

E. P. Dienes / E. W. Golding

Exploration de L'Espace et Pratique de la Mesure

Trad. Profrª Anna Maria Garcia

Curso de Form. de Técnicos em Supervisão Escolar



Exploração do Espaço

1. Idéias Fundamentais

A geometria é a exploração do espaço. A criança, desde seu nascimento, explora o espaço. A princípio ela olha-o, (observa-o), depois ali estende seus membros, numa descoberta, depois se desloca, se movimenta no espaço. É necessário um tempo assaz longo para que desenvolva as idéias de perspectiva, de distância, de profundidade e noções como as de dentro e fora, adiante e atrás, antes e depois, e assim sucessivamente.

Quando a criança chega à escola alguns destes desenvolvimentos já estão em bom caminho: é preciso encorajá-los e ampliá-los multiplicando as experiências oferecidas às crianças. Antes, porém, a professora deverá procurar descobrir a que ponto cada criança, tomada individualmente, já atingiu, quais os conceitos que tem formados. Acontece, felizmente, que as lições destinadas a ajudar o ensino nesta descoberta são as mesmas que podem ser utilizadas para ajudar as crianças menos experientes em sua formação conceitual. Em todo caso, lembremo-nos sempre que os conceitos não se ensinam - tudo o que se pode fazer é criar, apresentar situações e experiências que facilitem à criança formá-los. Na escola maternal, é sobretudo a formação de conceitos que é preciso consagrar o ensino, bem mais que a aquisição dos fatos.

As primeiras noções de geometria nada têm a ver com as medidas. A criança pouco se interessa pela distância exata dos objetos, ou de seus deslocamentos, ou pelo ângulo sob o qual as coisas são vistas. Tudo isto ela nota, de qualquer modo, implicitamente. O que lhe interessa sobretudo, é procurar as coisas - se deslocar no espaço para fazer o que deseja. O que conta é que, se há algumas coisas, por exemplo bom-bons, em uma caixa, é preciso abrir esta caixa para poder apanhá-los. É pois uma descoberta importante para ela que existem caixas abertas e outras que tenham uma tampa. As portas estão, às vezes, abertas, outras vezes fechadas e ela percebe que não pode entrar, nem sair de uma peça, a não ser por uma porta - ou uma janela aberta. Assim a idéia de "buraco", de "passagem" está entre as que importam (são importantes).

Entre outras idéias da mesma ordem, há a do inverso das coisas. Mesmo as crianças bem pequenas (bebês) se interessam pelo que há do outro lado da porta aberta e, mais tarde, quando terminam de desenhar de um lado de uma folha, descobrem que se pode virá-la e desenhar do outro lado também.

Da mesma forma, se interessam pelo "dentro", pelo "fora", pelos "buracos", pelo "antes" e pelo "atrás", e assim sucessivamente. É por estas noções, que se qualifica em geometria de topológicas, que é preciso começar.



## 2. Topologia

A topologia é o estudo das propriedades do espaço que não são afetadas por uma deformação contínua. Por conseguinte, se se quer permanecer no quadro da topologia, tem-se o direito de encurvar ou distender limites, ou trocar-lhes a forma à vontade mas não se pode despedaçá-los, nem quebrá-los nem fazer-lhes um buraco em sua superfície.

Consideremos, por exemplo, um balão cheio de ar - pode-se apertá-lo o máximo ou deixar escapar o ar. Fazendo isto, se permanece nos limites da topologia. Enquanto o orifício permanece fechado, é ainda um balão com ar no interior e pode-se usá-lo, tal como está, para jogar. Mas a partir do momento em que se lhe faz um buraco, mesmo desatando o cordão e deixando o ar sair, este não é mais um balão - pelo menos não um desses que se pode lançar ao ar para jogar. Se soprarmos o balão, se atar o cordão, ele se propulsa sozinho, por reação. É um jogo muito divertido para as crianças e até mesmo para os adultos que acham que isto não é sério, porque ele mostra a diferença que há entre um objeto sem buraco e o mesmo objeto com um buraco. A diferença porém é importante: quando o balão tem um buraco é um avião a reação; quando não o tem, é um simples balão.

Uma outra idéia muito importante do ponto de vista topológico, é a do limite. Quando uma criança brinca em um jardim cercado por um muro, sabe que não pode sair dali sem passar por cima do muro. É uma experiência - bem diferente da que se adquire em uma peça munida de uma porta. Pode-se subir no muro, sem mesmo ter de abrir o portão, e encontrar-se no exterior; enquanto isto é possível num aposento, porque não se pode passar por cima das paredes nem por cima da porta.

A cerca do jardim é um limite enfechando um espaço em duas dimensões isto é, uma superfície, enquanto que as paredes, o soalho, o teto, a porta e a janela, são os limites de um espaço com três dimensões.

Os limites (as fronteiras) de um espaço com três dimensões são, elas próprias, de duas dimensões: as paredes, o soalho, são superfícies planas (duas dimensões), e para fechar um espaço com três dimensões (volume), é preciso espaços de duas dimensões (superfícies). Mas para fechar um espaço de duas dimensões, como o jardim, é suficiente um espaço com uma única dimensão, este pode ser, por exemplo, uma linha mais ou menos curva, traçada ao redor, para indicar onde este jardim termina e onde começam os jardins vizinhos. Mesmo se não houver um muro, há um limite, e a criança sabe bem se lhe dissermos que está proibido de transpô-lo para ir ao vizinho sem pedir permissão. No jardim, ela pode ir para a frente, para atrás, para o lado, etc, mas não pode flutuar no ar. Uma vez que estivesse no ar, não estaria mais no jardim.

No quarto, ao contrário, ela poderia trepar, flutuar no ar, estaria ainda no quarto. Para sair dele precisaria passar através da parede, ou do teto, ou pelo buraco constituído pela porta ou pela janela. Há uma grande diferença entre o espaço constituído por um quarto e aquele que forma um jardim e há uma diferença, que não é menor, entre os limites destes dois -



espaços.

Pode-se jogar alguns jogos interessantes com os limites. Suponhamos que se tenha um espaço de duas dimensões: um jardim, um pátio; façamos como se ele seja tão grande que não se possa ver-lhe os limites em nenhuma direção, e tracemos limites à nossa vontade. Por exemplo, disponhamos ao acaso, no chão, um certo número de arcos de diâmetros variados, cuidando para que eles não se toquem. Pode-se pôr alguns arcos pequenos dentro dos maiores. Depois, diz-se às crianças que se coloquem como queiram, algumas fora de qualquer arco, outras em um arco isolado, outras entre um arco pequeno e um grande. Pergunta-se então à classe se é possível, para Pedro, por exemplo, ir ver Francisco sem atravessar nenhum limite, fronteira. É preciso fazer o exercício várias vezes, com crianças diferentes: às vezes a questão proposta é possível outras vezes não o é.

A professora sugerirá, por exemplo, que se pode ir de uma parte da peça para outra, sem passar por cima de nenhuma fronteira, é porque as duas partes estão no mesmo domínio. Se isto, ao contrário, não fôr possível, é que as duas partes não são no mesmo domínio. Pode-se então perguntar-lhes quantos domínios há na peça. Alguns destes domínios (propriedades) estão no interior dos arcos, outros não. Alguns "domínios" serão de forma circular. É o que acontecerá com os domínios situados no exterior de um pequeno arco maior e do interior de um grande (quando eles se tocam).

As crianças não tardarão, em presença de um número qualquer de arcos colocados no chão, em verificar quantos "domínios" se acham determinados sobre o chão da classe. Para lhes facilitar a compreensão, sobretudo aos mais lentos, pode-se, em uma folha de papel, desenhar a classe com os arcos e pintar de cores diferentes os diversos domínios.

Desde que essa fase precedente esteja bem estabelecida e após ter, talvez, escrito no quadro o número de "domínios" pode-se jogar o jogo seguinte. Qualquer ponto da circunferência de um arco é um ponto de um limite (fronteira). Torna-se, então, um ponto de um limite e, a partir deste ponto, se começa a construir uma outra fronteira, seja com pedras, seja traçando uma linha com giz, até que se tenha encontrado um ponto qualquer da mesma fronteira ou de uma outra. Após o que, pergunta-se às crianças se podem fazer o mesmo passeio que antes sem transpor nenhuma fronteira. A resposta será talvez que não se pode mais fazê-lo porque é preciso agora atravessar a nova fronteira; pode ser também que se possa atingir o mesmo ponto de destino por um outro itinerário que evite atravessá-la. Se fôr assim em todos os casos, as crianças verificarão que não foi criado nenhum domínio suplementar, e que se pode muito bem reunir as fronteiras sem reunir os domínios. Isto feito, pode-se perguntar às crianças se há um meio de reunir as fronteiras, sempre sem aumentar o número de domínios. Se começarmos com um número expressivo de domínios, será preciso, talvez, algum tempo antes de se encontrar uma impossibilidade. Como as crianças tinham começado com a idéia de que se podia reuni-los sempre, é com certa surpresa que elas se defrontarão com um obstáculo.



Algumas crianças continuarão, ainda, a tentar e é preciso deixar - que o façam, que tracem linhas mais e mais complicadas, contornando em es-  
pirais as fronteiras já delimitadas, não se apercebendo que suas tentati-  
vas são vãs; chegará um momento, entretanto, em que, à força de tentar sem  
resultado, adquirirão a convicção de que isso é impossível.

Quanto aos professores, nós lhes deixamos descobrir, por si mesmos,  
as leis matemáticas que regem esta situação: número de domínios criados -  
por um número dado de arcos, número de fronteiras suplementares que podem,  
em cada caso, ser traçadas sem aumentar o número de domínios, etc; isto -  
não seria para as crianças, às quais não se pode fazer tais perguntas nes-  
ta idade. Para elas, trata-se apenas de um jogo com espaços (áreas), desti-  
nado a fazê-las refletir.

Podemos, também, propor uma espécie de "puzzle" (adivinhação, que -  
bra-cabeça). A maioria das crianças já viram jogos de paciência deste tipo  
em que se reúnem peças de formas e de cores diferentes. O resultado asseme-  
lha-se bastante ao mapa da França colorido por departamentos.

Inicialmente se pede às crianças para desenharem em "mapa" desta es-  
pécie - não importa a forma - com várias cores. Depois se propõe que reco-  
mecem mas, unicamente, com seis cores, recomendando-lhes para que arranquem  
de modo que não haja, lado a lado, dois países da mesma cor, "para que não  
possam se enganar". Enfim, último jogo, pede-se para começarem empregan-  
do, o menos possível, cores diferentes. Pouco importa as formas escolhidas,  
contanto que tenha, no mínimo, cinco divisões (com efeito, haverá muitas -  
mais!).

Sempre que se pode - no estado atual de nossos conhecimentos - atin-  
gir este resultado com quatro cores, mas não se conseguiu ainda demonstrá-  
lo. Ninguém ainda conseguiu realizar um conjunto (reunião) desta espécie -  
necessitando mais de quatro cores, não sendo, portanto, estabelecido que  
este número seja suficiente. É um problema matemático que permanece até a-  
gora sem solução.

Em seguida, se incentivará as crianças a fazerem outros desenhos ne-  
cessitando ainda menos cores - duas, depois três, depois quatro, complican-  
do os traçados. Se as crianças acham que têm necessidade de cinco ou seis  
cores, levá-las-emos a reconsiderar sua escolha, e a ordem pela qual foram  
colocadas, até que se recuzam a quatro cores.

Assim, nossas crianças estarão interessadas no que denominamos pro-  
priedades "topológicas" do espaço, nas fronteiras (limites), nas "portas",  
nos "espaços" e nos "domínios", sem atenção especial à medida. Encontrare-  
mos ainda outros jogos destinados a favorecer o desenvolvimento destes con-  
ceitos. É de notar que elas chegam, progressivamente, à medida, mas não i-  
mediatamente.

Observamos, também, que se faz às crianças traçarem linhas, formas,  
fronteiras e outros objetos interessantes, mas que, neste estágio, é muito  
aconselhado executar todas estas operações sobre o solo, afim de que as -  
crianças possam contorná-las, percorrê-las ou transportá-las caminhando. Elas



não estão ainda mentalmente preparadas para os desenhos geométricos de pequeno formato, realizados numa folha de papel e não é necessário pedir-lhes isto demasiado cedo.

### 3. Emprego das transformações em geometria.

Esta etapa do desenvolvimento comporta a introdução das transformações geométricas organizadas em torno das noções de simetria e de rotação. Sublinhamos que é preciso, aqui, ação e atenção, mas sublinhamos também, e sobretudo, que não é nosso propósito fazer delas o veículo de uma teoria - qualquer, que não esteja ao nível (do desenvolvimento) das crianças. A primeira série de jogos será composta de jogos de "giro" e interessa à simetria.

#### 3. 1. Jogos de "giro" Transformações simétricas

Se tomarmos entre os dedos uma forma simétrica simples e a fizermos "gírar", isto é, rodar em torno de seu eixo de simetria, veremos que esta transformação "transporta" cada um dos pontos da figura a uma nova posição enquanto a forma, em si, ocupa o mesmo lugar no espaço. Isto é verdadeiro - para todos os pontos que não estão situados sobre o eixo de simetria, ês - resultimos não trocam de lugar.

Não é questão para as crianças, nesta idade, aprender o que são eixos de simetria de qualquer figura; os professores, êles sabem bem que todo retângulo tem dois eixos desta espécie, todo triângulo equilátero três, todo quadrado quatro e todo círculo uma infinidade de eixos de simetria. - Para dar variedade ao jogo, podemos recorrer a outras que não ês figuras geométricas simples, um trevo, por exemplo, em lugar de um triângulo, e assim por diante.

A partir destes elementos, podemos organizar alguns jogos muito interessantes para as crianças. Podemos começar, por exemplo, com um 8, forma que, como o retângulo, comporta 2 eixos de simetria. Traça-se com o giz, - no chão, uma espécie de jogo de palheta em forma de 8 e aí se representam os dois eixos, o eixo vertical com uma linha verde e o eixo horizontal com uma linha vermelha. Por outro lado, toma-se uma placa de madeira de forma semelhante e nela marcamos também os eixos de simetria, mas sem colorí-las. Cinco crianças participam deste jogo. O primeiro, que chamaremos o chefe - do jogo, permanece no centro do oito, com a placa na mão. Cada um dos outros quatro, como nos "quatro cantos", ocupará um dos setores do jogo da palheta em oito, que considerarão como seu campo, sua base. Suas iniciais - estarão indicadas, no chão, com giz. Fazem-se as mesmas marcas na placa, - no verso e reverso. O jogo pode começar.

A primeira parte tem por fim mostrar às crianças que, se elas estão efetivamente "em seu campo" sobre a placa de madeira, serão levadas a uma nova posição quando se faz a placa girar. Nem sempre é fácil ver no espaço, principalmente para as crianças um pouco lentas, podemos ajudá-las fazendo, na placa um pequeno orifício para base ou campo, no qual se possa usar uma haste. Quando se gira a placa, cada criança pode ver como se comporta a sua



ficuldade - seu barbante e encontra seu novo lugar. Em todo caso, as crianças admitem muito facilmente que um giro as faz trocar de lugar.

O segundo jogo consiste em fazê-las adivinhar seu ponto de chegada, conforme o que o chefe do jogo anuncia. Ele diz, por exemplo, "Eu rodo o verde" - o que significa que faz girar a placa em torno do eixo verde -, e executa rapidamente o movimento de giro, mas retorna imediatamente a posição de origem. Os companheiros deixam então seu campo em busca do canto que acreditam ser o seu. O chefe do jogo executa de novo o giro e coloca a placa no chão. Pode-se, então, ler (nela) os nomes - ou as iniciais - e cada um poderá ver se acertou. Recomeça-se girando em torno do eixo vermelho, ou, ainda, com outras formas e outros "giros".

Como variante, pode-se perguntar: "Como chegar lá?" O chefe do jogo diz a cada um onde deve ir e os outros devem adivinhar qual o giro necessário. Mais tarde pode-se recorrer a figuras mais complexas, mas é preferível assegurar-se primeiro que as crianças tenham compreendido bem as figuras simples.

Um quarto jogo consiste em se perguntar como se retornará ao campo em um único giro somente, a partir de qualquer posição que não seja a de origem. Ao fim de certo tempo pode-se juntar este jogo a um ou outro dos precedentes, e jogá-lo todo em partida dupla. Assim, o chefe do jogo começa dizendo: "vou girar o vermelho", os outros adivinham onde irão se encontrar então. Depois o chefe pergunta: "Como é preciso girar para levá-los à casa?" e a resposta é, evidentemente: "vermelho". Ou, ainda, o chefe diz: "Tu vais estar ali, tu aqui, tu ali, tu ali, quando eu tiver girado. Como devo girar?" e os companheiros adivinham. Em seguida executam realmente o movimento e, se este estiver errado, retornam a seu lugar e recomeçam. Quando acertam e chegam à nova posição, o chefe do jogo pergunta: "como devo girar para levá-los ao campo?" a resposta será, certamente, que é o mesmo giro ainda uma vez.

Pode-se, também, jogar associando dois giros, por exemplo, um verde e um vermelho. Onde estarão, então, os jogadores? Este é muito mais difícil e, para começar, é preciso fazer os dois giros separadamente e levar as crianças a ver bem sua nova posição. Não será necessário muito tempo, porém, para que descubram que isto acontecerá ao fim de dois giros sucessivos. Depois inverte-se a ordem destes: o verde primeiro, o vermelho em seguida. Ainda as crianças devem adivinhar sua nova posição.

*Arquivado em  
16/09/80  
Mestral*



1.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

DIENES, E.F./GOLDING, E.W.

Trad. A.B.Krebs



EXPLORATION DE L'ESPACE ET PRATIQUE DE LA MESURE

Primeira Parte

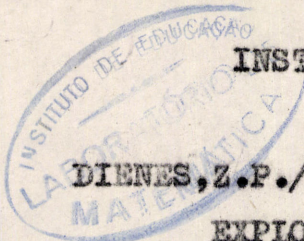
A EXPLORAÇÃO DO ESPAÇO

### 1. Idéias Fundamentais

A geometria é a exploração do espaço. Uma criança, desde seu nascimento, explora o espaço. Primeiro, ela o olha, depois ela estende, nele seus membros, para a descoberta, depois nele se desloca. É preciso um tempo bastante longo para desenvolver as idéias de perspectiva, de distância, de profundidade, de noções de dentro e fora, na frente e atrás, antes e depois, e assim por diante. Quando a criança chega à escola, alguns desses desenvolvimentos já estão bem encaminhados: é preciso encorajá-los (estimulá-los) e ampliá-los multiplicando as experiências oferecidas às crianças. Mas, primeiro a professora deverá se esforçar em descobrir o ponto ao qual cada criança, tomada individualmente, chegou, os conceitos que já formou. Acontece, felizmente, que estas mesmas lições destinadas a ajudar o docente nesta descoberta são as mesmas que podem ser utilizadas para ajudar as crianças

*Argemiro  
22/09/84  
Wants*





INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"  
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

DIENES, Z.P./GOLDING, E.W.

Trad. A.B.Krebs

EXPLORATION DE L'ESPACE ET PRATIQUE DE LA MESURE

Primeira Parte

A EXPLORAÇÃO DO ESPAÇO

1. Idéias Fundamentais

A geometria é a exploração do espaço. Uma criança, desde seu nascimento, explora o espaço. Primeiro, ela o olha, depois ela estende, nele seus membros, para a descoberta, depois nele se desloca. É preciso um tempo bastante longo para desenvolver as idéias de perspectiva, de distância, de profundidade, de noções de dentro e fora, na frente e atrás, antes e depois, e assim por diante. Quando a criança chega à escola, alguns desses desenvolvimentos já estão bem encaminhados: é preciso encorajá-los (estimulá-los) e ampliá-los multiplicando as experiências oferecidas às crianças. Mas, primeiro a professora deverá se esforçar em descobrir o ponto ao qual cada criança, tomada individualmente, chegou, os conceitos que já formou. Acontece, felizmente, que estas mesmas lições destinadas a ajudar o docente nesta descoberta são as mesmas que podem ser utilizadas para ajudar as crianças

*Arquivado em 22/09/1961  
Mestrado*