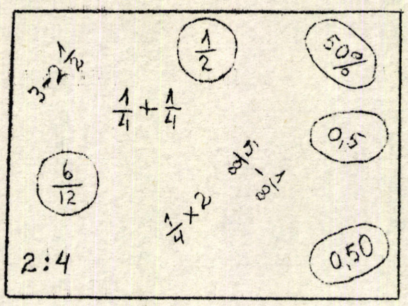

O número racional um meio.

Exercícios:

1. Escreva cinco frações que representem o mesmo número racional que o representado pela fração dada. Escreva dois decimais e uma porcentagem que represente o número racional.

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{1}$ (c) $\frac{8}{4}$ (d) $\frac{6}{6}$ (e) $\frac{9}{12}$ (f) $\frac{0}{5}$

2. Os números inteiros são números racionais? [Sugestão: Olhe cuidadosamente para (b), (d) e (f) acima.]

3. Escreva frações que representem a soma dos seguintes números racionais:

(a) $\frac{2}{10} + \frac{7}{100}$

(b) $\frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1,000}$

(c) $\frac{1}{1000} + \frac{9}{10}$

(d) $\frac{3}{100} + \frac{1}{10.000}$

(e) $\frac{4}{1} + \frac{7}{10} + \frac{3}{1.000}$

(f) $\frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{10}{1,000}$

(g) $\frac{17}{10} + \frac{24}{100} + \frac{60}{1.000}$

4. Escreva decimais que representem as somas dos números racionais no Exercício 3 (Sugestão: $\frac{2}{10} + \frac{7}{100} = \frac{27}{100} = 0,27$).

5. Escreva porcentagens que representem somas de números racionais no Exercício 3.

6. Quando falamos de "numerais mistos" estamos falando sôbre uma maneira particular de escrever um símbolo numérico. Naturalmente, êstes "numerais

. . . .

. . . .

mistos" ~~representam números~~ racionais representados pelo seguinte:

(a) $2\frac{1}{2}$ (b) $6\frac{1}{5}$ (c) $4\frac{1}{6}$ (d) $0\frac{2}{3}$ (e) $3\frac{0}{2}$ (f) $0,5\frac{1}{2}$

Trabalhando com decimais é importante que você compreenda que êles são simplesmente representações convenientes para números racionais. No Exercício 3 (a) acima lhe foi pedido para adicionar os números racionais $\frac{2}{10}$ e $\frac{7}{100}$.

Isto poderia ter sido apresentado "Adicionar os números racionais 0,2 e 0,07". A questão é saber quando podemos dizer se uma fração e um decimal representam o mesmo número racional. Isto é simplesmente uma questão de convenção. Isto é, convencionamos que:

$$\frac{3}{10} = 0,3 \qquad \frac{3}{100} = 0,03$$

$$\frac{3}{1.000} = 0,003 \qquad \frac{3}{10.000} = 0,0003, \text{ etc.}$$

Além disso, convencionamos que:

$$0,5762 = \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1.000} + \frac{2}{10.000}$$

ou

$$0,5762 = 0,5 + 0,07 + 0,006 + 0,0002.$$

Você está familiarizada com estas convenções. Chamamos atenção para elas simplesmente para enfatizar que "isto é meramente uma questão de convenção no uso dos símbolos". Naturalmente a notação decimal foi criada porque é um meio muito útil para representar números racionais. Esta utilidade é melhor ilustrada examinando algumas das interessantes relações existentes entre a notação fracionária e a decimal.

Você já está familiarizada com o fato de que $\frac{3}{5} = 3 : 5$ e você sabe que quando se divide 3 por 5 você obtém a representação decimal do número racional $\frac{3}{5}$.

. . . .

Exercícios:

1. Como no exemplo acima, ~~escreva~~ cada um dos seguintes exercícios como uma soma dos números racionais, usando primeiro notação fracionária e depois a notação decimal.

(a) 0,26 (b) 0,543 (c) 0,2037 (d) 0,68032

2. Escreva decimais para os seguintes números racionais.

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

(b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \frac{1}{3125}$

(c) $\frac{1}{80}, \frac{1}{500}, \frac{1}{200}, \frac{1}{1600}$.

3. Escreva decimais que representem os números racionais dados. Faça cada divisão até você encontrar uma forma padronizada.

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{7}$ (d) $\frac{1}{11}$ (e) $\frac{1}{13}$ (f) $\frac{2}{7}$

(g) $\frac{4}{7}$ (h) $\frac{1}{99}$ (i) $\frac{1}{999}$ (j) $\frac{1}{9999}$ (k) $\frac{7}{99}$ (l) $\frac{35}{999}$

4. Decimais que representam números racionais tem uma interessante propriedade. Estude suas respostas para os exercícios 2 e 3 para ver se você pode descobrir esta propriedade.

5. Cada um dos seguintes decimais representa um número racional. Dê um nome fracionário para cada número. Os pontos após cada decimal indicam / que a forma é repetida continuamente.

(a) 0,333... (b) 0,111...

(c) 0,7777... (d) 0,5555...

(e) 0,010101... (f) 0,03030303...

(g) 0,121212... (h) 0,001001001001...

(i) 0,148148...

6. Represente um decimal que não se repete. Você pensa que há uma representação fracionária para êste número?

Se você trabalhou os exercícios 4 e 5, talvez tenha chegado às se-

....

guintes conclusões:

(1) Cada número racional pode ser representado por um decimal no / qual um certo dígito ou grupo de dígitos se repete continuamente.

(2) Cada decimal periódica é uma representação para um número racional.

Faça a questão (1) no caso de um número racional tal como $\frac{3}{8}$ desde que $\frac{3}{8} = 0,375$. Nêste caso nós consideramos o zero como a parte que se repete do decimal. Por isso:

$$\frac{3}{8} = 0,3750000\ldots$$

Exercício.

Dê um argumento convinoente de que todo número racional tem uma representaçãó decimal periódica.

Depois de termos estudado um pouco de Àlgebra, seremos capazes de mostrar que tôda decimal periódica representa um número racional. Sem os "instrumentos" da Àlgebra, isto é difícil provar. Talvez você tenha pensado em um processo de provar isto; se você o tem, verifique seus resultados com seu professor.

Outro processo útil de representar núme4os racionais é pensar sòmente numa fração que tenha denominador 100. Seguidamente quando decidimos chamar atenção para esta designação particular, omitimos o denominador e colocamos o símbolo "%" depois do numerador. Por exemplo,

$$\frac{75}{100} = 75\%, \quad \frac{37}{100} = 37\%$$

Naturalmente, nem todo número racional é um número inteiro de centésimos. Quando estamos trabalhando com percentagem, calculamos como abaixo:

$$\frac{3}{8} = \frac{375}{1.000} = \frac{37\frac{1}{2}}{100} = 37\tfrac{1}{2}\%,$$

$$\frac{1}{3} = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = 33\tfrac{1}{3}\%$$

.....

Usamos a divisão para substituir símbolos fracionários por símbolos de percentagem. Se o denominador de uma fração é 2,4,5,10,20,25,50 ou 100, o trabalho pode ser realizado mentalmente, para

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%, \quad \frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 125\%, \quad \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%.$$

Para outros denominadores que não sejam êstes é realmente mais fácil calcular a percentagem por divisão. Por exemplo, a fração $\frac{3}{11}$ pode ser mudada para uma percentagem como abaixo.

$$\begin{array}{r} 0{,}27 \\ 11\overline{)3{,}00} \\ \underline{2\ 2} \\ 80 \\ \underline{77} \\ 3 \end{array}$$

Vemos desta divisão que:

$$\frac{3}{11} = \frac{27\frac{3}{11}}{100} \quad 27\frac{3}{11}\%.$$

Exercícios:

1. Cada fila na seguinte tabela dá um nome de um número racional. Complete outras designações comuns.

	Fração	Forma decimal	Porcento
(a)	$\frac{1}{2}$		
(b)		0,75	
(c)			30 %
(d)		0,3333...	
(e)	$\frac{2}{5}$		
(f)			25 %
(g)	$\frac{3}{8}$		
(h)			$12\frac{1}{2}$ %
(i)	$\frac{17}{100}$		
(j)		0,025	
(k)			$4\frac{1}{2}$ %
(l)		0,06666...	
(m)	$\frac{0}{5}$		
(n)		3,3333...	
(o)	$\frac{7}{7}$		
(p)			$9\frac{1}{11}$ %
(q)			0,02 %

....

2. Adicione os números racionais 50% e $\frac{3}{4}$; 150% e 2.

3. Multiplique os números racionais 1,5 e $\frac{2}{3}$.

4. Divida o número racional $\frac{3}{1}$ por 25%.

2. HABILIDADES ARITMÉTICAS.

Se você para a pensar sôbre tôda a aritmética que você faz fora do seu trabalho escolar, você provàvelmente concluirá que grande parte dela é aritmética mental, isto é, cálculo sem ajuda de lápis e papel. Os exercícios desta secção estão divididos em dois grupos: aqueles que devem ser feitos mentalmente e aqueles que geralmente requerem trabalho escrito.

Recorde que, no exercício mental, você usará lápis e papel sòmente para escrever suas respostas. Todos os cálculos devem ser efetuados sem êles.

Em todos os exercícios você trabalhará rápida e exatamente. Embora a exatidão seja a mais importante, é desejável que você aprenda a calcular ràpidamente. Ainda que a rapidez não seja uma necessidade mais significativa, você estará limitado na totalidade da Matemática, e você pode aprender num dado período de tempo caso você se treine para pensar ràpidamente.

Exercício mental

1. Adição (5 minutos)

(a) $7 + 6 + 8 + 3 + 1 + 9 + 8$ (b) $4 + 9 + 6 + 7 + 2 + 5 + 9$

(c) $14 + 15 + 10 + 11 + 16$ (d) $8\frac{1}{2} + 6 + 2\frac{1}{2} + 9 + 7$

(e) $6 + 3\frac{1}{2} + 9 + 4\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2}$ (f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ (h) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

(i) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 6\frac{1}{2}$ (j) $28\frac{1}{2} + 34\frac{3}{4}$

....

(k) $5280 + 7999$ (l) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$

(m) $1523 + 2999 + 3999$ (n) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

(o) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ (p) $3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{3} + 5\frac{1}{6}$

(q) $6\frac{1}{2} + 8\frac{1}{4} + 9\frac{1}{8}$ (r) $3{,}75 + 6{,}5 + 8{,}25 + 7{,}5$

(s) $3{,}5 + 4{,}25 + 7{,}125$ (t) $327 + 642 + 826$

2. Subtração (4 minutos)

(a) $28 - 7$ (b) $56 - 22$ (c) $87 - 37$

(d) $55 - 28$ (e) $156 - 67$ (f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

(g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (h) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ (i) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

(j) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ (k) $3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{2}$ (l) $3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$

(m) $6\frac{1}{4} - 3\frac{3}{8}$ (n) $5.280 - 3.999$ (o) $6.524 - 4.998$

(p) $7.000 - 1.286$ (q) $58\frac{1}{4} - 27\frac{1}{2}$ (r) $75\frac{3}{4} - 29\frac{1}{2}$

(s) $325\frac{1}{8} - 132\frac{1}{2}$

3. Multiplicação (4 minutos)

(a) 2×250 (b) 4×125 (c) 8×25

(d) $3 \times 33\frac{1}{3}$ (e) $2 \times 66\frac{2}{3}$ (f) 3×26

(g) 4×24 (h) 5×19 (i) 12×51

(j) $7 \times 8 \times 2 \times 2$ (k) $13 \times 2 \times 1 \times 4$ (l) $51 \times 8 \times 2$

(m) $31 \times 28 \times 0 \times 37$ (n) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

(o) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$ (p) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(q) $\frac{1}{2} \times 28{,}64$ (r) $\frac{1}{2} \times 36\frac{4}{5}$

(5) $\frac{1}{2} \times 37\frac{3}{5}$ (t) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

. . . .

. . . .

~~4. Divisão (3 minutos)~~

(a) $24 : 2$ ~~(b) $24 : 1$~~ (c) $24 : \frac{1}{2}$

(d) $24 : 4$ (e) $24 : \frac{1}{4}$ (f) $0 : 2$

(g) $0 : \frac{1}{2}$ (h) $17 : 2$ (i) $17 : 4$

(j) $17 : \frac{1}{2}$ (k) $17 : \frac{1}{4}$ (l) $10 : 2\frac{1}{2}$

(m) $100 : 2\frac{1}{2}$ (n) $1 : 2\frac{1}{2}$ (o) $5 : \frac{1}{2}$.

(p) $5 : \frac{1}{4}$ (q) $5 : \frac{1}{8}$ (r) $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$

(s) $28\frac{4}{7} : 7\frac{1}{7}$ (t) $36\frac{3}{4} : 6$

5. Miscelânea (Efetue as operações na ordem da esquerda para a direita).

(10 minutos)

(a) $24 + 6 \times 2 : 3$ (b) $3\frac{1}{2} \times 2 \times 3 : 6$

(c) $20 - 2 \times 2 + 2 : 2$ (d) $36 + 2 \times 2 - 2 : 2$

(e) $6\frac{1}{4} \times 8 \times 4 : 25$ (f) $6\frac{1}{4} : 2 \times 3$

(g) $256 \times 10 + 256$ (h) $256 \times 10 - 256$

(i) $720 : 8 \times 8$ (j) $5.624 + 2.307 - 2.307$

(k) $66{,}012 : 3 \times 2$ (l) $32 - 17 : 3 \times 20 - 8$

(m) $79 \times 2 + 2 \times 2$ (n) $16\frac{1}{2} \times 2 \times 3$

(o) $10 : 2 : \frac{1}{2}$ (p) $35 + 75 : 11 - 10$

(q) $15 : \frac{1}{2} \times 2$ (r) $72{,}8 \times 100 : 10$

(s) $0{,}062 \times 1.000 \times 2 + 76$ (t) $7.800 : 100 \times 2 + 4$

EXERCÍCIO ESCRITO

A. Decimais.

1, Adição

(a) 5,28	(b) 528,6	(c) 6,333	(d) 64,37	(e) 89,234
6,[illegible]	923,1	8,214	85,73	65,872
5,14	875,4	7,569	92,14	60,754
7,65	62[illegible],0	8,387	[illegible],67	82,092
3,91	731,4	9,265	54,08	16,057

. . . .

....

2. Subtração

(a) $\begin{array}{r}35,8\\ 23,5\\ \hline\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}3,672\\ 3,672\\ \hline\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}0,8050\\ 0,1705\\ \hline\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}61,850\\ 33,865\\ \hline\end{array}$ (e) $\begin{array}{r}39,2863\\ 25,4295\\ \hline\end{array}$

3. Multiplicação

(a) $\begin{array}{r}32,86\\ 0,07\\ \hline\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}2,8\\ 9,6\\ \hline\end{array}$ (c) $\begin{array}{r}3,49\\ 24\\ \hline\end{array}$ (d) $\begin{array}{r}58,64\\ 3,5\\ \hline\end{array}$ (e) $\begin{array}{r}19081\\ 3,18\\ \hline\end{array}$

4. Divisão

(a) $0,07\overline{)2555}$ (b) $3,4\overline{)98,6}$ (c) $24\overline{)103,68}$

(d) $3,1\overline{)199,237}$ (e) $206\overline{)55657,08}$

B. Frações

1. Adição

(a) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{5} + \frac{0}{4}$ (c) $6\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ (e) $2\frac{3}{8} + 3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{4}$

2. Subtração

(a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{5} - \frac{0}{4}$ (c) $6\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$ (d) $\frac{7}{12}\quad\frac{1}{8}$

(e) $4\frac{1}{3} - 2\frac{3}{8}$

3. Multiplicação

(a) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{8} \times \frac{2}{2}$ (c) $6\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{8}$ (d) $\frac{5}{16}\quad\frac{4}{5}$ (e) $8\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{4}$

4. Divisão

(a) $\frac{3}{16} : \frac{1}{3}$ (b) $\frac{7}{8} : \frac{8}{8}$ (c) $7 : \frac{1}{7}$ (d) $6\frac{7}{8} : \frac{5}{4}$ (e) $3\frac{1}{3} : 4\frac{2}{5}$

C. Miscelânea

1. Adição

(a) $\begin{array}{r}42\\ 26\\ 71\\ \hline\end{array}$ (b) $\begin{array}{r}70,24\\ 69,13\\ 97,36\\ 78,21\\ \hline\end{array}$

....

....

....

(c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

(d) $7\frac{3}{4}$
$2\frac{1}{8}$
$6\frac{1}{2}$

(e) 0,73 + 0,45 + 0,57

(f) 65,02 + 384,6 + 3,029

2. Subtração

(a) 73.. − 289 (b) 60,69 − 24,67 (c) 56 − 37,57 (d) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ (e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

(f) 57 - 47,35 (g) 612 − $237\frac{2}{3}$ (h) 384,6 - 65,02

3. Multiplicação

(a) 685 × 5 (b) 9,53 × 53 (c) 535 × 460 (d) $482\frac{3}{4}$ × $79\frac{3}{4}$ (e) 100 x 4.27

(f) 9,36 × 8,4 (g) 9,74 × $2\frac{3}{4}$ (h) 47.08 × 0.048 (i) 62% x 1.324

(j) 35,06 x 105% (k) $\frac{3}{8}$ x 50% (l) $6\frac{2}{3}$ x $16\frac{2}{3}$ % (m) $6\frac{2}{3}$ x $4\frac{1}{4}$

4. Divisão

(a) 4)8.452 (b) 6)54,30 (c) 78)50.232 (d) $\frac{3}{8} : \frac{1}{3}$

(e) 900 : 100 (f) $3\frac{1}{4}$: 6 (g) 1,59)844,29 (h) 48)15.2..

-.-.-.-. -.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

NOTA DA EQUIPE DE MATEMÁTICA.

Este livro não está totalmente dentro da linha da Matemática Reformulada, foi escrito num período de transição, mas faz um ótimo tratamento dos conteúdos matemáticos que apresenta e serve como subsídio para uma discussão bem orientada.

Tradução de: MARIA AGUEDA DE OLIVEIRA FREITAS

Revisão e adaptação de: LEDA SPERB LOPES
RACHEL WAJNER
ZILÁ MARIA GUEDES PAIM