

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLORES DA CUNHA"

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

KÉFER, Jules

Trad. A.B. Krebs

INITIATION AU CALCUL

(Pag. XI - XV)

A Psicologia da criança e a iniciação ao cálculo

É útil repetir que entre a criança e o adulto não há uma simples diferença de proporções e de tamanho. A criança tende para o estado adulto, para um equilíbrio. Ao longo de sua transformação, profundas modificações se operam na psicologia do ser humano. A infância não é um mal necessário, e, ao contrário, uma etapa biologicamente útil.

Qual é a significação desta etapa?

Ela consiste em uma adaptação progressiva ao meio físico e social.

Há, de um lado, a criança e, de outra parte o meio. De um lado o sujeito e de outro, o objeto. Entre o sujeito e o objeto há a interação. A vida depende, então, de dois fatores: um determinado meio onde a vida transcorre; 2º uma individualidade organizada que se desenvolve. Estes são os dois termos de um todo. Entre os dois há uma indiferenciação, a princípio, caótica. Solicitada pela realidade exterior e pelas particularidades das coisas, a criança é, sem cessar obrigada a acomodar seus órgãos sensoriais e intelectuais pois ela tem de aprender tudo do que a cerca. Estudando nas crianças as grandes categorias do conhecimento como o número, o espaço e o tempo, o que nos mostrou Piaget? Ele estabeleceu que o que se vê nascer na criança são estruturas de conjunto imperfeitas ao princípio mas, que tendem para um equilíbrio, graças aos dois mecanismos: a assimilação, de um lado e, a acomodação, de outro lado. Retenhamos bem estes dois termos e procuremos fixar bem o significado.

A criança, então, vai através do conhecimento do mundo que a envolve, por uma série contínua de operações em dois tempos: assimilação do meio, depois acomodação ao meio.

A assimilação é a função do eu que se apropria das coisas, as reconstrói e as incorpora, enquanto a acomodação é o resultado das pressões exercidas pelas coisas sobre o eu e que o construíram. O desenvolvimento mental da criança se faz, no total, ao todo, por um duplo meio:

1º O indivíduo submete o dado novo a transformações para integrá-lo ao seu saber anterior (assimilação);

2º O indivíduo submete seu saber anterior a transfor-

mações para ai integrar a aquisição nova (acomodação).

Entre os dois mecanismos se constata, de início, um desequilíbrio. Com maravilhosa clareza, Piaget (La formation du symbole chez l'enfant. Longs et importants chapitres sur "la genèse de l'imitation" et "le jeu") mostrou que a supremacia da assimilação conduz ao jogo e a da acomodação à imitação.

O equilíbrio entre as duas tendências permite à criança provar atividade inteligente. É extremamente importante lembrar que esta síntese entre os dois mecanismos é obra da própria inteligência.

A inteligência aparece claramente como uma verdadeira atividade que progride simultaneamente segundo dois processos. Ela vai, ao mesmo tempo, através da conquista das coisas e através a repressão sobre ela mesma. É esta a razão pela qual a escola nova, como resultado dessas teorias, concede uma importância primordial ao jogo e à atividade.

.....

Agora, já podemos perceber que Piaget coloca o problema da gênese da inteligência em um sentido completamente novo que rompe totalmente com a antiga concepção clássica. Mas, antes de destacar as importantes consequências pedagógicas, é indispensável prosseguir no nosso modesto trabalho. Nós nos deteremos, sobretudo, nos trabalhos de Piaget sobre "A gênese do número" e "O desenvolvimento das quantidades" na criança.

Sabemos que em suas obras o eminente sábio estudou o problema da construção do número em relação com as operações lógicas. Lembramos, de início, as experiências no meio das quais ele põe em relevo a maneira pela qual o número se organiza etapa por etapa.

1.º Apresentamos à criança dois recipientes de mesma forma e de mesmas dimensões, um contendo água colorida em azul e outra com água colorida de vermelho. Propomos à criança que ela despeje o conteúdo de um dos recipientes em outro de outra forma, mais largo e mais baixo. Perguntamos à criança se foi conservada a quantidade de água; a criança acredita que há mais água no recipiente de boca maior do que no pequeno, mesmo fazendo-a despejar a água do vaso pequeno para o maior. Se prosseguimos na experiência derramando água do frasco maior em dois ou três frascos pequenos, a criança não terá a impressão de que a água desses três últimos e -

quivale à quantidade de água do maior. Para a criança pequena há aumento ou diminuição. Não há para ela, portanto, conservação do conjunto.

Piaget fez a mesma experiência com quantidades descontínuas (contas). Ele pediu para as crianças colocarem tantas contas vermelhas em um frasco quantas contas azuis em outro frasco de mesma forma. Pede-se à criança para despejar as contas de um frasco em um frasco de outra forma. Ainda aqui a criança imagina que há mais contas ou menos contas do que antes, conforme as dimensões do bocal. Enfim, também aqui a quantidade aparece, para a criança, modificada.

Do ponto de vista destas experiências de conservação, J. Piaget distingue três estágios.

1º estágio: Não há conservação do todo.

2º estágio: Há conservação dentro de um certo limite, quando os frascos não são muito diferentes.

3º estágio: Esta etapa começa entre seis anos e meio e sete anos e meio e, torna evidente para a criança que a quantidade se conserva.

2º Mostra-se a crianças de diferentes idades duas bolas de massa de mesma dimensão e de mesmo peso. Modifica-se a forma de uma dessas bolinhas dando-lhe a forma de uma salsicha e se pergunta à criança se os dois objetos ainda têm o mesmo peso.

As crianças no 1º estágio pensam que o peso do salsichão se tornou inferior ao da bolinha. Esta, efetivamente, parece concentrar mais matéria do que o salsichão alongado. Elas afirmam mesmo que a quantidade da massa diminuiu por causa da mudança de forma.

No estágio seguinte as crianças pensam que só o peso varia com a forma, a matéria permanece constante.

Os maiores (3º estágio) acreditam na conservação do peso e da matéria (quantidade).

3º Piaget pediu para a criança construir uma escada com bastões de diferentes tamanhos. Se os bastões são todos muito diferentes uns dos outros, não terá nenhuma dificuldade em fazer a escada. Se tomamos bastões de cerca de 10cm., e diferentes, entre eles, de meio centímetro ou de um centímetro, de maneira a compará-los sempre dois a dois, e se pedirmos para a criança construir a escada, o que constatamos? Distinguiremos três estágios:

1º A criança simplesmente faz os pares mas não chega a coordenar as duplas entre elas;

2º Ela começa pelos pares ou pequenos conjuntos de - pois ela se organiza e prossegue empiricamente por correções sucessivas e ela construirá sua escada;

3º No terceiro estágio ela encontrará um método. Ela procura primeiro, o menor de todos os bastões, o compara a todos os outros e o coloca. A seguir, o menor dos que restam e, assim por diante. Sem hesitação, nem erros, ela chegará a construir sua série correta do primeiro golpe, da primeira tentativa.

## O PENSAMENTO REVERSÍVEL

### OS INVARIANTES

Nós vivemos em um mundo de sensações e, no domínio da percepção, o tempo não se percorre ao contrário, é - como já se disse - tem um único sentido. Mas para nós, adultos, as coisas podem mudar de forma (não importa), de cor, de aspecto, nós reagimos contra todas essas impressões que nos assaltam.

Quando quer, o adulto pode parar este fluxo, imobilizá-lo, e fazer voltar atrás. Se o adulto vive, como a criança, em um mundo visível, ele também vive em um mundo invisível que é o das noções e das causas.

Este mundo ainda é desconhecido da criança.

Graças a um princípio permanente (uma substância, um objeto), o adulto pode "fazer voltar" porque seu pensamento é reversível.

Acontece o mesmo com a criança? Não. A criança não sabe dominar a corrente das sensações, nela tudo é confusão e movimento, ela é prisioneira das percepções e da ação imediata. Seu pensamento não sabe "fazer voltar" ele é irreversível.

É isto que marca a diferença entre o espírito do adulto e o espírito da criança e, é o que Piaget tem bem posto em relevo. Suas experiências sobre a conservação das quantidades contínuas e das contínuas (ver experiência nº 1) mostram bem que as reações mais primitivas da criança são de se fixar na percepção imediata. Ela se fixa unicamente em suas percepções, ela não sabe separar a forma do conteúdo da quantidade do conteúdo. A criança é escrava do dado imediato porque ela não tem ainda a possibilidade de reencontrar o ponto de partida invertendo a operação. No segundo estágio se constata um progresso porque ela começa a compreender "que um inteiro permanece idêntico a ele mesmo se o repartirmos em duas metades" (o líquido de um vaso em dois vasos menores).

E, no 3º estágio, quaisquer que sejam o número e a natureza do transvasamento, ela afirma sem dificuldade a conservação das quantidades de líquidos.

Em que consiste, então, a operação intelectual? Ela consiste, segundo J. Piaget, em se libertar "du tout fait" (do modelo, da coisa pronta), do ato reflexo. É a possibilidade, para o espírito, de agrupar os dados da experiência em outro sentido diferente daquele em que foi percebido.

Segundo Piaget, a reversibilidade dá, então, a possibilidade de agrupamentos novos, cada vez menos escravos do dado imediato.

Tal é, diz E. Bréhier, a definição mais profunda que se pode dar de inteligência. (Esta definição "se aplica <sup>tanto</sup> ~~mais~~ à criança que a partir de 5 anos compreende que a quantidade de um líquido permanece a mesma qual quer que seja a forma dos vasos onde seja despejado, sucessivamente, quanto aos matemáticos que descobrem as correspondências mais ocultas")

A PASSAGEM DA IRREVERSIBILIDADE PARA A REVERSIBILIDADE, para a criança é a etapa a transpor, o novo progresso a executar. É, diz J. Piaget, "a lei fundamental que parece reger a mentalização progressiva da ação... é a marcha para um equilíbrio progressivo de finido pela reversibilidade". (Introduction à l'épistémologie génétique, tome 1, page 23). Toda a psicologia da criança mostra quanto é lenta esta conquista da reversibilidade.

quando se apresenta à criança um <sup>pouco</sup> ~~pêso~~ de terra argilosa (ver experiência nº 2), que se pesa diante dela e que se a divide em várias partes, a criança não acredita que estas partes, em seu todo, tenham guardado a mesma quantidade, o mesmo ~~pêso~~ e o mesmo volume que quando formavam o mesmo bloco. Isto significa que, para a criança, quando alguma coisa varia, o todo parece variar simultaneamente. O novo progresso a realizar será adquirir o que Piaget chama "os invariáveis", isto é, a noção de quantidade constante, o sentimento, a sensação do necessário e do permanente.

Ela deverá, então, adquirir sucessivamente três noções de invariação. Estas três noções se escalonarão aos quatro ou cinco anos de idade: primeiro a noção de permanência de substância, a seguir a de ~~pêso~~ e por fim a de volume. É pela experiência e pela ação que a criança transpõe esta etapa decisiva em seu desenvolvimento intelectual. Cerca da idade de onze anos a criança chegará a descobrir as relações das coisas entre elas, os caracteres do objeto, mas principalmente, as relações das partes com o todo e, segundo a expressão de H. Wallon, ela conhecerá assim um desenvolvimento do espírito na segunda potência.

Em suma, o que se viu, pouco a pouco, nascer na criança, não é, de modo algum, a aplicação de princípios ~~já~~ ~~pré~~ ~~determina~~ ~~dos~~ a casos particulares mas é uma espécie de equilíbrio que se estabelece "entre a assimilação do real ao espírito e a acomodação do espírito ao real".

O que é preciso sublinhar, sobretudo, é o caracter operativo (operacional) da inteligência. Repetimos ainda, a fim de ficar bem compreendido, que a conservação da quantidade de matéria na troca não é de todo evidente para a criança e não pode ser atingido a não ser pela experiência de trocas inversas uma da outra. Esta reversibilidade das operações (possibilidade de reencontrar o ponto de partida invertendo a operação) - que é o caracter fundamental da in-

gência - não é a simples fixação de equívocos. Esta possibilidade não pode ser atingida e não se trata de algo real e efetivo. Em outros termos, o desenvolvimento da inteligência dirige-se sempre sobre o objeto concreto do que sobre as operações intelectuais de qual é o ponto de partida.

Como já dissemos acima, assistimos hoje a uma profunda transformação da psicologia da inteligência. Para falar como o professor J. Piaget em sua obra recente que já citamos, "a inteligência não é mais esta rainha majestosa que, estranha, alheia aos acidentes da vida individual, dita ao pensamento leis soberanas". Ora, estas são as pesquisas sobre a criança - notadamente as de um Wallon e de um Piaget - que foram a origem de uma nova concepção de inteligência. A psicologia clássica descrevia uma formação linear da inteligência, enquanto a nova psicologia nos mostra que há níveis funcionais segundo a idade. Em cada nível, se vê a inteligência funcionar em seu conjunto mais ou menos perfeito. Já dissemos nas repetições, ainda que a passagem de um nível ao outro não é o resultado de uma síntese progressiva mas que se realiza por patação brusca.

Os educadores devem estar atentos a esta evolução da psicologia que põe em relevo, destaca a fecundidade do ato mental e sua plasticidade. Eles devem, então, saber e ter em conta em seus ensinamentos que a inteligência não é um receptáculo, mas um instrumento de vida. Durante muito tempo pensamos que a formação da inteligência dependia de um sistema de associações e de hábitos e demos a parte maior aos acessórios (et nous avons fait la part trop large au maublage). O espírito não se limita a registrar o "dado", ele o constrói, porque há, de um lado, um universo e, de outro lado, um espírito que vão de encontro um ao outro. (Concluindo uma de suas obras Piaget escreve: "A intuição de espaço não é uma leitura de propriedades de objetos, mas antes, desde o início, uma ação exercida sobre eles").

#### O ACESSO AO NÚMERO

Para Piaget, o número começa com a conservação do conjunto numérico, com a conservação das equivalências. Quando a criança chega a construir essas equivalências permanentes? Para Piaget, duas condições são necessárias.

A primeira condição: É preciso a conservação do todo. É esta conservação que conduz ao número porque ela não supõe o número prévio (ne suppose pas le nombre préalable). (Leia atentamente as experiências de Piaget e para os detalhes, veja as obras assinaladas). É preciso, então, que a criança tenha a noção do todo, em outros termos, é preciso que este todo lhe apareça como um conjunto de

das partes que ela pode distribuir à sua vontade. Esta relação das partes com o todo, que é uma relação lógica sobre o plano de ação, só será estabelecida pela criança quando ela tiver possibilidade de reversibilidade. (Note-se que toda psicologia da criança mostra o quanto é lenta esta conquista da reversibilidade.)

A segunda condição: Uma outra condição é necessária: a criança deve poder ordenar os elementos. - Condição de ordem. (Ver experiência nº 3). É fácil constatar que no terceiro período, quando para seriar seus pequenos bastões a criança encontrou um método, ela sabe fazer a operação inversa.

Então, quando estas duas condições são satisfeitas, o conceito de número (le nombre entier) torna-se acessível à criança. O que isto prova? Simplesmente, que para construir o número, a criança deve ter os instrumentos lógicos, Piaget pensa, então, que o número supõe a lógica. Desde que haja uma ~~exg~~ prévia organização lógica, o número pode se constituir. (Sabemos que os matemáticos têm conceitos muito diversos sobre a formação do número. Dois pontos de vista extremos: o de Poincaré e o de B. Russel. O primeiro pensa que número repousa sobre uma intuição, uma intuição pura, mais profunda do que a própria lógica. O segundo pensa que o número se reduz à lógica. A posição de Piaget é intermediária entre estas duas teorias opostas (Ver Conférence J, Piaget Initiation au calcul. Ed. Bourrellier).

Assim, o número não será uma abstração tomada, realizada sobre o real exterior, o número não nasce dos objetos que se manipulam mas das próprias ações que intervêm na experiência.

Citemos, ainda, Piaget: O pensamento lógico e matemático não é uma abstração elaborada, <sup>atingida</sup> a partir dos objetos exteriores mas, uma abstração elaborada sobre as ações da pessoa.

"... é ilusório querer explicar o número (le nombre entier) por experiências, mesmo mentais, interpretadas empiricamente; Sem dúvida ele é a expressão de ações mas, estas ações são -desde o início - assimilação do objeto pela pessoa tanto quanto acomodação desta àquêle (ao objeto). Por conseguinte, não se chegará a explicar as operações finais que constituem o número sem apelar para a atividade assimiladora e, devemos mesmo, para restituir às operações numéricas sua natureza de composição reversível, seguir de grau por grau o equilíbrio progressivo que se esbatelece entre a assimilação e a acomodação cada vez melhor diferenciados (toujours mieux différenciées)". (Epistémologie génétique. J. Piaget)

#### Observações e conselhos

1º A noção de número se estrutura com uma lentidão à insuspeitada em certas crianças. Este acesso ao número aparece muitas vezes antes dos seis anos, em outras aos seis anos e por vezes aos sete anos.

2º Nada de ensino prematuro. Anção de quantidade constante - conservação de quantidade - (invariante) exige a experiência e experiência e a ação. Limitemo-nos a sugerir o pensamento "calculador" e, esperemos sem impaciência, há estados de maturação que é preciso ter em conta. Não esqueçamos que as primeiras conquistas da criança, neste domínio, são de uma importância capital.

3º Primeira etapa necessária. Primeiro, levar as crianças a se familiarizarem com os termos: pouco - muito - nada - comprido - curto, etc.. Exercitar a criança em apreciações qualitativas. Bem sabemos que passar da qualidade à relação é uma dificuldade. Fazer empregar as expressões "alguns" e "todos" para se familiarizar com as partes e o todo. Deixar a criança reunir os objetos, agrupá-los, tirar, separar, dividir, etc.. As expressões: tão comprido quanto, menor do que, menos que, devem se tornar claras no espírito das crianças pela experiência e pela ação. Fazer estabelecer coordenações fáceis, "eu sou menor do que Felipo, mas eu sou maior do que Sérgio", etc..

4º Uma preparação lógica. Primeiro a formação qualitativa das noções e aí demorar. Não insistir muito cedo sobre o quantitativo. Este será uma espécie de síntese final que deve ser preparada. Se utilizamos todo o tempo necessário para conduzir o número e a medida pela construção de relações qualitativas, melhor a criança compreenderá o que segue: "Saber perder tempo" diz Piaget.

5º Ação. A palavra não serve de nada, é vão e mesmo no civo nos fatigamos. O desenho é um ajudante não negligenciável, mas é insuficiente. É preciso ação.

Se penetramos bem o grande princípio da psicologia de Piaget, a inteligência é um sistema de operações. Ora, a operação não é outra coisa que uma ação, é uma ação real, mas interiorizada, isto é, tornada reversível. A criança deve agir o cálculo. Para que a criança chegue a combinar operações numéricas, é preciso que ela tenha manipulado, agido, experimentado com o material real, com (sur) objetos físicos. Sem esta ação inicial, a operação não adquirirá seu sentido concreto, nem sua vitalidade.

6º Experiências com objetos. Nós sublinhamos a palavra "com" porque Piaget distingue sãbiamente duas espécies de experiências às quais se entrega a criança. Primeiro, há aquelas que a criança faz com (sur) os objetos e que lhe permitem distinguir os que tombam (sobre o solo) dos que voam quando abandonados, etc., (propriedade física dos objetos). Aqui a criança faz experiências com (sur) os objetos em si.

Mas, quando a criança manipula, conta, alinha, agrupa, agria dés, botões, etc., a criança faz muito mais estas experiências sobre o resultado de suas próprias ações do que com (sur) os objetos em si. Esta distinção é extremamente importante.

7º Uma lógica de ações. Em suma, as experiências que a criança faz com os objetos constituem unicamente uma lógica de manipulação. Não é preciso aqui, por certo, uma lógica de palavras mas uma lógica de ações que procede - como assinala J. Piaget - da experiência da criança "sobre sua própria ação com os objetos como instrumentos". Assim, para o eminente psicólogo de Genebra, a noção de número não é uma noção experimental mas, uma ação lógica

8º A ação sugerirá o pensamento calculador (calculatrie). Ressalta disto que a atenção do educador não deve ser unicamente dirigida sobre o material posto à disposição da criança mas

também, e sobretudo, sobre as operações intelectuais realmente efetuadas pela criança. É preciso, então, um material que dê lugar a operações lógicas. Reunida esta condição, é preciso deixar a criança fazer, os educadores devem, então, moderar seus reflexos e frear sua impaciência. É pouco passar um quarto de hora mostrando à criança como ela deve agir! (C'est tout fait de passer un quart d'heure à montrer à l'enfant comment il doit s'y prendre!). Mas Piaget diz textualmente: "a criança ganha infinitamente mais fazendo três dias o que ela mesma faz".

9º Do plano de ação ao do pensamento. Ao longo do 1º ano de estudos (6 a 7 anos) a ação será, sem cessar, o ponto de honra. O professor deve ser prudente, evitar toda ilusão, porque a criança se prende facilmente aos mecanismos. Ela precisa aprendizagem muito segura. Para Piaget, é ao redor de sete anos que a criança tem a noção de número cardinal e de número ordinal. Encontramos crianças que estão adiantadas do ponto de vista da ordem e atrasadas do ponto de vista da conservação (en retard au point de vue durée). Encontramos, também, um nível onde estas duas noções se reúnem. Uma coisa é certa, é que há diferenças notáveis entre as crianças. No 1º e no 2º ano, é preciso permitir-lhes trabalharem segundo seu ritmo.

Em relação à noção de unidade, Piaget nos convida a ter a maior prudência. É uma noção ao mesmo tempo complexa e elementar. É prematuro e vão tentar dar uma idéia adequada à criança, aliás ela pode se servir deste instrumento sem conhecer a teoria.

.....

O que os educadores deveriam compreender, um vez por todas, - e eu me dirijo, aqui, a todos os professores de escola primária, tanto aos que ensinam o 6º ano como aos que ensinam aos principiantes - é que é preciso ter em conta a discordância entre duas funções da inteligência. É preciso distinguir, de um lado, o esforço mental da criança no plano da ação e, de outro lado, no plano do pensamento. Repetimos sem nos cansar, no plano da ação a criança percebe as relações concretas entre as coisas e ela supera bem os obstáculos. Mas, no plano do pensamento não esqueçamos que estamos no domínio da abstração e do pensamento reversível e ela vai diversamente aí (et il en va tout autrement). Na vida ela construiu um universo mas quando ela passa para o plano da reflexão ela encontra os mesmos obstáculos sob outra forma. também, ao longo da escolaridade primária, é preciso saber distinguir entre a compreensão concreta e a compreensão verbal e formal.

e formal. Que os mestres não esqueçam que em todos os períodos de escolaridade existe o perigo entre o verbal e o operatório.

.. .. .

Agrada-nos sublinhar - para os que ainda ignoram - que o Plano de estudos levou em conta esta lei capital no crescimento intelectual. Os programas de cálculo (sobretudo os dos três primeiros anos) refletem muito claramente (para os que sabem ler) em sua letra mas, principalmente, em seu espírito estas duas formas de pensamento.

Apesar disto, é aflitivo constatar que em recentes anuais de cálculo assinados por professores de pedagogia, por doutores em pedagogia e senhores de menos importância, esta lei é totalmente desconhecida, desprezada. <sup>Nossos</sup> Nos programas tão sábios e perfeitamente de acôrdo com a psicologia infantil são larga e perigosamente ultrapassados. Tudo isto é de uma amargura cômica ... mas não insistimos. Limitame-nos a perguntar quando nos curaremos desta famosa "psicologia pedagógica" que é a do ensino e não a da criança.

..

Terminando eu desejo repetir que não tentei, nestas poucas páginas, analisar ou resumir as obras de Piaget. Experimentei, neste rápido resumo, mostrar aos professores os enormes progressos da psicologia da criança no decorrer deste último quarto de século. ~~Igan~~ Igualmente, procurei fazer emergir alguns elementos positivos que devem nos guiar no ensino do cálculo. Mas, bem sabemos, a porta está apenas entreaberta. Continuamos a estudar os dois grandes Mestres da hora - Piaget e Wallon - e deixamos os espíritos absolutos a suas receitas infalíveis e a seus meios mágicos...

A psicologia da inteligência nos abre perspectivas inteiramente novas sobre o ser humano em geral e em particular sobre a criança.

Setembro de 1953

Léon JEUNEHOMME