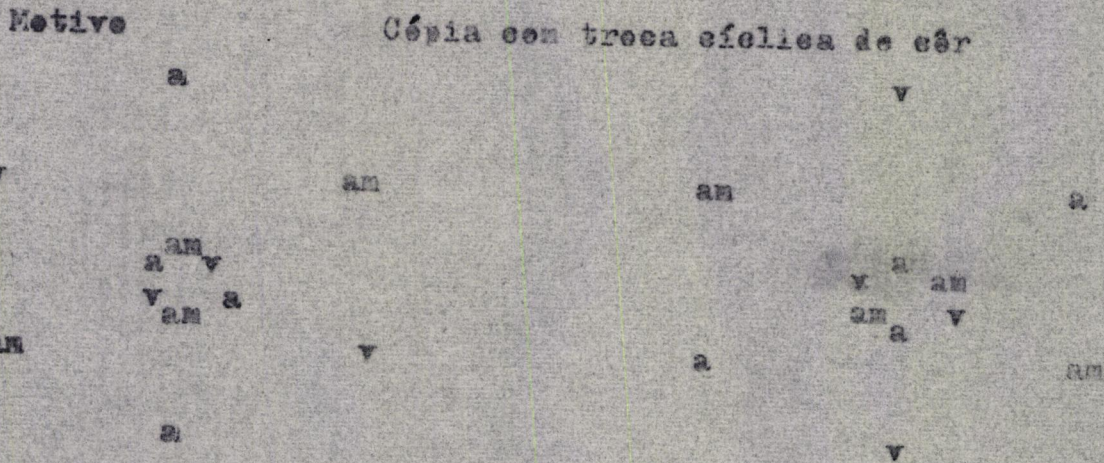
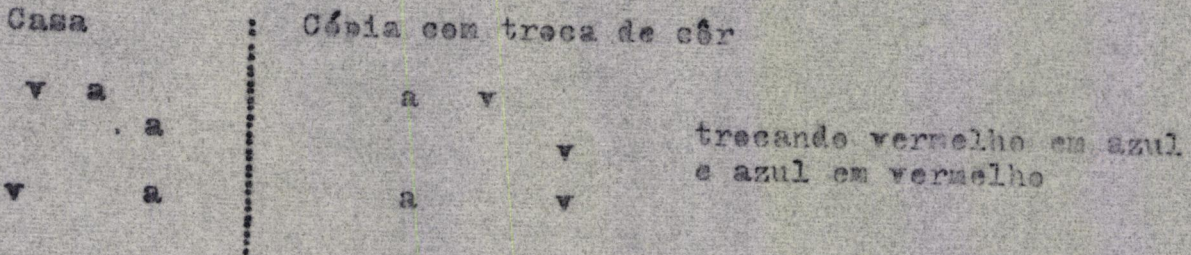


Fig. 29

Diretor de Exatidão

UNIVERSITARIO

