

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

L.P.Dienes "La mathématique moderne dans l'enseignement primaire" -
1965 - France.

"Os conjuntos e as operações sobre os conjuntos"

Traduzida ^{pela} prof. Esther P. Grossi

Revisado pela prof. Maria de Lourdes Silva.

Os conjuntos são constituídos por elementos. O conjunto das crianças da classe de 1º ano tem por elementos as crianças desta classe. Os conjuntos podem ser formados com qualquer espécie de elementos: objetos, acontecimentos, idéias ou, mesmo, outros conjuntos. A ideia de "pertencer a" ou de "ser um elemento de" é um conceito muito importante quando se fala de conjuntos. Antes de poder dizer que um conjunto está determinado, importa precisar claramente não só de qual espécie de elementos é formado, mas, também, quais são todos os objetos (mesmo se eles não existem senão no pensamento) que poderiam ser elementos do conjunto em questão. Se nós consideramos, por exemplo, o conjunto formado pelas crianças de olhos azuis, nós supomos, implicitamente, que nenhum adulto poderá pretender fazer parte deste conjunto. Isto acarreta (importa em) que nós devemos reconhecer com certeza em que momento uma criança deixa de ser criança para tornar-se um adulto. Será necessário, igualmente, precisar se nós pensamos nas crianças de olhos azuis que se encontram na classe, na escola, no país ou no mundo inteiro. Será necessário indicar o universo dos objetos susceptíveis de entrar na constituição do conjunto, antes de poder dizer que um atributo, tal como "crianças de olhos azuis", determina um conjunto.

Esta dificuldade não se apresenta se nós determinamos um conjunto, enumerando todos os seus elementos. Ela reaparece se nós falarmos de um conjunto formado por entidades que não pertencem ao conjunto dado. Determinamos um conjunto constituído por 2 crianças, por ex.: João e Alice; quais são, então, os elementos do conjunto ao qual não pertencem João e Alice? Que elementos, aí, devemos incluir? É necessário incluir entre eles o monte Everest? Se nós incluirmos crianças, quais crianças? Se o universo está determinado como todas as crianças da classe, então, o conjunto em questão será formado de todas as crianças da classe com exceção de João e Alice. Este é o complemento do conjunto tendo por elementos João e Alice. De tudo o que precede pode-se tirar temas de discussão apaixonantes numa classe de crianças. Engajando as crianças em discussões assim, nós colocamos os fundamentos de um pensamento lógico.

O 2º ponto a discutir diz respeito, sem dúvida, à distinção entre o símbolo e o que é simbolizado. Desenhemos um conjunto, por ex., João e Alice, e coloquemos as duas imagens num parêntesis (ou melhor, entre duas chaves) para indicar que se trata de elementos de um conjunto, mas, de que trata o conjunto? não são as imagens, mas as próprias crianças que constituem os elementos do conjunto. Não se pode oferecer um bombom ao João da imagem, nem dar uma tarefa para a Alice da imagem fazer, Não há necessidade de insistir sobre isto. Se as crianças se habituam a esta distinção, elas não se admirarão de aprender que os sinais como 1,2,3, etc., não são, realmente, o que se percebe pelo ouvido por "um", "dois", "três". De fato, um, dois, três, não existem, na realidade; êles são abstrações. Os símbolos são imagens destinadas a evocar a abstração em questão. O símbolo 2 não é mais, realmente, "dois" do que a palavra "verde" não é realmente verde.

Um outro ponto muito importante a discutir é a significação das palavras "mesmo" ou "igual". É claro que se dá a estas palavras sentidos muito diferentes, segundo o gênero de coisas de que se fala. Tomemos 2 exemplares do mesmo livro. Pode-se colocá-los sobre a mesa, e dizer: "Dá-me aquêlê lá, não, aquêlê que está ao lado da lâmpada, mas o que está mais próximo de ti"; o que implica em que êstes dois livros não são ^{sejam} idênticos. Uma outra vez dir-se-á que se trata do "mesmo" livro para exprimir que seus conteúdos são idênticos. No primeiro caso, trata-se de identidade individual dos livros: os dois livros são diferentes, pois que são objetos diferentes. No segundo caso, o termo "o mesmo" não se aplica ao livro, mas, ao conteúdo impresso; dito de outra forma, a uma certa propriedade dêstes livros. Quando se declara, olhando 2 blocos verdes, que são a mesma coisa, isto significa que êles têm a mesma cor, mesmo se sua forma é diferente. Da mesma forma, dois blocos quadrados podem ser considerados como " a mesma coisa" mesmo se êles têm cores diferentes, porque, neste momento, é a forma que é a mesma. Em cada um dêstes casos, isola-se uma certa propriedade: ou o conteúdo, ou a forma ou a cor, e a expressão "o mesmo" se refere à esta propriedade, não aos próprios objetos. Um objeto só é idêntico a si mesmo. Mas, a propriedade de um objeto pode ser idêntica à propriedade correspondente de um outro objeto.

A determinação dos conjuntos por atributos conduzirá, rapidamente, as crianças a conceber conjuntos desprovidos de elementos. Por exemplo, o conjunto de todos os objetos verdes colocados sobre a mesa da professora não terá elementos, se êle não encontra nenhum objeto verde sobre a mesa. Dir-se-á que tais conjuntos são vazios. As crianças se habituarão, rapidamente, a falar de conjuntos vazios, o que é uma preliminar essencial para a noção de zero.

Depois d'êste estudo de pertinência a um conjunto, de igualdade de conjuntos e, finalmente, de conjuntos vazios, pode-se abordar as operações sôbre os conjuntos. Nós vamos ver as operações mais importantes.

a) Reunião de conjuntos. A reunião de 2 conjuntos é constituída por todos os elementos que pertencem seja a um dos conjuntos, seja ao outro, seja aos dois simultâneamente. A reunião das "crianças da classe com cabelos castanhos" com as "crianças com olhos azuis", é o conjunto formado por tôdas as crianças que têm ao menos uma das propriedades enunciadas: cabelos castanhos ou olhos azuis. Encontrar-se-á nesta reunião tôdas as crianças com olhos azuis assim como tôdas as crianças com cabelos castanhos, compreendendo, também, aquelas que têm, simultâneamente, olhos azuis e cabelos castanhos. É necessário praticar longamente esta noção de reunião, estudar exemplos de conjuntos que têm elementos em comum, opondo-os a outros exemplos de conjuntos distintos (ou "disjuntos").

Será necessário multiplicar êstes exemplos antes que o processo de reunião torne-se perfeitamente claro. Poder-se-á utilizar objetos presentes na classe, como objetos fabricados pelas próprias crianças. Por ex.:, pode-se formar um universo por meio de pedaços de papelão sôbre os quais se desenhará imagens de crianças gordas e de crianças magras, sendo algumas meninas e outras meninos; cada cartão terá, apenas, uma imagem de criança. Poder-se-á, assim, falar do conjunto de crianças gordas, do conjunto de crianças magras, do conjunto dos meninos, do conjunto das meninas. Será instrutivo, útil, formar tôdas as reuniões possíveis: há seis reuniões, se associarmos os conjuntos por pares.

A reunião de { crianças gordas } e de { meninos }, contará tôdas as crianças gordas, ^{tanto} meninos como meninas e, naturalmente, todos os meninos, isto é, os meninos gordos e os meninos magros; apenas as meninas magras serão excluídas. Elas formam então o conjunto complementar do precedente, pois que elas representam os elementos do novo universo que não pertencem à reunião.

Se formamos a reunião de { meninos } e de { meninas }, obter-se-á a totalidade das crianças; além disto, nesta operação não se conta (acavalamento) ou recobrimento parcial, como no caso da reunião $\{ \text{crianças gordas} \}$ e $\{ \text{meninos} \}$. Chega-se, assim, à operação seguinte, isto é, aquela que consiste justamente em encontrar a zona de recobrimento?

b) Intersecção de conjuntos. A intersecção de 2 conjuntos é constituída por todos os elementos que pertencem simultâneamente aos dois conjuntos. No caso das crianças com olhos azuis e das crianças com

cabelos castanhos, a intersecção será formada ^{pelos} ~~das~~ crianças com olhos azuis tendo, igualmente, cabelos castanhos. No caso de conjuntos distintos (ou disjuntos), a intersecção será vazia. Por exemplo, não há recobrimento (não se sobrepõem) entre os meninos e as meninas. Uma criança ou é menino ou menina, jamais as duas coisas de uma vez; de maneira que a intersecção de conjuntos {meninos} e {meninas} é vazia. No caso de {crianças gordas} e {meninos}, é claro que a intersecção é {meninos gordos}. Naturalmente se não existem meninos gordos na classe que se tomou como universo, esta intersecção se encontrará ^{igualmente} vazia, igualmente.

c) Conjuntos complementares. O conjunto complementar de um conjunto dado é formado de todas os elementos do universo do qual se fala, e que não pertencem a este conjunto. Por exemplo, se o universo é constituído por crianças da classe e se o conjunto dado, é o de crianças com olhos azuis, ~~então~~, o conjunto complementar ^{será} formado de todas as crianças da classe que não têm olhos azuis.

O complemento do conjunto {meninos} é o conjunto {meninas}; o complemento do conjunto {crianças gordas} é {crianças magras}. O complemento do universo é naturalmente vazio e o complemento de um conjunto vazio é o universo.

Uma noção importante de introduzir é a de sub-conjunto. Por exemplo, o conjunto dos meninos com olhos azuis forma um sub-conjunto do conjunto das crianças de olhos azuis, e é, também, um sub-conjunto do conjunto dos meninos, se se toma como universo todas as crianças da classe. É necessário distinguir, cuidadosamente, os sub-conjuntos dos elementos. O conjunto dos meninos com olhos azuis não pode ser um elemento do conjunto de crianças com olhos azuis, porque o universo considerado é formado de crianças tomadas individualmente e não, de conjuntos de crianças. É necessário distinguir bem as noções "ser um sub-conjunto de" e "ser um elemento de". A confusão entre estas noções conduzirá, mais tarde, a outras confusões no que concerne à multiplicação, fatores, etc..

Esta noção de sub-conjunto e sua distinção da noção de elementos, exige uma grande quantidade de exercícios práticos. As crianças deverão ser levadas a trocar de universo, de maneira a saber sempre, e exatamente, sobre ^o que se apoia o jogo. ^{ou o trabalho} O jogo se apoia sobre os elementos do universo. Se se modifica o universo, troca-se de jogo; a gente se põe a falar de outra coisa.

.....

d) Diferença de 2 conjuntos. Retirando um sub-conjunto de um conjunto, forma-se a diferença entre 2 conjuntos. Se, partindo do c

conjunto das crianças da classe, com olhos azuis, tira-se o conjunto dos rapazes com olhos azuis, resta o conjunto das meninas da classe, com olhos azuis. O conjunto das meninas com olhos azuis é a diferença entre o conjunto das crianças com olhos azuis e o conjunto dos rapazes com olhos azuis. É sobre esta operação entre conjuntos que repousa a noção de subtração.

É possível que o sub-conjunto seja idêntico ao conjunto, por exemplo, pode acontecer que não exista nenhuma menina com olhos azuis na classe. Neste caso, a diferença é um conjunto vazio. Há aí uma dificuldade que não precisa ser introduzida desde o início. Os sub-conjuntos que não são idênticos aos conjuntos dos quais fazem parte, chamam-se sub-conjuntos em sentido estrito. ^(ou sub-conj. ~~im~~ próprio) Por exemplo, o conjunto dos rapazes de uma classe é um sub-conjunto em sentido estrito ^{inte} do conjunto formado por todas as crianças da classe, se existem meninas na classe, mas, não se a classe possui somente rapazes.

As operações que nós acabamos de estudar sobre os conjuntos são os preâmbulos essenciais para o estudo das operações sobre números.

essenciais para o estudo das

Da página 15 a 24

Da página

*Revisado
06/78
M. S. S. S.*