

Referências:

Elementary School Mathematics  
Teacher's Edition  
Autores: Eicholz, O'Daffer, Blumfiel  
e Shanks  
Cap.: Mathematics Text for Teachers-  
pág. 409

PARES DE NÚMEROS, FRAÇÕES E NÚMEROS RACIONAIS

Qualquer discussão cuidadosa sobre o desenvolvimento das idéias sobre o número precisa fazer a clara diferenciação entre o conceito de  $n^{\circ}$  propriamente dito e os símbolos encontrados para representá-lo. Somente muito após a invenção dos conceitos de número o homem formalizou sua compreensão intuitiva da idéia de  $n^{\circ}$  ao escolher símbolos para eles e ao desenvolver meios para usar estes símbolos - que são nossas regras de cálculo.

Para se comunicar com os outros, a criança precisa aprender símbolos para a idéia que tem do número. Em poucos anos ela precisa adquirir "ferramentas matemáticas" que o homem adquiriu laboriosamente no decorrer de um período de muitos milhares de anos.

Vamos examinar, pela observação de um conjunto de objetos, o modo pelo qual as idéias de  $n^{\circ}$  racional surgiram do mundo físico.

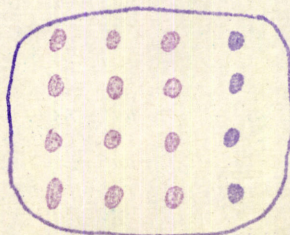
Suponhamos que lhe seja dito que há um conjunto de bolinhas, três quartos das quais são rosa. Se lhe pedirem para desenhar uma representação deste conjunto, você não saberá quantas bolinhas incluir, podendo representar o conjunto como nas figuras A e B

Se você desenhou o conjunto A, poderá dizer: "Não sei quantos conjuntos de 4 bolinhas há, mas em cada conjunto de 4 bolinhas, 3 são rosa!"

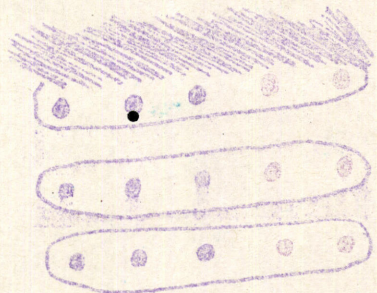


Se desenhou o conjunto B, poderá dizer: "Há 4 conjuntos de bolinhas, com o mesmo  $n^{\circ}$  de bolinhas em cada conjunto. Não sei quantas bolinhas há em um conjunto, mas em 3 dos 4 conjuntos as bolinhas são rosa".

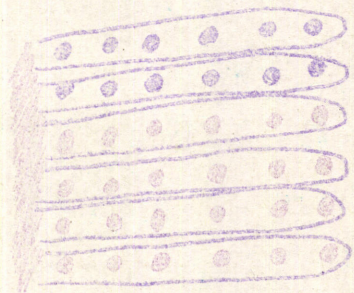
O termo três quartos se refere ao conceito de um número racional o qual pode ser associado a muitas e diferentes situações físicas. Portanto, a afirmação: "três quartos das bolinhas são rosa" pode se referir a qualquer dos conjuntos de bolinhas desenhados abaixo.



1) Considere este conjunto



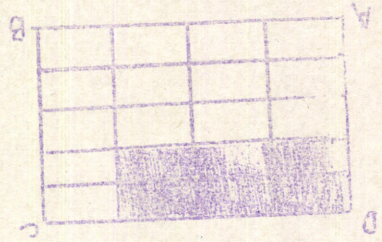
2) Considere estes conjuntos (cada conjunto contém o mesmo nº de elementos)



3) Considere este segmento de linha



4) Considere a região ABCD



a) Qual o par de números inteiros sugerido pelas bolinhas rosa e pelo número total de bolinhas?

b) Escreva a fração associada ao par de números de bolinhas.

c) Da 3 outras frações para o número sugerido.

a) Qual o par de números inteiros sugerido pelas conjuntas de bolinhas rosas e o número total de conjuntos?

b) Escreva a fração associada com o par de números de exercício a.

c) Da 3 outras frações para o número racional sugerido.

a) Que par de números inteiros é sugerido pelos pontos da subdivisão quando comparados os comprimentos dos segmentos AB e AC?

b) Escreva o símbolo fracionário associado com o par de números anterior.

c) Escreva 3 outras frações para o número racional sugerido.

a) Se o comprimento do segmento AC é de 20 unidades, qual o comprimento do segmento AB?

b) Se o comprimento do segmento AB é de 20 unidades, qual o comprimento do segmento AC?

a) Que par de números inteiros é sugerido pela figura quando comparada a área da região sombreada com a área total da figura?

b) Escreva a fração associada com esse par de números.

c) Escreva 3 outras frações para o número racional sugerido.

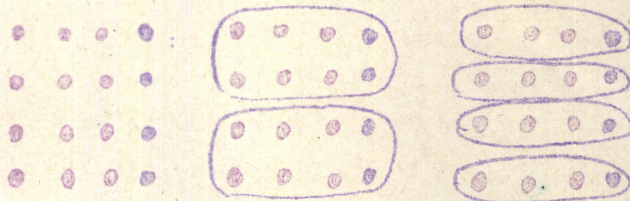
d) Se a área da região ABCD é de 100 unidades quadradas, qual a área da região sombreada?

Realmente, se lhe disserem que 3 das 4 bolinhas são rosa, ou 12 das 16 são rosa ou 6 das 8 são rosa, você saberá exatamente que conjunto representar. Entretanto convém notar que se lhe pedirem para desenhar um conjunto de 16 bolinhas 12 das quais são rosa, poderá agrupá-las em qualquer um dos modos ao lado e poderá fazer as seguintes afirmações:

-Doze dezesseis avos das bolinhas são rosa.

-Seis oitavos das bolinhas são rosa.

-Três quartos das bolinhas são rosa.



Apesar de 3 diferentes frações terem sido usadas para descrever a porção rosa das bolinhas, cada afirmação compara o mesmo conjunto de bolinhas rosa com o mesmo conjunto completo de bolinhas.

Isto chama a atenção para o principal conceito deste capítulo:

"Podemos ter  $\frac{1}{3}$  conjunto de objetos, alguns dos quais têm uma propriedade especial. Podemos comparar o  $n^o$  de objetos no subconjunto que tem a propriedade com o  $n^o$  total de objetos do conjunto, usando muitas expressões diferentes: três quartos, seis oitavos...; e tendo apenas  $\frac{1}{3}$  conjunto. A relação entre o  $n^o$  de objetos que têm a propriedade e o  $n^o$  total de objetos não depende das palavras especiais que usamos para descrever esta relação. Há exatamente um  $n^o$  para a relação e todas as expressões referem-se a esta relação".

Note que, em cada situação de um número racional, 3 idéias separadas estão entrelaçadas. A figura abaixo que mostra um conjunto de 12 bolinhas, 4 das quais são rosa, ilustra essas 3 idéias.

O conjunto de 12 bolinhas é agrupado para formar conjuntos menores de 3 bolinhas cada.

Em cada conjunto de 3, 1 bolinha é rosa. Escrevemos o símbolo  $\frac{1}{3}$  e dizemos que um terço das bolinhas é rosa. Os três conceitos associados com essa situação física são:

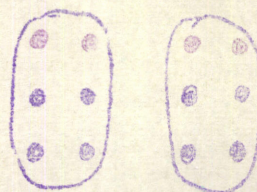


- (1) o par de números inteiros, 1 e 3
- (2) a fração  $\frac{1}{3}$
- (3) o número racional em si mesmo ( a idéia sugerida pela situação)

Uma dificuldade básica que ocorre continuamente quando os alunos atentam para os conceitos principais da Matemática é sua confusão entre a idéia de  $n^o$  e os símbolos para estas idéias. Uma vez que temos a idéia inventamos símbolos e assim podemos comunicá-la aos outros. O  $n^o$  racional um terço não é uma notação no papel nem uma palavra. É uma idéia que nós associamos a muitos símbolos diferentes

Note que se o conjunto de 12 bolinhas é agrupado em 2 conjuntos de 6 bolinhas com 2 bolinhas rosa em cada conjunto de 6, é natural extrair da mesma situação física:

- (1) o par de  $n^{\circ}$  2, 6
- (2) a fração  $2/6$
- (3) a idéia de  $n^{\circ}$  sugerida por  $2/6$



Obtemos um novo par de  $n^{\circ}$  inteiros e escrevemos uma nova fração. Temos, assim, 2 frações (1 para cada dos 2 desenhos acima) mas apenas 1  $n^{\circ}$  racional. Podemos também obter a fração  $4/12$  para este conjunto. Existem muitas frações diferentes para cada  $n^{\circ}$  racional e podemos usar cada uma delas para nomear o  $n^{\circ}$ .

(Traduzido por M. Isabel Bujes) •

Referências:

Elementary School Mathematics  
Teacher's Edition  
Autores: Eicholz, O'Daffer, Blumfiel e Shanks  
Cap.: Mathematics Text for Teachers - pag. 409.

PARES DE NÚMEROS, FRAÇÕES E NÚMEROS RACIONAIS

Qualquer discussão cuidadosa sobre o desenvolvimento das idéias sobre o número precisa fazer a clara diferenciação entre o conceito de número propriamente dito e os símbolos encontrados para representá-lo. Somente muito após a invenção dos conceitos de número o homem formalizou sua compreensão intuitiva da idéia de número ao escolher símbolos para eles e ao desenvolver meios para usar estes símbolos - que são nossas regras de cálculo.

Para se comunicar com os outros, a criança precisa aprender símbolos para a idéia que tem do número. Em poucos anos ela precisa adquirir "ferramentas matemáticas" que o homem adquiriu laboriosamente no decorrer de um período de muitos anos.

Vamos examinar, pela observação de um conjunto de objetos, o modo pelo qual as idéias de nº racional surgiram do mundo físico.

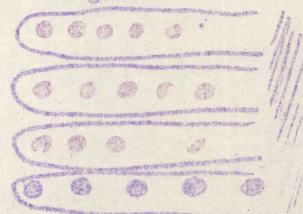
Suponhamos que lhe seja dito que há um conjunto de bolinhas, três quartos das quais são rosa. Se lhe pedirem para desenhar uma representação deste conjunto, você não saberá quantas bolinhas incluir, podendo representar o conjunto - como nas figuras A e B

Se você o desenhou o conjunto A, poderá dizer: "Não sei quantos conjuntos de 4 bolinhas há, mas em cada conjunto de 4 bolinhas, 3 são rosas."

Conjunto A



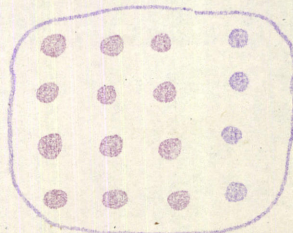
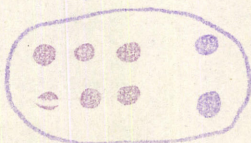
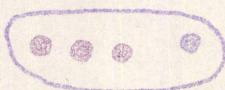
Conjunto B



Se desenhou o conjunto B, poderá dizer: "Há 4 conjuntos de bolinhas, com mesmo nº de bolinhas em cada conjunto. Não sei quantas bolinhas há em um conjunto, mas em 3 dos 4 conjuntos as bolinhas são rosas".

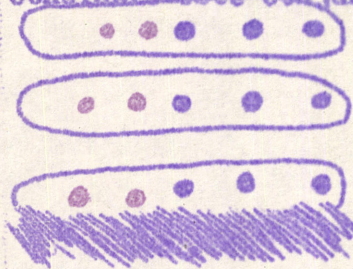
O termo três quartos se refere ao conceito de um número racional o qual pode ser associado a muitas e diferentes situações físicas.

Portanto, a afirmação: "três quartos das bolinhas são rosa" pode se referir a qualquer dos conjuntos de bolinhas desenhados abaixo.

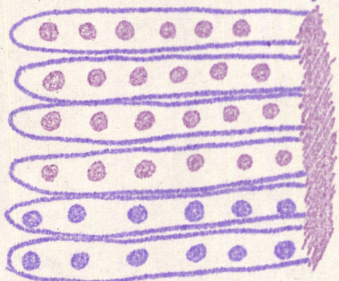


EXERCÍCIOS:

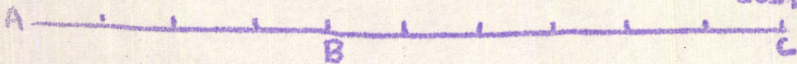
1) ~~Considere este conjunto~~



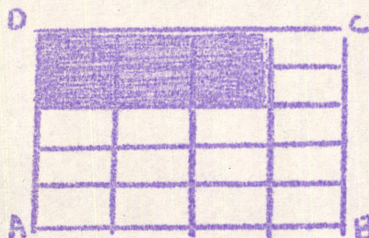
2) Considere estes conjuntos (cada conjunto contém o mesmo nº de elementos).



3) Considere este segmento de linha.



4) Considere a região ABCD.



a) Qual o par de números inteiros sugerido pelas bolinhas rosa e pelo número total de bolinhas?

b) Escreve a fração associada ao par de nºs. do exercício a.

c) Dá 3 outras frações para o nº racional sugerido.

a) Qual o par de números inteiros sugerido pelos conjuntos de bolinhas rosa e o nº total de conjuntos?

b) Escreve a fração associada com o par de número do exercício a.

c) Dá 3 outras frações para o número racional sugerido.

a) Que par de nºs. inteiros é sugerido pelos pontos da subdivisão quando comparados os comprimentos dos segmentos AB e AC ?

b) Escreve o símbolo fracionário com o par de nºs anterior.

c) Escreve 3 outras frações para o número racional sugerido.

d) Se o comprimento do segmento AC é de 120 unidades, qual o comprimento do segmento AB ?

e) Se o comprimento do segmento AB é 20 unidades, qual o comprimento do segmento AC ?

a) Que par de nºs. inteiros é sugerido pela figura quando comparada à área da região sombreada com a área total da figura.?

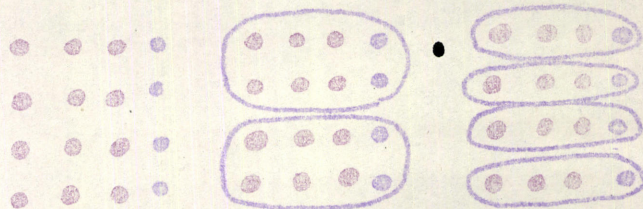
b) Escreve a fração associada com este par de números.

c) Escreve 3 outras frações para o nº racional sugerido.

d) Se a área da região ABCD é de 100 unidades quadradas, qual a área da região sombreada?

Realmente se lhe disserem que 3 das 4 bolinhas são rosa, ou 12 das 16 são rosa ou 6 das 8 são rosa, você saberá exatamente que conjunto representar. Entretanto, convem notar que se lhe pedirem para desenhar um conjunto de 16 bolinhas 12 das quais são rosa, poderá agrupá-las em qualquer um dos modos a lado e poderá fazer as seguintes afirmações:

- Doze dezesseis avos das bolinhas são rosa.
- Três quartos das bolinhas são rosa.



Apesar de 3 diferentes frações terem sido usadas para descrever a porção rosa das bolinhas, cada afirmação compara o mesmo conjunto de bolinhas rosa com o mesmo conjunto completo de bolinhas.

Isto chama a atenção para o principal conceito deste capítulo:

"Podemos ter 1 conjunto de objetos, alguns dos quais têm uma propriedade especial. Podemos comparar o nº de objetos no subconjunto que tem a propriedade com o nº total de objetos do conjunto, usando muitas expressões diferentes: três quartos, seis oitavos ...; e tendo apenas 1 conjunto. A relação entre o nº de objetos que têm a propriedade e o nº total de objetos não depende das pala vras especiais que usamos para descrever esta relação. Há exatamente 1 número para a relação e tôdas as expressões referem-se a esta relação".

Note que, em cada situação de um número racional, 3 idéias separadas estão entrelaçadas. A figura abaixo que mostra um conjunto de 12 bolinhas, 4 das quais são rosa, ilustra essas 3 idéias.

O conjunto de 12 bolinhas é agrupado para formar conjuntos menores de 3 bolinhas cada. Escrevemos o símbolo  $1/3$  e dizemos que um terço das bolinhas é rosa. Os três conceitos associados com essa situação física são:

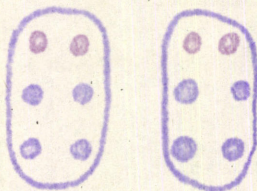


- 1) o par de número inteiros, 1 e 3
- 2) a fração  $1/3$
- 3) o número racional em si mesmo ( a idéia sugerida pela situação)

Uma dificuldade básica que ocorre continuamente quando os alunos atendem para os conceitos principais da matemática é sua confusão entre a idéia, de nº e os símbolos para estas idéias. Uma vez que temos a idéia, inventamos símbolos e assim podemos comunicá-la aos outros. O nº racional um terço não é uma notação no papel nem uma palavra. É uma idéia que nós associamos a muitos símbolos diferentes.

... - 4 -  
Note que se o conjunto de 12 bolinhas é agrupado em 2 conjuntos de 6 bolinhas com 2 bolinhas rosa em cada conjunto de 6, é natural extrair da mesma situação físicas:

- 1) o par de nº 2, 6
- 2) a fração  $2/6$
- 3) a idéia de nº sugerida por  $2/6$



Obtemos um novo par de nº inteiros e escrevemos uma nova fração. Temos, assim, 2 frações (1 para cada dos 2 desenhos acima) mas apenas 1 nº racional. Podemos também obter a fração  $4/12$  para este conjunto.

Existem muitas frações diferentes para cada nº racional e podemos usar cada uma delas para nomear o número.

(traduzido por M. Isabel Bujes).--