

IV.III - 7 - A numeração

Trad. A.B.Krebs

A numeração serve para nomear, ordenar e calcular.

IV.III.7 - 1 - A denominação escrita e ordem

Mesmo se estamos inteiramente desligados da função calculadora, seremos capazes de escrever e ordenar os números.

Para isto dispomos de um alfabeto composto de dez sinais: (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) se escrevemos em base dez e n sinais se escrevemos na base n (assim, na base três, nós dispomos dos sinais 0,1,2).

Existem entre esses dez sinais uma ordem alfabética que é a do alfabeto escrito mais alto (plus haut).

Estes dez sinais por reunião nos permitem escrever palavras tais como 1515, 1789, 1965, 2000; as repetições de sinais são permitidas; há contudo uma regra de ortografia: não é permitido escrever um "0" no início.

Nós podemos ordenar essas palavras seguindo uma ordem lexicográfica cuja s regras são as seguintes:

1º) As palavras são classificadas segundo seu comprimento: uma palavra curta está antes de uma palavra longa;

2º) Se duas palavras tem o mesmo comprimento, compara-se segundo sua letra inicial: elas são enfileiradas como suas letras iniciais no alfabeto;

3º) Se duas palavras têm a mesma letra inicial, compara-se ~~segundo~~ de acordo com a segunda letra, etc...

Estas três regras permitem ordenar todas as palavras possíveis sem ambigüidade: elas determinam no conjunto das palavras uma "relação de ordem estrita e total" - estrita porque não há ex-aequo, total porque todas as palavras são enfileiradas.

Lembramos que esta ordem é diferente da ordem alfabética do dicionário na qual 1515 viria antes de 300, por exemplo.

Olhemos mais de perto como está construída nossa lista; nós vamos para isto escrever nossa sequência em base três; tudo se passaria da mesma forma em qualquer outra base; nós temos então 3 sinais e uma regra de ortografia (sem "0" no começo):

1ª palavra	1
2ª palavra	2
3ª palavra	10
4ª palavra	11
5ª palavra	12
6ª palavra	20
7ª palavra	221
8ª palavra	22

nós constatamos formando nossa lista:

1º) que há um primeiro elemento,

2º) que cada elemento tem um sucessor,

assim, depois de 12012 vem 12020; se para a enésima palavra o último sinal é um 2, para (n + 1) palavras o último sinal será 0 e a penúltimo sinal será substituído pelo seguinte na ordem alfabética; se é um 2 será substituído por um 0 e a outra penúltima sinal será substituído pelo seguinte na ordem alfabética, etc...

Vemos que a ordem só intervém aqui, numa palavra os sinais de uma fila não são afetados de nenhum peso.

IV.III.7 - 2 - Denominação oral, correspondência com a denominação escrita.

É preciso poder pronunciar as palavras que escrevemos:

- cada uma das letras de nosso alfabeto pode-se pronunciar: zero, um, dois, três, ...nove mas, observamos em seguida que em nenhuma palavra da lista nós jamais pronunciamos "zero".
- 51 324 se pronuncia cinquenta e um mil, trezentos e vinte e quatro; nós vemos chegar as palavras cinquenta, mil, cem, vinte, que

não faziam parte de nosso alfabeto escrito. Nós deixamos aos nossos leitores o cuidado de procurar qual é o alfabeto sonoro (de 25 sinais) que permite, em frances, pronunciar todos os números.

IV.III.7 - 3 - Experiência feita com as crianças

Nós fizemos as crianças fazerem um "dicionário de números" que permitisse saber ler e escrever todos os números até 100; na página de guarda escrevemos os algarismos na ordem habitual. Na página 1 a mesma lista mas as palavras escritas têm dois sinais, o primeiro é sempre 1, escreve-se então, um 1 antes de cada sinal da lista, na página 2 a mesma coisa mas todas as palavras começam por 2, etc.. até a página 9.

Nós sabemos então, escrever todos os números; sabemos também ordená-los porque a página 3, por exemplo, está antes da página 7, e na página 3 o 32 está escrito antes do 35.

É preciso agora, pronunciá-las: as palavras da página de guarda e da página 1 devem ser todas aprendidas assim como o nome das páginas: página 2 ou página dos vinte, página 4 ou página dos quarenta.

Pode-se continuar até mil; o livro que acabamos de fazer seria o fascículo 0, o fascículo 1 comporta unicamente palavras de três algarismos, começando todos por 1; o fascículo 5 palavras de três algarismos, começando todos por 5, etc...

Nós nos limitamos ao fascículo 1, os resultados têm sido espetaculares: nas duas classes onde fizemos esta experiência, em duas sessões de três quartos de hora, as crianças sabiam escrever e ler (excepto as páginas 7 e 9 - por dificuldades da língua francesa nos nomes dessas dezenas) todos os números até 89 e sabiam dizer de dois números qual era antes do outro.

Nas outras classes esquecemos de assinalar que não era preciso falar de dezenas e de unidades, o que foi feito automaticamente por referência ao passado. A experiência perdeu todo o sentido.

É preciso dizer que para as crianças com as quais nós fizemos a experiência, se elas sabiam escrever, ler e ordenar os números, ao contrário não tinham nenhuma idéia da significação de 2 e do 7 no 27, por exemplo. Elas tinham apesar disso, a satisfação de saber ler 84, 38 nos ônibus e o número de sua casa, de escrever seu número de telefone; seus pais e suas professoras estavam satisfeitos de constatar que suas crianças tinham sabido ler tão rapidamente os números de dois algarismos.

Do ponto de vista da formação matemática, penso que teria sido melhor ter feito isto após ter experimentado a numeração como utilização da potência mas sendo que vivemos numa civilização onde se utiliza a base 10, talvez não tenha sido tão mau ter feito antes, salientando que era um exercício de vocabulário; de fato, não é porque as crianças sabem ler e escrever 45 e 27 que elas são capazes de fazer adições com esses números. Deixo a questão em suspenso, os professores julgarão por si. De minha parte, apesar de minhas idéias a priori sobre o assunto, creio que este ano farei ainda o "dicionário de números" antes da numeração de posição.

IV.III.7 - 4 - A numeração como instrumento de cálculo.

Quando dizemos que vamos recolher 1965 cédulas de voto, isto significa que vamos recolher

1,9,6,5 $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$ estão cada um afetados de um peso segundo sua fila conta 0,1,2,3 da direita para a esquerda.

Assim, na base 3: $1221 = 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$

na base 10: $1221 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$

na base x: $abcd = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x^1 + d \cdot x^0$

na base x é necessário um alfabeto de x sinais diferentes. Se desejamos aplicar o princípio da variabilidade da noção de numeração é necessário fazer variar x. Esta variação de x permite compreender que um peso está associado a fileira de um algarismo no número.

De mais, se utilizamos bases pequenas partindo de conjuntos contendo um número facilmente manipulável de objetos, nós teremos ocasião de escrever números comportando grande número de algarismos.

Assim, o número que se escreve 83 na base 10 se escreve 1002 na