

A CLASSIFICAÇÃO DAS RELAÇÕES

Uma relação é um conjunto de pares ordenados. Para formá-los nos servimos de um ou dois conjuntos iniciais e uma lei segundo a qual associamos os seus elementos. Podemos também dizer que uma relação é um sub-conjunto de um produto cartesiano.

As relações podem ser classificadas segundo vários critérios. Um deles é quanto suas propriedades

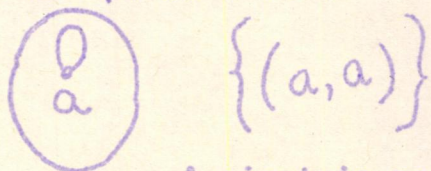
reflexiva

simétrica

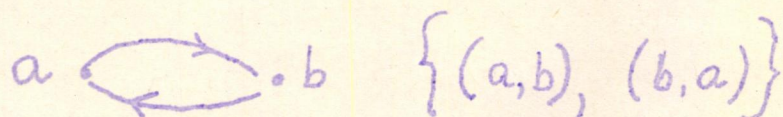
transitiva

que são possíveis de se realizarem quando os conjuntos de partida e de chegada são coincidentes.

A reflexividade se caracteriza pelo relacionamento de todo elemento consigo mesmo, que num esquema sagital (onde se usa flechas) aparece como uma laçada em cada ponto representativo dos elementos. Considerando os pares ordenados, a reflexividade se caracteriza pela presença entre eles, de tantos pares cujo 1º e 2º componentes são iguais, quantos são os elementos do conjunto em que se aplica a lei.



A simetria nos diz que, se um elemento se relaciona com um 2º, este 2º se relaciona com o 1º. São as flechas de ida e de volta no esquema.



A transitividade se refere às relações que, se apresentam os pares ordenados

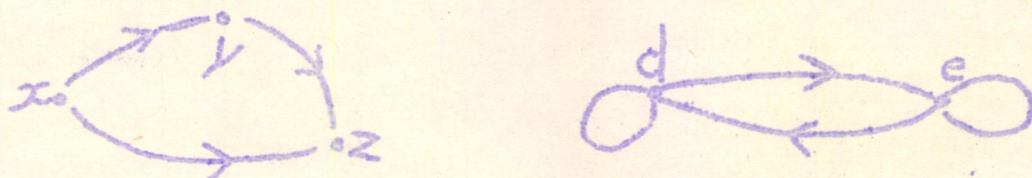
$$(x, y) \text{ e } (y, z)$$

apresentam também sempre o par

$$(x, z)$$

.

Os esquemas sagitais representativos da transitividade são:



É preciso observar bem este caso.

Há um caminho de "d" para "e"; um outro de "e" para "d"; portanto para que seja transitivo é preciso que haja de "d" para "d", ou seja a laçada em "d". Por outro lado, como se pode iniciar a trajetória partindo de "e", constatamos que há um caminho de "e" para "d"; outro de "d" para "e"; donde para que haja transitividade deve haver uma laçada em "e".

Uma relação que apresente no seu esquema representativo algo como o que se segue, não será transitiva.



Entretanto, se no esquema encontramos apenas , não temos nada que contrarie a transitividade. Esta nos diz que, se há 2 caminhos, deve haver um terceiro que me leve diretamente da 1a. posição à 3a. Mas se não há dois caminhos, não é feita nenhuma exigência.

(É útil que, em matemática, nos habituemos a observar rigorosamente o que dizem as definições. As nossas intuições devem ser postas a serviço dessas definições e não tentar o contrário).

Complementando essas definições chegaríamos a poder classificar as relações em:

reflexivas, não reflexivas, anti-reflexivas
simétricas, não simétricas, anti-simétricas
transitivas, não transitivas, anti-transitivas.

Combinando essas propriedades temos as

relações de equivalência { reflexivas
simétricas
transitivas

e as ordens { anti-simétricas
transitivas.

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

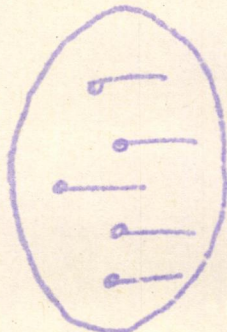
Existe porém, um outro critério para classificação das relações que considera o número de vezes que figuram os elementos dos conjuntos nos pares ordenados.

Para esta classificação podemos ter conjuntos de partida e de chegada diferentes, ou seja, não coincidentes.

Função ou aplicação:

Se todos os elementos do conjunto de partida aparecem uma só vez como primeiros componentes dos pares ordenados esta relação é uma função ou aplicação.

No esquema sagital isto corresponde a que, de cada elemento do conjunto de partida, sai sempre e apenas uma só flecha.



Também podemos dizer que uma relação é uma função se o domínio coincide com o conjunto de partida e se cada elemento deste aparece só uma vez na relação.

.

Analisando as 2as. componentes dos pares ordenados classificamos as funções em:

injectoras

sobrejectora

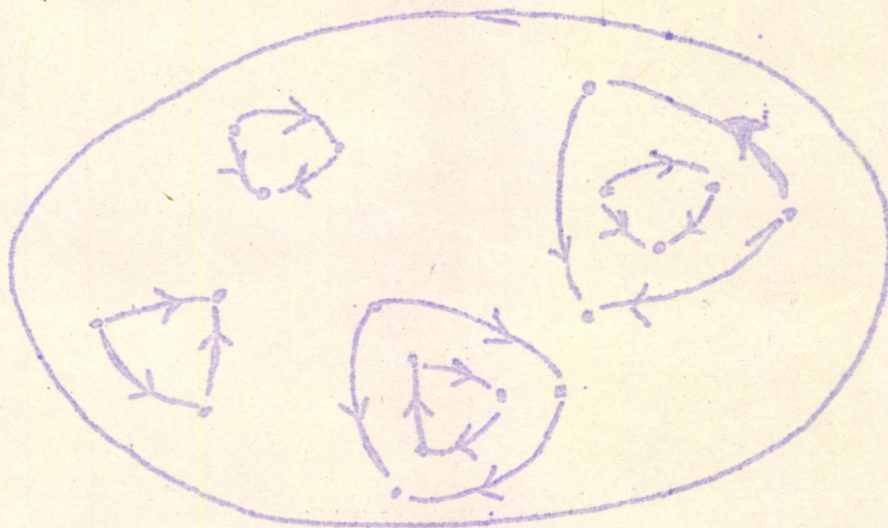
bijectora.

Injectoras, se os elementos do conjunto de chegada aparecem no máximo uma vez nos pares ordenados, ou que no conjunto de chegada não há pontos múltiplos.

A função é sobrejectora se os elementos do conjunto de chegada aparecem ao menos uma vez nos pares ordenados de relação, isto é, que não há pontos livres na chegada.

A função é bijectora se os elementos do conjunto de chegada aparecem sempre somente uma vez nos pares ordenados.

Algumas atividades de prática, para consolidação de aprendizagem das noções acima.



Este esquema representa uma relação transitiva ?

Por que ?

Por que a relação tem como par no conjun
to da humanidade não é transitiva ?