## CONCEITO DE OPERAÇÃO

Operar é agir e tôda ação tem um resultado, por isso operação é uma ação com resultado. Quando porém falamos operação no N, chegamos ao conceito mais objetivo de que a ação feita é entre números naturais aos quais associamos um terceiro também natural, mediante uma lei ou regra. Nesta operação entre números, ao par associado damos o nome de "têrmos" e ao terceiro resultante do uso da lei, dá-se o nome de "resultado".

## ADIÇÃO

conj. disjuntos

A operação adição baseia-se na operação Reunião entre conjuntos, pois associa ao par de números naturais dados, um terceiro que representa o número de elementos do conjunto reunião. Suponhamos:

$A = \{1,2\}$

$B = \{3,4,5\}$ $\qquad A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$

Nº de elementos de A = 2

Nº de elementos de B = 3 Pela operação adição temos $(2,3) \to 5$

Na operação adição os têrmos são chamados <u>parcelas</u> e o resultado dá-se o nome de <u>soma</u>.

Esta operação é binária porque atua sôbre dois números naturais, resultando um terceiro número natural.

É uma lei de composição interna, porque dado um conjunto E qualquer, temos, para qualquer x e y $\in$ E, o resultado x + y também pertencente a E.

$$\forall \ x,y \in E \text{ — } (x+y) \in E$$

Uma lei de composição interna e definida no conjunto E é uma função ou aplicação de ExE, sôbre E.

PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DA ADIÇÃO :

1º - FECHAMENTO: " a soma de dois números naturais é sempre um número natural. Diz-se que o conjunto dos naturais é fechado para a operação adição, pois para qualquer $a \in N$ e $b \in N$ $(a+b) \in N$ " .

2º - COMUTATIVA: " a ordem das parcelas não influi na soma ", isto significa que trocando-se a ordem das parcelas, a soma obtida é sempre a mesma ". Ex: $3+4 = 4+3$

Na prática, usando a tábua reconhecemos que a operação é comutativa quando os pontos eqüidistantes da linha diagonal traçada no eixo principal são simétricos.

3º - ELEMENTO NEUTRO: "é o número que adicionado a outro, em qualquer ordem, dá para soma êsse outro número". Na adição êsse elemento é o zero. Ex: $0+4 = 4+0$

Na tábua prova-se a existência de elemento neutro quando na primeira linha vertical e horizontal se repete o conjunto dos elementos.

Diz-se, então que para qualquer $a \in N$ temos que $a + 0 = a$

4º - " a adição de três números naturais pode ser feita associando-se o resultado das duas primeiras a uma terceira e assim por diante.

Ex: $2+2+3 = (2+2) \quad 3$

Esta é a propriedade ASSOCIATIVA.

TÁBUA DA ADIÇÃO

| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ... |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| 6 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | |
| 7 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| ⋮ | | | | | | | | | |

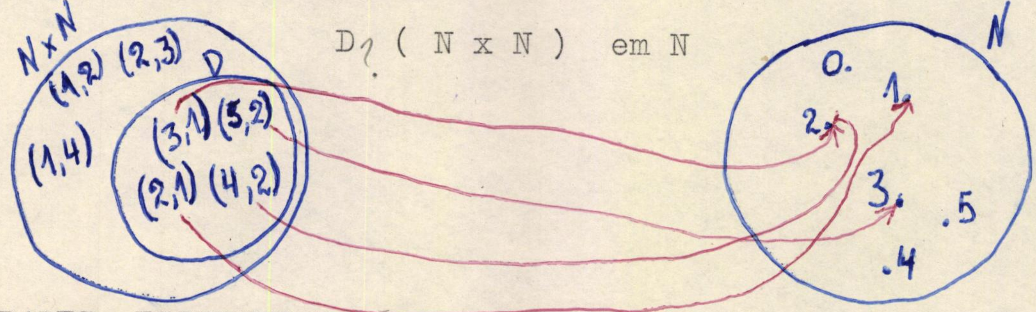
## OPERAÇÃO INVERSA DA ADIÇÃO: <u>SUBTRAÇÃO</u>

É a operação que permite encontrar, ao associar dois números naturais em certa ordem, a um terceiro que adicionado ao segundo, dá como resultado, o primeiro.

A operação de conjuntos que fundamenta a subtração é a Complementação e pode ser exemplificada de diversas maneiras, através de vários conjuntos em que um conjunto seja subconjunto do outro.

A subtração no conjunto dos N não é uma aplicação de NxN; em N ela pode ser considerada aplicação de D (subconjunto de NxN em N sendo D um conjunto de pares ordenados tais que o 1º elemento é um número igual ou maior que o 2º elemento. em N

D ? ( N x N ) em N




PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DA SUBTRAÇÃO:

1º - No conjunto dos N, não goza da propriedade <u>fechamento</u> porque nem sempre associando um par de números Naturais quaisquer encontraremos um número natural que represente a diferença entre êles.

Sendo a ´ b, se associarmos o par (a,b) mediante a inversa da adição, o resultado não pertence ao conjunto dos N.

2º - Não é <u>comutativa</u> porque a ordem dos elementos no par agora interessa. Ex.: $(3,2) \neq (2,3)$ mediante a lei subtração.

3º - Não é <u>associativa</u> pois $6 - (4-2) \neq (6-4) - 2$

4º - Não possui <u>elemento neutro</u> porque enquanto existe resultado para 5 - 0, não existe resultado para, dentro do conjunto dos naturais, 0 - 5 .

CONDIÇÃO DE POSSIBILIDADE DA SUBTRAÇÃO DOS NATURAIS É QUE O MINUENDO SEJA MAIOR OU IGUAL QUE O SUBTRAENDO; da definição de diferença deduzimos que se $m - s = r \longrightarrow r ´ s = m$

PRINCÍPIOS GERAIS DA SUBTRAÇÃO-

1º - Se aumentarmos o minuendo, determinará uma alteração no resto no mesmo sentido.

2º - Sempre que alterarmos o subtraendo, o resto estará alterado, da seguinte forma: aumentando o subtraendo o resto diminuirá e diminuindo o subtraendo o resto aumentará.

3º - Se a alteração do subtraendo e do minuendo fôr no mesmo sentido e da mesma quantidade, o resto permanecerá o mesmo.

TÁBUA DA SUBTRAÇÃO

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 1 | 1 | 0 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| 2 | 2 | 1 | 0 | ? | ? | ? | ? | ? |
| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 | ? | ? | ? | ? |
| 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | ? | ? | ? |
| 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | ? | ? |
| 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | ? |
| 7 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

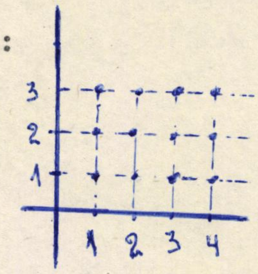
## OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO

Produto Cartesiano é a parte da Matemática Reformulada, na Teoria dos Conjuntos, que fundamenta a multiplicação:

n(A) = 3

n(B) = 4

n(AxB) = 12




Produto de dois números naturais é a propriedade numérica do produto Cartesiano de dois conjuntos quaisquer que possuem respectivamente por propriedade numérica os números dados.

Multiplicação é a operação que a cada par ordenado de nº naturais, faz corresponder o produto do primeiro pelo segundo.

Assim: (5,3) ⟶ 15

fatores produto

O número de par ordenado chama-se fatôres da multiplicação: o 1º elemento chama-se multiplicando e o 2º elemento , multiplicador, o resultado chama-se produto.

A multiplicação sempre é possível.

PROPRIEDADES ESTRUTURAIS:

1º - FECHAMENTO: goza desta propriedade a multiplicação porque o produto de dois nº naturais é sempre um número natural. Ex. : 4 x 5 = 2o

2º - COMUTATIVA: goza desta propriedade porque a ordem dos fatôres não altera o produto. Ex. : 4 x 5 = 20 ⟶ 5 x 4 = 20

3º - ELEMENTO NEUTRO: da multiplicação é o 1, porque operando com êste número, a direita ou a esquerda de qualquer nº natural mediante a multiplicação, permanecerá o mesmo número natural.

4º - ASSOCIATIVA : a multiplicação de três números naturais pode ser feita associando-se os dois primeiros ou os dois últimos fatores.

Ex: (5 x 3) x 8 = 5 x (3 x 8)

5º - DISTRIBUTIVA- goza desta propriedade, em relação à adição ou à subtração. Para se multiplicar um número por uma soma indicada, ou diferença pode-se multiplicar o número pelos têrmos da soma ( ou diferença ) e ~~ou~~ adicionar ou subtrair os produtos obtidos. Isto significa que a multiplicação se distribui pelos têrmos de uma adição ( ou subtração ).

Ex: 4 x ( 5 + 3 ) = ( 4 x 5 ) + ( 4 x 3 )

REGRAS DA MULTIPLICAÇÃO: - casos especiais -

a) produto de vários fatôres-

- multiplica-se o 1º fator pelo 2º, e o produto dêste pelo terceiro e assim por diante, sucessivamente.

- multiplicação de 2 produtos indicados - $(3 \times 4 \times 2) \times (5 \times 8) =$ transforma-se em produto de vários fatôres e emprega-se a regra anterior.

Ex: $(a \times 5) \times (2 \times 5) = a \times 5 \times 2 \times 5$

c) multiplicação de um produto indicado por um número natural.

$(2a \times b) \times 2 = 4ab$, basta multiplicar apenas um dos fatôres do produto indicado pelo número natural. Ex. : $(3 \times 5 \times 2) \times 4 = = (3 \times 4) \times 2 \times 5$.

d) multiplicação de duas somas indicadas : $(a + b)\ (c + d) = ac + ad + bc + bd$

Cada parcela da 1º soma por tôdas da outra soma e adiciona-se os produtos;

TÁBUA DA MULTIPLICAÇÃO

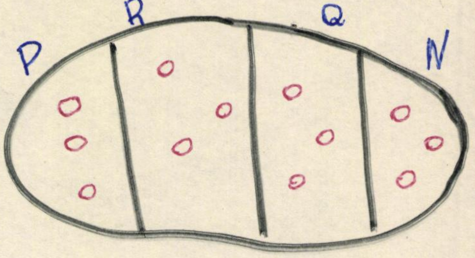
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
| 3 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 |
| 4 | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |
| 5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
| 6 | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 |
| 7 | 0 | | | | | | | |

OPERAÇÃO DIVISÃO

A divisão fundamenta-se na Partição regular de um conjunto.

Partição regular é quando os subconjuntos são formados pelo mesmo cardinal.

(n) P = n (R) = n (Q) = n(N)




Divisão é a inversa da multiplicação.

Divisão de dois números naturais, dados em certa ordem, é a operação que permite encontrar o quociente dêsses números. O resultado da operação, chama-se quociente os têrmos, chamam-se: o primeiro é o dividendo e o segundo elemento do par é o divisor.

Pela tábua da multiplicação, é fácil ver, fazendo caminho inverso.

Usando o conhecido símbolo $\equiv$ de equivalência entre dois números, temos que 20 : 4 = 5 $\equiv$ 4 x 5 = 20

Nem sempre é possível encontrar o quociente entre dois números naturais a e b, usando o conjunto Universo dos Naturais. É necessário que o primeiro dêles, o dividendo, seja múltiplo do segundo ( divisor), para que exista quociente. Ex.: 20 : 3 = ?

ZERO É O ELEMENTO IMPOSSÍVEL DA DIVISÃO.

CASOS PARTICULARES:

- se o dividendo é zero ( e o divisor , diferente de zero), então o quociente é zero. 0 : 5 = 0 porque 0 x 5 = 0
- se o dividendo e o divisor são iguais entre si , então o quociente é 1. Ex.: 8 : 8 = 1 porque 1 x 8 = 8
- se o divisor é igual a 1 , então o quociente é igual ao dividendo. Ex.: 9 : 1 = 9 porque 1 x 9 = 9

PROPRIEDADES ESTRUTURAIS:

1º - FECHAMENTO- não goza da propriedade de fechamento pois nem sempre qualquer par de nº naturais associados mediante a divisão encontrará no conjunto dos naturais um correspondente ao resultado da divisão dos dois primeiros. Ex.: 3: 4 = $\overset{?}{\ldots}$ não encontramos dentro do conjunto dos N.

2º - COMUTATIVA - não goza da propriedade comutativa porque 4:2$\neq$2:4

3º - ASSOCIATIVA - não é associativa porque (8 : 4) : 2 $\neq$ 8 : (4 : 2 )

4º - ELEMENTO NEUTRO - não possui elemento neutro porque não existe ne nhum número que operado à direita ou à esquerda não altere o número da do.

5º - DISTRIBUTIVA - possui a propriedade distributiva em relação à adição e à subtração, porém só num sentido, operando para a direita.

Ex: $( 15 + 18 ) : 3 = ( 15 : 3 ) + ( 18 : 3 )$

PRINCÍPIOS DA ~~SUBTRAÇÃO~~: Divisão ?

1º - Multiplicando o dividendo e o divisor por um mesmo número natural diferente de zero, verificamos que o quociente não se alterou, mas que se a divisão era inexata o resto também ficou multiplicado do mesmo nº natural.

| | | |
|---|---|---|
| $19 \; \underline{\vert 6}$ | $19 \times \underline{2} = 38$ | $38 \; \underline{\vert 12}$ |
| $1 \quad 3$ | $6 \times \underline{2} = 12$ | $\underline{2} \quad 3$ |

2º - Dividindo o dividendo e o divisor pelo mesmo número natural, o quociente não se altera, mas se a divisão fôr inexata o resto ficará dividido pelo mesmo número natural.

| | | |
|---|---|---|
| $45 \; \underline{\vert 6}$ | $45 : \underline{3} = 15$ | $15 \; \underline{\vert 2}$ |
| $3 \quad 7$ | $6 : \underline{3} = 2$ | $\underline{1} \quad 7$ |

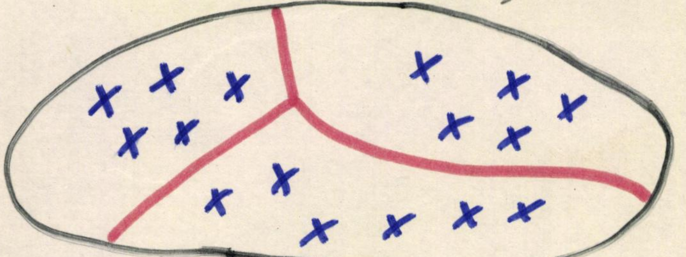
3º- Há uma variação do quociente - diretamente com o dividendo e inversamente com o divisor:

- se deixarmos o divisor fixo e aumentarmos o dividendo, aumentará o quociente e se diminuir-mos o dividendo, diminuirá o quociente.
- se deixarmos o dividendo fixo e variarmos o divisor, o quociente variará também. Só que, agora, quando o divisor aumenta, o quociente diminui quando o divisor diminui, o quociente aumenta.

DIVISÃO PARTITIVA

Chama-se divisão partitiva quando conhecemos o número de elementos e vamos determinar quantos elementos haverá em cada grupo formado.

Ex.: $N(A) = 15$

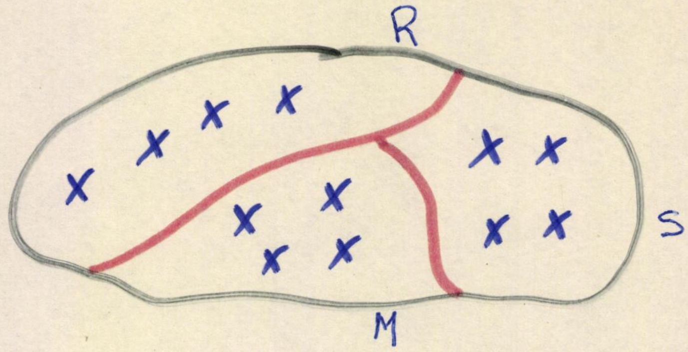


DIVISÃO MEDIDA

Dá-se o nome de divisão medida quando se conhece a propriedade numérica de cada conjunto, e vou determinar o número de subconjuntos que consegui formar .

Ex.: $\dfrac{n(A)}{n(B)} = n(R) = n(S) = n(N)$

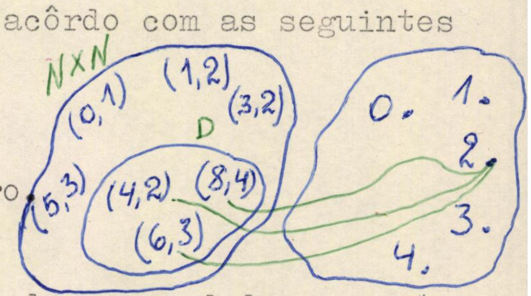
12 : 4 = 3 = n( M, R, S )




DIVISÃO não é considerada uma aplicação de NxN em N porque nem para todo par ordenado de NxN corresponde um Q ( quociente ) pertencente a N. Pode ser considerado uma aplicação de NxN em N se considerarmos D como subconjunto de NxN.

$D \subset NxN$ em N sendo $(a,b) \in D$, organizado de acôrdo com as seguintes condições:

- o primeiro elemento deve ser múltiplo do 2º.
- o segundo elemento do par deverá ser $\neq$ de zero.




DIVISÃO APROXIMADA de um nº natural diferente de zero, dado em certa ordem é a operação que tem por fim determinar o maior número que multiplicado pelo segundo dê um resultado menor que o primeiro.

Chama-se quociente do primeiro pelo segundo, quando num par ordenado, em que o segundo elemento, diferente de zero, o maior número que multiplicado pelo segundo dá um produto menor ou igual ao primeiro.

**Tábua da Divisão**

| : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | | | | |
| 3 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | | | | |
| 4 | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | | | | |
| 5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

? ? ?

# Tábua da divisão

| : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ? | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | ? | 1 | ? | ? | ? | |
| 2 | ? | 2 | 1 | ? | ? | |
| 3 | ? | 3 | ? | ? | ? | |
| 4 | ? | 4 | ? | ? | 1 | |
| 5 | ? | 5 | ? | ? | ? | |
| ⋮ | | | | | | |

# RELATÓRIO DO TRABALHO EM GRUPO SÔBRE AS OPERAÇÕES

O trabalho foi realizado, realmente em grupo, pois reunimo-nos, consultamos as obras indicadas, discutindo o assunto, destacando as idéias principais, selecionando e finalmente elaborando a conclusão acompanhada de exemplos significativos que levassem a melhor compreensão do assunto.

No primeiro encontro foram lidos os capítulos sôbre a adição, subtração, multiplicação e divisão nas seguintes obras:

Matemática para o Ginásio

Curso de Matemática de Sangiorgi , além dos apontamentos de aula , sôbre a referida matéria em curso já realizado por uma das componentes.

Depois de lido tudo sôbre o assunto passamos a destacar e ordenar a matéria de acôrdo com o roteiro fornecido pela professôra de classe.

No segundo encontro selecionamos então e demos a forma para a redação das conclusões, ficando ainda para posterior estudo: os princípios da divisão, que não havíamos encontrado bem definidos nas obras consultadas.

No terceiro encontro lemos a redação final do trabalho e de acôrdo com pessoas fonte consultadas, elaboramos também os princípios da divisão.