I. E. E. F. C. - II Grau - Magistério - Metodologia da Matemática
Prof.: Eliane Alves Rios - 1º semestre/76 Turmas:51M, 52M e 61M

DIVISÃO NO CONJUNTO DE NUMEROS NATURAIS

D'AUGUSTINE, Charles - Métodos Modernos para o Ensino da Matemática- Ed. Ao Livro Técnico S/A Rio de Janeiro 1970

Os conceitos relativos à divisão no conjunto de números naturais desempenham u papel decisivo para os conceitos que são desenvolvidos depois da d divisão - os conceitos de números fracionários e os que se relacionam ao conjunto de números racionais.

Antes de explorar as técnicas de ensinar divisão, talvez seja vantajoso fazer uma revisão do simbolismo, da terminologia e das definições que serão usadas para comunicar nessas idéias. Uma definição de cociente pode ser a seguinte:

O cociente de dois números inteiros x e y (y = 0) será o número natural z, se y vezes z= x.

Por exemplo, o cociente de 8 por 2 é 4 porque 4 X 2 = 8 (ou porque 2 X 4 = 8). Esta definição de cociente será suficiente se o primeiro número natural for divisível pelo segundo.

Definição de divisível: Diz-se que um número natural x é divisível por um número natural y(y=0), se houver um número inteiro z, de modo que x=zXy.

Esta definição de cociente não é adequada quando estivermos tratando de situações de divisão que deixam resto. Emcaso como esses, define-se o cociente e o resto assim:

Sejam os números inteiros x e y, onde y não é igual a zero. O cociente e o resto de x e y são, respectivamente, w e z, se x = (y vezes w) + z.

Um exemplo da aplicação desta definição é: o cociente de 14 por 3 é 4 e o resto é 2, porque 14 é =(3 x 4) + 2.

Há quatro notações básicas para representar a divisão:

a() 12-3= 4 b)12/3= 4 c) $\frac{12}{3}$= 4 d) $\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$ ou $\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} \underline{12} & 4 \\ 0 & \end{array}$

Há muitas maneiras de se ler uma sentença matemática:

- O cociente de 12 por 3 é 4.
- O cociente de 12 por 3 é igual a 4.
- 12 divididos por 3 é igual a 4.
- 12 divididos por 3, 4.

Uma atividade de prontidão para divisão, a ser desenvolvida na primeira série, é levar as crianças a formar, de um conjunto maior, conjuntos menores numéricamente iguais. Pro exemplo, dado um conjunto de 8 objetos, o aluno verificará quantos conjuntos de 2 podem ser feitos. Um outro exemplo é levar a criança a distribuir 12 cartões ou botões pelos quatro cantos de sua carteira, de modo que cada conjunto tenha o mesmo número de cartões ou botões. Quando as crianças acabarem de fazer a distribuição, o professor perguntará: "Quantos cartões há em cada canto de sua carteira?" Elas responderão que há quatro conjuntos. "Quantos cartões há em cada conjunto?"

A criança encontra uma situação de divisão quando se lhe pede que determine o fator que falta em uma sentença de multiplicação. Por exemplo, ao se apresentar a equação __ X 3 = 12, o professor pergunta: "Por que número se deve multiplicar 3 para encontrar o produto 12?"

Provàvelmente, a primeira vez em que a criança encontra o sinal da divisão é quando trabalha com sentenças matemáticas relacionadas. Por exemplo, mostra-se a sentença __ X 5 =15 junto com o problema 15 - 5 = __. O professor deve mostrar que estas sentenças matemáticas perguntam a mesma coisa, e que a segunda sentença é u m outro modo de escrever a primeira.

Depois de passar da multiplicação para a divisão, através da sentença em que falta um fator, pode-se abandonar esta técnica e concentrar-se no desenvolvimento da divisão pelas notações padronizadas. Há muitos recursos que facilitam o domínio da divisão,digo, dos fatos de divisão, como cartões, por exemplo. Supomhamos que se qeira levar a criança a explorar a família de fatos cujo dividendo é 36. DÊ a cada uma 36 cartões. Para levá-la a descobrir certos fatos de divisão, o professor pode dizer:

"Vamos distribuir os cartões em nove pilhas. Quantos cartões há em cada pilha?" (Quatro) "Concluimos então que 36 divididos por 9 é igual a quanto?" (Quatro).

Repita esse processo repartindo 36 em quatro pilhas e depois em seis pilhas. Deve-se explorar também a partilha em cinco pilhas ou oito pilhas. O professor deve perguntar: "Quantos cartões mais precisamos para cada pilha ter o mesmo número de cartões?"

Outro recurso útil para explorar os fatos básicos de divisão é o flanelógrafo. O professor poderá dizer:

"Vamos descobrir a quanto 28 divididos por 8 é igual." (Coloque 28 figuras no flanelógrafo.) "Paulo, levante-se e retire alguns conjuntos de 4 e, se depois que voce retirar os conjuntosainda sobrar alguma figura, chame alguém para retirar mais alguns conjuntos de 4."(Esta orientação levará os alunes a verificar que é arbitrário o número de conjuntos de quatro que podem ser inicialmente retirados do conjunto de 28).

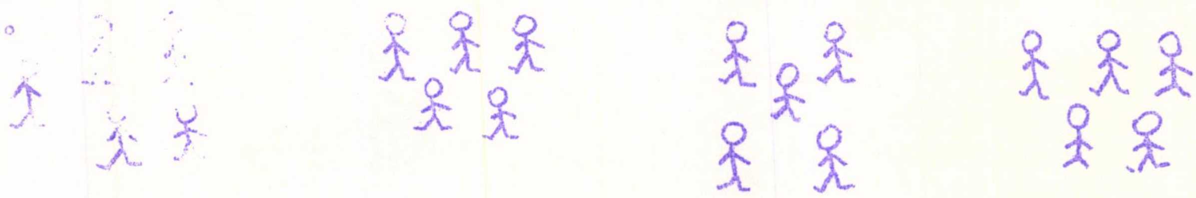
"Quantos conjuntos de quatro Paulo retirou?" "Quantas figuras Paulo retirou?" Repita esse tipo de pergunta até que todos os conjuntos de quatro tenham sido removidos e até que se tenha determinado o número de conjuntos de quatro(total) que há em um conjunto de 28.

Depois que alguns fatos tiverem sido descobertos, é importante que se leve a criança a memorizá-los. Embora os primeiros testes não deveriam ter tempo marcado para criança resolver as questões, ela deve ser levada a desenvolver certa velocidade, dando respostas rápidas ao dizer os fatos da divisão.

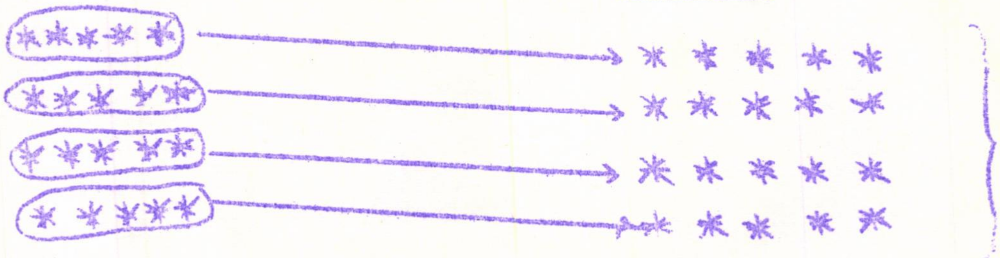
Mathematics for Elementary School Teachers

Capítulo 6: Reprodução: Prf. Ely Campos

As crianças usualmente tem pouca dificuldade com os problemas, tais como - Se 20 meninos jogam basquete (5 meninos em cada time), quantos times podem ser formados. Como está indicado na figura abaixo, não é necessário o conhecimento de operações matemáticas para se separar os 20 meninos em times de 5 cada um.



Esta separação pode também ser alcançada sem a presença dos meninos. Uma estrêla ( ) pode representar cada menino. Desejamos formar grupos de 5 meninos, assim, colocamos as estrelas em fileiras de cinco.



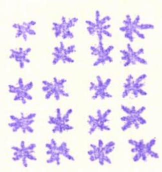
4 fileiras

O número de fileiras que pudermos dispor, será o número de times.

Na linguagem dos conjuntos, este problema pode ser expresso da seguinte forma:

Em quantos conjuntos disjuntos de 5 elementos cada pode o conjunto de 20 elementos ser separado?

Ou usando-se a linguagem do arranjo, este problema pode ser expresso assim: Se um arranjo tem 20 elementos e cada fileira tem 5 elementos, quantas fileiras há?



5 colunas

5 elementos

Mas num arranjo, o nº de elementos enfileirados é o mesmo que o nº de colunas. Assim, podemos novamente reformular o o problema acima:

Se um arranjo tem 20 elementos e se o arranjo tem 5 colunas, quantas fileiras dá?

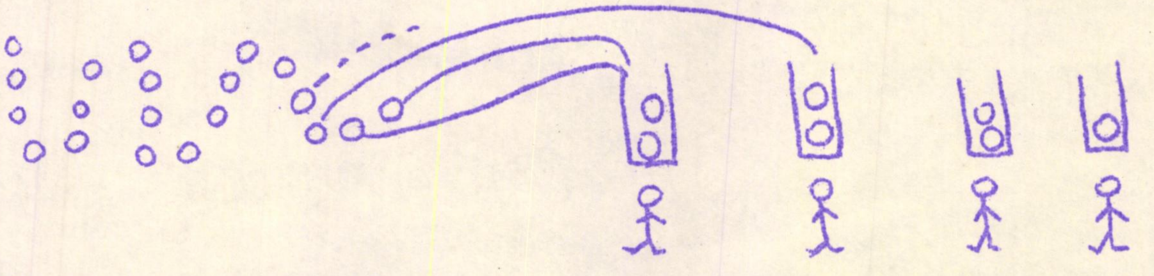
Todas as abordagens ao problema acima, são equivalentes. O resultado numérico é sempre 4. Pode-se tomar qualquer das abordagens como um modo no qual o número 4 é obtido dos números 20 e 5. Para o par de números 20 e 5, a divisão designa o número 4. Dizemos que 20 divididos por 5 é 4. Em símbolos escrevemos: 20 - 5 = 4.

Usando-se arranjos, poderemos definir o quociente de um par de números inteiros da seguintw maneira:

- Se um arranjo com <u>b</u> elementos (onde b=0) tem <u>a</u> colunas , então o número de fileiras é chamado "b -a". Chamamos a isto o quociente de <u>b</u> e <u>a</u>. A divisão indica o quociente "b - a" a par de números inteiros <u>b</u> e <u>a</u>.

Problemas algo diferentes dos acima citados, também entram no padrão dos arranjos e são portanto uma aplicação da divisão. Por exemplo:

- Se 20 moedas são distribuídas entre 4 meninos, quantas cada menino recebe? Se distribuirmos uma moeda de cada vez para cada menino, o resultado será o mesmo do que se colocarmos as moedas em um arranjo com uma coluna de moedas destinada a cada menino. Quantas moedas haverá em cada fileira?



Neste problema nos é dado o número de colunas e procuramos o número de elementos numa coluna. Mas o número de elementos numa coluna é o mesmo que o número de fileiras no arranjo. Em outras palavras, sabemos:

(1) o número de elementos num arranjo

(2) o número de colunas

procuramos:

(3) o número de fileiras

Se nos for dado o número de elementos num arranjo, então nos poderá ser dado o número de colunas e procuramos o número de fileiras, ou , equivalentemente, poderá nos ser dado o número de fileiras e procuramos o número de colunas. Ambos os casos podem ser considerados como problemas de divisão.

- <u>Conjunto de exercícios 1</u>:

1. Desenhe arranjos que preencham estas condições:

a. 12 elementos
2 fileiras

b. 16 elementos
4 fileiras

c. 10 elementos
5 fileiras

d. 6 elementos
1 fileira

2. Quantas colunas, cada conjunto no exercício 1, tem?

3. Escreva duas sentenças de divisão par cada um dos arranjos:

a. x x x
x x x 15 ÷ 5 = 3
x x x 15 ÷ 3 = 5
x x x
x x x

b. ??????
??????
??????
??????
??????

c. 0 0
0 0
0 0
0 0
0 0
0 0
0 0
0 0

d. +++++++++
+
+
+

Até aqui, não mencionamos multiplicação. No entanto, a divisão é commumente chamada de "inverso" da multiplicação. Por que?

Recordam como os arranjos são usados para explicar a multiplicação? O produto de 3 e 5, por exemplo, é o número de elementos num arranjo com 3 fileiras e 5 colunas.

5 colunas

3 fileiras
* * * * *
* * * * *
* * * * *

Portanto, o arranjo tem 3 x 5 elementos.

Nos nossos exemplos de divisão, até aqui apresentados, nos foi dado o número de elementos num arranjo e o número de fileiras(ou colunas). Assim, com efeito, nos foi dado um produto e um dos dois fatores deste produto.

Assim, num problema de divisão, em vez de perguntarmos "Qual o número de fileiras de um arranjo com 5 colunas e 20 elementos"? poderíamos perguntar "5 multiplicado por qual número dará 20?"

Em outras palavras, para dividir 20 por 5, precisamos completar a sentença 5 x $\square$ = 20 Ou $\square$ x 5 = 20. A sentença 5 x $\square$ = 20 tem o mesmo significado que a sentença 20 ÷ 5 = $\square$

Os números que são multiplicados para formar um produto são chamados <u>fatores</u> (deste produto). Assim, o problema de se completar a sentença 5x$\square$= 20 pode ser considerado como "achar o fator que falta". Deste modo, a divisão tem por objetivo achar o fator ausente. Enquanto que na mulplicação procuramos um produto de dois fatores dados, na divisão procuramos um dos fatores de um produto dado. Por isso, a divisão é chamada de multiplicação ao inverso.

Abor dar a divisão através da multiplicação, torna-se de crescente importância nos anos mais adiantados, quando os alunos necessitam trabalhar com númeors fracionários e números negativos. Assim que os alunos se tornem mais adiantados, deveriam ser levados a compreender que 20÷5 é o número que, quando multiplicado por 5 dá 20. Claro que a interpretação da divisão emtermos de conjuntos e arranjos é ainda assim de grande utilidade. Podemos formular formalmente a abordagem do fator-ausente do seguinte modo:

A divisão provê ao par de números inteiros a e b o fator que falta, na sentença b x $\square$ = a, uma vez que haja exatamente um número inteiro que se ajuste à sentença.

O fator ausente é chamado "a ÷ b". É também chamado de quociente de a e b.

O aluno que conhece a divisão , através do método do fator ausente não necessita decorar "os fatos da divisão". Por exemplo: 32÷ 4= $\square$, uma criança poderá pensar: 32= $\square$ x 4 ou 32= 4 x $\square$ e completar a sentença da maneira como conhece os fatos da multiplicação. Isto a principio envolverá experimentos e erros.

Um problema fortemente relacionado com divisão aparece em situações semelhantes àquela em que 20 meninos jogam em times de 5. E se 23 meninos desejam jogar basquete? Pode-se dividir 23 por 5? Se pudermos deveremos achar o resultado que complete 5 x $\square$ = 23

Mas não há número inteiro para completar esta sentença, corretamente, então não há número-inteiro significativo para 23 ÷ 5. Quando se trabalha com números inteiros, diremos que 23 não é divisível por 5.

Nas séries mais adiantadas, as crianças aprendem que números fracionários podem ser usados para completar corretamente sentenças como 5x $\square$=23. Mas o problema concreto permanece: Como se pode decidir, matemáticamente, quantos times de 5 podem ser formados dos 23 meninos? A resposta pode ser obtida pela tentativa de se completar um arranjo:

```
0 0 0 0 0 \
0 0 0 0 0  |
0 0 0 0 0  > 4 times
0 0 0 0 0  |
0 0 0     /  sobram 3
```

Isto mostra que, 4 times poderão ser formados mas haverá 3 jogadores "sobrando".

Outra abordagem é a seguinte:

- Para os númeors inteiros 23 e 5, determinamos números que completem a sentença 23 =(5 x $\square$) +$\triangle$ de tal modo que o númeor para o $\triangle$ seja o menor possível(neste caso menor que 5). Esses números serão 4 e 3, uma vez que... 23=(5 x 4) +3.

Uma vez mais, vemos que 4 times de 5 podem ser formados, tendo-se 3 meninos sobrando. Em geral, se nos apresenta um conjunto de b elementos e se desejarmos formar subconjuntos disjuntos de a elementos cada, poderemos completar a sentença b=(a x $\boxed{}$) x , onde o número para (chamado resto) é menor do que a.

- Conjunto de Exercícios 2:

1. Escrever duas sentenças de divisão relacionadas com estas de multiplicação: a. 6 x 7 = 42   6 = 42 ÷ 7   7 = 42 ÷ 6

b. 3 x 1 = 3   ....

c. 9 x 10 = 90   ....

d. 10 x 13 = 130   ....

e. 4 x 8 = 32   ....

2. Quais destas sentenças pode ser completada por um fator número-inteiro que falta?

a. 6 x $\boxed{}$ = 30

b. 6 x $\boxed{}$ = 35

c. $\boxed{}$ x 9 = 99

d. 0 x $\boxed{}$ = 10

e. 2 x $\boxed{}$ = 2

f. 3 x $\boxed{}$ = 0

g. 6 x $\boxed{}$ = 64

h. $\boxed{}$ x 12 = 13

i. $\boxed{}$ x 15 = 0

j. 4 x $\boxed{}$ = 152

3. Para cada sentença de divisão escreva uma sentença de multiplicação relacionada, depois complete todoas as sentenças:

a. 8÷2 = $\boxed{4}$ 8 = $\boxed{4}$ x 2   (ou 8=2 x $\boxed{4}$)

b. 6÷6 = $\boxed{}$ ....

c. 12÷1 = $\boxed{}$ ....

d. 0÷8 = $\boxed{}$ ....

e. 55÷11= $\boxed{}$ ....

4. Quais os números inteiros que completam esta sentença? 0 x $\boxed{}$ = 0

5. Complete estas sentenças com números inteiros. Em cada caso, use o menor número inteiro possível para o . Em cada sentença o número usado em deverá ser menor que o fator dado.

a. 62 = (7 x $\boxed{8}$) +

b. 6 = (4 x $\boxed{}$) +

c. 5 = (7 x $\boxed{}$) +

d. 55 = (11x $\boxed{}$) +

e. 57 = (7 x $\boxed{}$) +

PROPRIEDADES DA DIVISÃO

Nos novos programas de matemática, as crianças não só aprendem o significado da adição e multiplicação mas, também, as propriedades destas operações matemáticas. Duas propriedades importantes de adição e multiplicação são a comutativa e a associativa.

Tipos de problema — Divisão

IE Gen Flores da Cunha — Metodologia da Matem.
Profa: M.L. Cavalcanti — Outubro 1978

Continuação seqüência dificuldades no ensino da divisão.

(13) Divisor de 2 algarismos, sendo 3, 4, 5, 6 ou 7 o algarismo das unidades.

796 |23 — 4.678 |74 — 8324 |45

(14) Divisor de 2 algarismos, sendo 8 ou 9 o algarismo das unidades:

7228 |28 — 3459 |39

(15) Divisão com um zero no final do quociente, divisor de 2 algarismos.

5413 |15 — 5568 |37

(16) Divisão com um zero no meio do quociente

9.635 |47 — 1.635 |16

(17) Divisão com o aparecimento de zeros consecutivos no quociente:

40811 |12 — 41337 |59

(18) Dividendo e divisor são nºs quaisquer, caso geral:

5784 |215 — 93407 |2375

Tipos de problema.

1) Maria comprou um fogão. Deu cr$ 280,00 de entrada. Pagará o restante em dez prestações de cr$ 100,00.
Qual o preço do fogão?

2) Carla comprou uma bicicleta de cr$ 2.500,00. Pagará sua compra em cinco vezes iguais.
Qual o valor de cada prestação?

3) José gastou 1.300,00 em roupas. Pagou três prestações iguais de cr$ 250,00. Quanto ele tinha dado como entrada?

4) Uma pista foi construída em três etapas. Na 1ª construíram-se 23 m; na 2ª o dobro de metros da 1ª etapa e na 3ª a mesma quantidade de metros das duas etapas juntas.
a) Quantos metros foram construídos na 2ª etapa? ___ e na 3ª?

b) Quantos metros tem toda a pista?

5) Vendemos nosso Opala com um prejuízo de cr$ 2.000,00.
Sabendo-se que o preço de venda do carro foi cr$ 148.000,00, pergunta-se por quanto havíamos comprado o carro?

6) Comprei uma pulseira de cr$ 950,00 em dez prestações de cr$ 104,50. Paguei um acréscimo de ....

Instituto de Educação Gen Flores da Cunha
Metodologia da Matemática Profa: M. Cavalcanti
G 61 Mª 62M

Operação divisão

O sentido da divisão está baseado na ação de dividir - separação de um conjunto em subconjuntos iguais, o que pode acontecer de duas maneiras:

"Conhecendo a quantidade de objetos de que se compõe cada subconjunto, pode-se determinar o número de subconjuntos contidos no conjunto maior."

Ex: Quantos subconjuntos de 3 objetos podem ser formados com 12 objetos?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão - comparação ou medida.

Conhecendo o número de subconjuntos que vão ser formados, procura-se saber o número de objetos de cada um.

Ex: Um conjunto de 24 objetos deve ser dividido em 8 subconjuntos iguais. Quantos objetos haverá em cada um?
Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão - repartição ou partição.

Lúcia Maria Joppert de M. Carvalho

Analisa os problemas abaixo e procura identificar os que encerram a idéia de partição e os que encerram a idéia de medida.

1- Maria tem um saco com 12 balas e quer distribuir todas elas em quantidades iguais entre 4 colegas. Quantas balas vai receber cada um deles?

2- Um operário arrumou 20 parafusos em 5 pacotes. Quantos parafusos ficaram em cada pacote?

3- Alberto tem um jogo de fichas guardadas em caixas. Em cada caixa há 5 fichas. Quantas caixas tem o jogo de Alberto?

4- Na folha de um álbum podem ser colocadas 12 figurinhas dispostas em colunas de 6 figurinhas. Quantas colunas há na folha?

Verifica se acertaste.

Os dois primeiros problemas encerram a idéia de partição é o que chamamos divisão partitiva.

Escreve as operações para os dois primeiros problemas e verifica que termos são da mesma espécie. Isto é: dividendo e quociente ou dividendo e divisor.

Verifica agora se acertaste.

O dividendo e o quociente são da mesma espécie. Isto é: dividimos (balas) e encontramos como resposta balas. Dividimos parafusos e encontramos parafusos.

Escreve as operações para os dois últimos problemas e verifica que termos são da mesma espécie.

O dividendo e o divisor são da mesma espécie.

IE Gen. [illegible] da Cunha – Magistério – Didática da Mat. [illegible] – Prof. [illegible]

Atividades gráficas sobre divisão

Ficha nº 1

Toma 28 tampinhas e forma 4 subconjuntos com o mesmo número de elementos.

Desenha os conjuntos que obtiveste.

Responde:
1) Qtas fichas há no conjunto todo?

2) Qtas fichas há em cada subconjunto?
3) Qtos são os subconjuntos?
4) Em um conjunto de 28 elementos há:

☐ subconjuntos de ☐ elementos

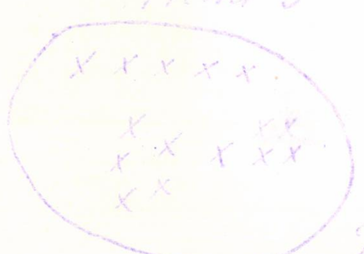
Ficha nº 2

Pega 21 fichas e forma 3 conjuntos com o mesmo número de elementos.

Completa:
1. Pegaste ... fichas.

2. Cada conjunto que formaste tem ... fichas.
3. Dividindo-se 21 fichas em 3 subconjuntos, cada um fica com ... elementos.

Ficha 3



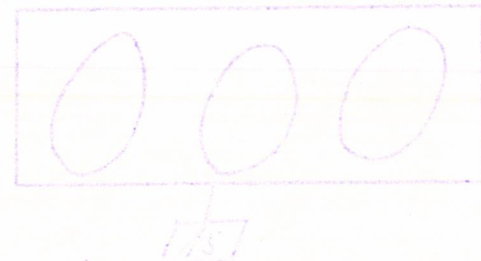
a) Reparte os elementos em 5 conjuntos com a mesma quantidade de elementos.

b) Qtos elementos?
c) Qtos conjuntos?
d) Qtos elementos tem cada conjunto?

Referência bibliográfica: Nicole Picard
Adaptação: E. M. Campos Readaptação: [illegible]

Ficha 4

Desenha os elementos no conjunto



Quinze elementos repartidos em três subconjuntos ... elementos.

Estas fichas até aqui exploram a divisão partitiva

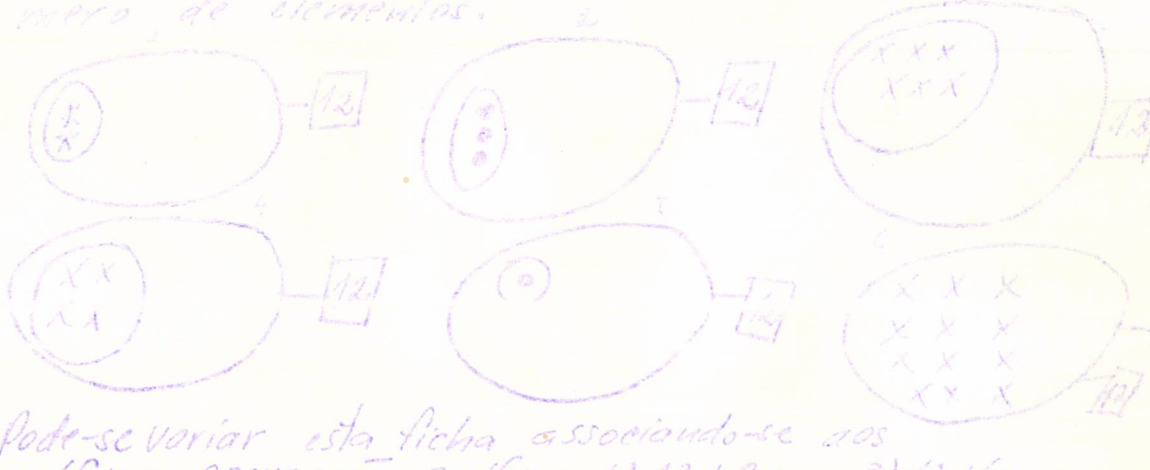
Fichas exploratórias da divisão por medida.

Obs: É interessante explorar-se um dividendo com todos os subconjuntos possíveis, variando-se o número de ~~(subco)~~ elementos dos subconjuntos; a medida.

Ordens para as seis fichas abaixo:

Completa, desenhando subconjuntos e elementos

Atenção! Os subconjuntos devem ter o mesmo número de elementos.



Pode-se variar esta ficha associando-se aos gráficos operações: Gráfico 1) 12 : 2 = 2) 12 : 3 = 3) 12 : 6 = 4) [illegible]

IE [illegible] Didática da Matemática [illegible]

Atividades gráficas sobre divisão

Ficha nº 1

Toma 28 tampinhas e forma 4 subconjuntos com o mesmo número de elementos.

Desenha os conjuntos que obtiveste.

Responde:

1) Qtas fichas há no conjunto todo?

2) Qtas fichas há em cada subconjunto?
3) Qtos são os subconjuntos?
4) Em um conjunto de 28 elementos há:

☐ subconjuntos de ☐ elementos

Ficha nº 2

Pega 21 fichas e forma 3 conjuntos com o mesmo número de elementos.

Completa:
1. Pegaste ... fichas.

2. Cada conjunto que formaste tem ... fichas.
3. Dividindo-se 21 fichas em 3 subconjuntos, cada um fica com ... elementos.

Ficha 3

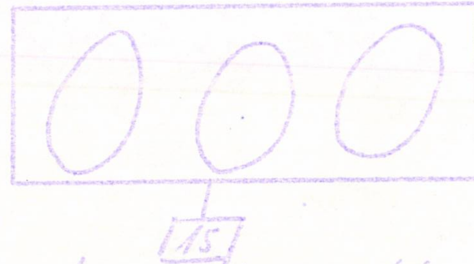
a) Reparte os elementos em 5 conjuntos com a mesma quantidade de elementos.

b) Qtos elementos?
c) Qtos conjuntos?
d) Qtos elementos em cada conjunto?

Referência bibliográfica: [illegible] Picard
Adaptação: E. [illegible] Campos Readaptação: [illegible]

Ficha 4

Desenha os elementos no conjunto



Quinze elementos repartidos em três subconjuntos ... elementos.

Estas fichas até aqui exploram a divisão partitiva

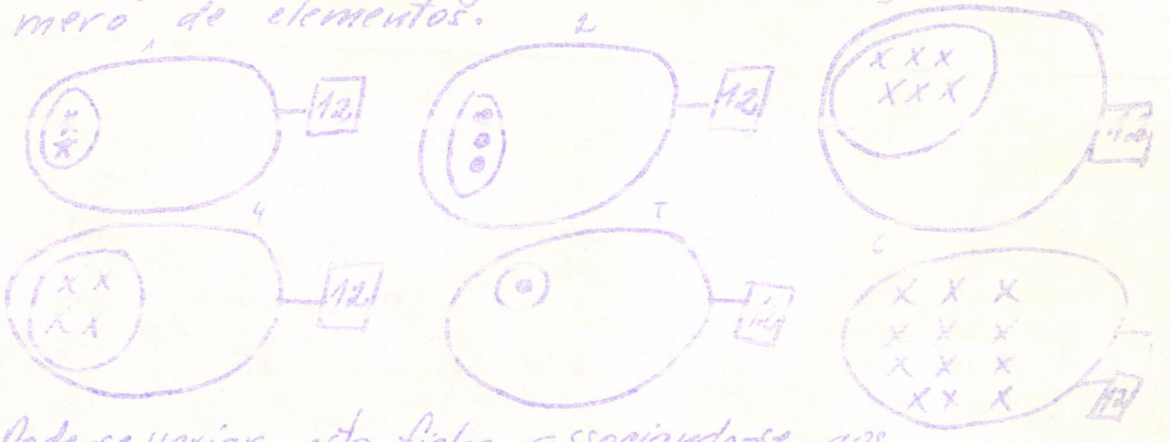
Fichas exploratórias da divisão por medida.

Obs: É interessante explorar-se um dividendo com todos os subconjuntos possíveis, variando-se o número de ~~(sub..)~~ elementos dos subconjuntos; a medida.

Ordens para as seis fichas abaixo:

Completa, desenhando subconjuntos e elementos

Atenção! Os subconjuntos devem ter o mesmo número de elementos.



Pode-se variar esta ficha associando-se aos gráficos operações; Gráfico 1) 12 : 2 = 2) 12 : 3 = 3) 12 : 6 = 4) 12 : [illegible]

IE Gen. Flores da Cunha – Magistério 6. 61 e 62 M – Didática da Matemática – Profª: M. L. Cavalcanti

Seqüência didática operação divisão.

Quando trabalha-se com as operações multiplicação e divisão não devemos esquecer que na multiplicação as crianças reunem os elementos dos conjuntos chegando ao total, enquanto na divisão as crianças partem do todo para as partes.

Fichas de atividades para o trabalho com a operação divisão.

Referência bibliográfica – Nicole Picard. Adaptação Ely Campos; readaptação MLCavalcanti

Ficha 1

Observa o conjunto de estrelas.

Quantas estrelas temos ao todo?

Forma 5 subconjuntos com o mesmo número de elementos.

Responde:

a) Quantos elementos há em cada conjunto?

b) Quantos conjuntos com três elementos?

c) Qual a operação que representa o que realizamos? Escreve-a:

Ficha 2

Observa o esquema:

1) O número de elementos do conjunto é

2) "Cada subconjunto deve ter o mesmo número 45 de elementos."

3) Quantos elementos há em cada conjunto?

4) Escreve a operação adequada ao esquema:

Ficha 3

Toma 16 tampinhas e forma 4 conjuntos com o mesmo número de elementos.

Faze desenhos para representar o que fizeste com o material.

Desenha o esquema. Escreve a operação.

Ficha 4

Toma 21 tampinhas e forma 7 conjuntos com o mesmo número de elementos.

a) Quantas tampinhas há em cada conjunto?

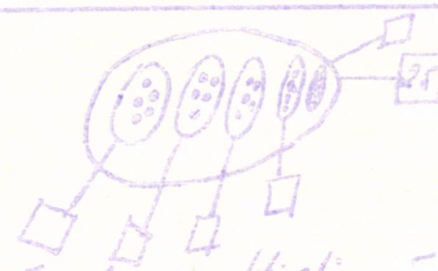
b) Quantas tampinhas há ao todo?

c) Qual a operação que representa o que realizaste?

Observa os esquemas e usando as fichas 1 e 2 como modelo, redige perguntas e ordens que darias às crianças para explorar os esquemas:

Este esquema é de multiplicação ou divisão?

Relê a 1ª afirmação da folha.



E estes dois são de multiplicação ou divisão? Justifica.

IE Gen. Flores da Cunha - Magistério - Didática da Matemática - Profa: M. Cavalcanti

Atividades gráficas sobre divisão

Ficha nº 1

Toma 28 tampinhas e forma 4 subconjuntos com o mesmo número de elementos.

Desenha os conjuntos que obtiveste.

Responde:
1) Qtas fichas há no conjunto todo?

2) Qtas fichas há em cada subconjunto?
3) Qtos são os subconjuntos?
4) Em um conjunto de 28 elementos há:

☐ subconjuntos de ☐ elementos

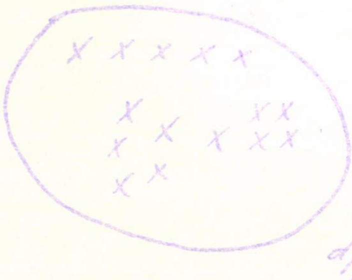
Ficha nº 2

Pega 21 fichas e forma 3 conjuntos com o mesmo número de elementos.

Completa:
1. Pegaste ... fichas.

2. Cada conjunto que formaste tem ... fichas.
3. Dividindo-se 21 fichas em 3 subconjuntos, cada um fica com ... elementos.

Ficha 3



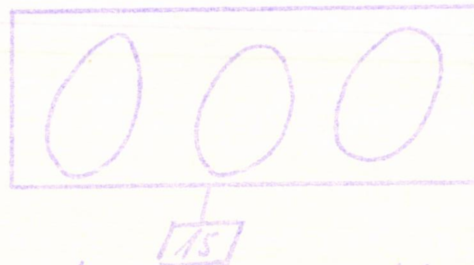
a) Reparte os elementos em 5 conjuntos com a mesma quantidade de elementos.

b) Qtos elementos?
c) Qtos conjuntos?
d) Qtos elementos em cada conjunto?

Referência bibliográfica Nicole Picard ...

Ficha 4

Desenha os elementos no conjunto



Quinze elementos repartidos em três subconjuntos ... elementos.

Estas fichas até aqui exploram a divisão partitiva

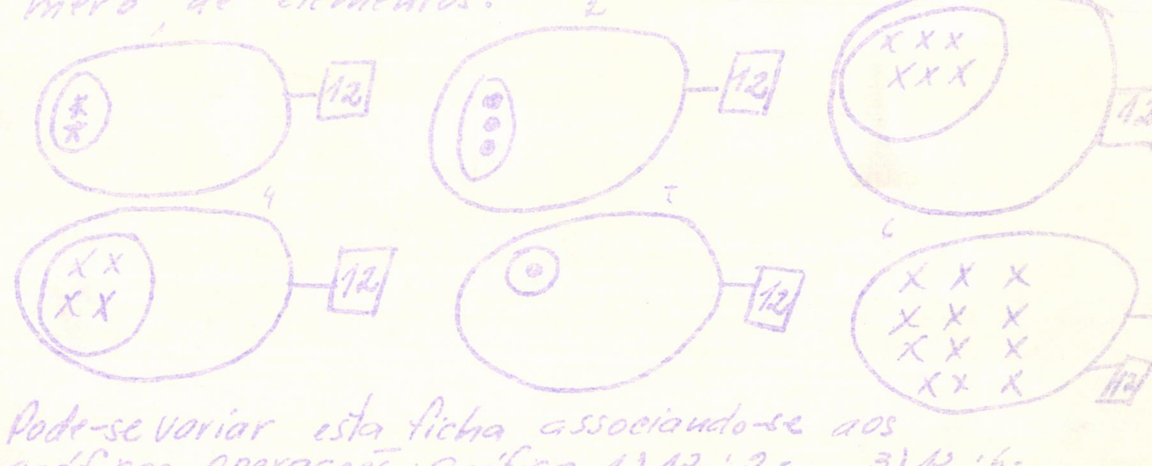
Fichas exploratórias da divisão por medida.

Obs: É interessante explorar-se um dividendo com todos os subconjuntos possíveis; variando-se o número de ~~(subto)~~ elementos dos subconjuntos; a medida.

Ordens para as seis fichas abaixo:

Completa, desenhando subconjuntos e elementos

Atenção! Os subconjuntos devem ter o mesmo número de elementos.



Pode-se variar esta ficha associando-se aos gráficos operações: gráfico 1) 12 : 2 = 2) 12 : 3 = 3) 12 : 6: 4) 12 : 4 =

Verificação final de Didática da Matemática Junho-82 [illegible]

Profa: ML. Cavalcanti ~~Mc~~ Nome do aluno: Turma 62M

1. Dá um exemplo de divisaõ com três números no dividendo exato, um algarismo no divisor. Escreve o nome dos termos no lugar adequado. Descreve como explorarias a operação na fase concreta usando palitos e atilhos como recurso didático. (5 / 5 / 10)

2. Dá um exemplo de multiplicação com tranporte de centena. Representa a operação através do processo longo. Escreve perguntas exploratórias do processo longo. (6,6 / 6,6 / 6,8)

3. Dá um exemplo de multiplicação com um numeral de três algarismos no multiplicando com transporte de dezena. Representa-a através das adições sucessivas. Escreve perguntas para explorar a resolução das adições e conduzir o transporte. (5 / 5 / 5 / 5)

4. Formula um objetivo sobre o estudo da medida que teu grupo estudou. Descreve um ~~ob~~ procedimento relativo ao mesmo. (10 / 10)

5. Formula um problema de tabela atendendo aos requisitos necessários. Descreve os procedimentos sugeridos na dinâmica dos problemas. ([illegible])

Verificação final de Didática da Matemática Junho-82 Tele gem Três

Profa: M.L. Cavalcanti ~~Me~~ Nome do aluno: Turma 6211

1. Dá um exemplo de divisão com três números no dividendo exato, um algarismo no divisor. Escreve o nome dos termos no lugar adequado. Descreve como explorarias a operação na fase concreta usando palitos e atilhos como recurso didático. (5 5 10)

2. Dá um exemplo de multiplicação com tranporte de centena. Representa a operação através do processo longo. Escreve perguntas exploratórias do processo longo. (6,6 6,6 6,8)

3. Dá um exemplo de multiplicação com um numeral de três algarismos no multiplicando com transporte de dezena. Representa-a através das adições sucessivas. Escreve perguntas para explorar a resolução das adições e conduzir o transporte. (5 5 5 5)

4. Formula um objetivo sobre o estudo da medida que teu grupo estudou. Descreve um ~~ob~~ procedimento relativo ao mesmo. (10 10)

5. Formula um problema de tabela atendendo aos requisitos necessários. Descreve os procedimentos sugeridos na dinâmica dos problemas. ([illegible])

Nome: Turma: 1981

Didática da Matemática Profa: [signature]

1) Dá um exemplo de divisão partitiva.

2) Desenha um gráfico de divisão por medida para explorar o fato : 18:3 =

Explora-o através de perguntas.

3) Cita no mínimo 4 atividades do trabalho de fixação dos fatos básicos da divisão e multiplicação.

4) Classifica a atividade; após analisá-las:

Os alunos repartem 16 pinos em meios e verificam quanto é $\frac{1}{2}$ de 16. Após os alunos repartem os 16 pinos em quartos e verificam quanto é $\frac{1}{4}$ de 16 e $\frac{2}{4}$ de 16. Após os alunos repartem os pinos em oitavos e verificam quanto é $\frac{1}{8}$ de 16? $\frac{2}{8}$ de 16? $\frac{3}{8}$ de 16? $\frac{4}{8}$ de 16?

a) Responde todas as perguntas por exemplo:

$\frac{1}{2}$ de 16 = ... $\frac{1}{4}$ de 16 = $\frac{2}{4}$ de 16 = ...

$\frac{1}{8}$ de 16 = $\frac{2}{8}$ de 16 = $\frac{3}{8}$ de 16 = ...

$\frac{4}{8}$ de 16 =

b) A profa está explorando?

a) fração do inteiro?

b) fração de coleção?

c) equivalência na fração de coleção?

c) Se fosses a profa e quisesses que os alunos concluíssem a equivalência entre meios, quartos e oitavos o que proporias?

Cita a atividade após determinar a equivalência.

IE Gen. Flores da Cunha - Magistério - Junho 1980
Elaborado por:
Profa: MCavalcanti Turmas: 61M e 62M Léa

Tarefa de recuperação da prova bimestral

Estudo dirigido.

Lê com atenção o estudo abaixo, no qual terás oportunidade de revisar os conteúdos nos quais apresentaste dificuldades.

Conteúdo: Técnica operatória da operação divisão, dividendo exato com um algarismo no divisor.

Objetivos:

O aluno deverá ser capaz de:
... resolver operações de dividir incluindo minuendo exato.
... identificar que na técnica operatória da divisão há três operações: divisão, multiplicação e subtração.
... identificar que como a divisão é operação inversa da multiplicação iniciamos dividindo da esquerda para a direita, isto é começamos pela dezena ou centena conforme o caso.

Observa a divisão:

42 : 2 =

O dividendo 42 é exato porque 4:2=2 e 2:2=1 em ambas divisões o resto é zero.

Começamos dividindo 4 dezenas por 2 e depois dividimos as unidades, também por 2.

Já na multiplicação teríamos 21 x 2 = e iniciaríamos pela casa das unidades, isto é:

2 vezes 1 é igual a 2
2 vezes o 2 (dd) é igual a 4

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times\ 2 \\ \hline 42 \end{array}$$

Se entendeste, continua; caso contrário ~~e~~ relê e tenta resolver operações com outros exemplos.

Seqüência de passos do ensino da técnica operatória.

Atividades do professor	Atividades do aluno.
1) O professor escreve no quadro a operação, comentando que a mesma é uma novidade. 42 |2	Os alunos observam e ficam entusiasmados c/a novidade.
2) Solicita a representação no quadro valor do lugar.	Os alunos colocam no quadro 4 dezenas e 2 unidades.

Atividades do professor	Atividades do aluno.
- Chama 2 crianças para representar o divisor, no caso 2.	Duas crianças representam o divisor e vão à frente.
- Inicia a partição pelas dezenas	Cada criança recebe 2 dezenas
Conduz o registro do resultado no quadro, isto é: 42 |2	Uma criança escreve 42 |2 2
Conduz à multiplicação das dezenas pelo divisor, perguntando:	As crianças respondem:
- Quantas dezenas repartimos?	- Quatro.
- Quantas dezenas ganhou cada criança?	- Duas.
- Quantas vezes temos duas dezenas.	- Duas
- Que operação faremos agora?	Multiplicação, logo 42 |2 4 2 (2x2)!
- Se tínhamos quatro e distribuímos 4 com qto ficamos?	- zero (0)
- Que operação faremos agora?	Subtração; logo 42 |2 -4 2 0
- Temos alguma coisa mais para distribuir? O quê? Aonde vamos colocar?	- Sim, 2 unidades.
E agora 2:2 quanto dá? (1) Aonde vamos colocar?	- Ao lado do zero, logo 42 |2 -4 2 02
Conduz novamente à multiplicação das unidades pelo divisor, perguntando: - 1x2 quanto dá? aonde iremos colocar o resultado? O que devemos fazer agora? Subtrair? Quem sabe me explicar por quê?	As crianças deverão responder: - Ao lado do 2 no quociente. Logo: 42 |2 -4 21 02 -2 0

Sintetizando:

No ensino da técnica operatória há dois momentos distintos e que se interrelacionam:

a - a partição das dezenas entre as crianças e o conseqüente registro na operação do que ocorreu, como também a execução das três operações que são implícitas, tais sejam: divisão, multiplicação e subtração.

b - a partição das unidades entre as crianças e o conseqüente registro na operação do que ocorreu, como também a execução e registro das três operações que são implícitas, tais sejam: divisão, multiplicação e divisão.

M. Cavalcanti

G E E M P A

II JORNADA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

COORDENADOR : PROF. ZOLTAN PAUL DIENES

AULA - DEMONSTRAÇÃO

ESCOLA : INSTITUTO DE EDUCAÇÃO "GENERAL FLÔRES DA CUNHA"

CLASSE PILOTO : 4ª série

PROFESSORA : MARIA CELESTE MACHADO KOCH

OBSERVADORA : FRIDA WULFF SORIA

DATA : 27 de agosto de 1973

/amr.

Conteúdo em foco	Material	Situação de experiência
Multiplicação em N - fatos básicos com resultados até 50	Cartas com nºs até 50 e operadores multiplicativos até 10	Exploração do material - Jogo livre Busca de tres cartas que formem uma multiplicação
Multiplicação em N Operação com operadores utilizando ou não os estados	Nºs até 50 colocados de maneira que, nas linhas, o nº da esquerda (xa) dê o da direita e, nas/ colunas, o de cima (x3) dê o de baixo	Exploração da tabela - Jogo livre. Descoberta: o que faz a seta horizontal, o que faz a vertical. Desafio: Caminhos para ir de um nº ao outro.
Distributividade: Operação interna: soma, módulo 3. Operadores externos (x1) (xc) (xd) (xe)	Discos com 3 regiões. Em cada região cada uma das possibilidades de / combinações com: { menino e menina { 3 cores (excluindo a possibilidade de vazia) de maneira que, num disco, se / numa região houver 1 menino de uma cor, à direita será uma menina e, à direita dela, um par.	Recorte das figuras, em aula, pelas crianças utilizando dobras. Confecção das possibilidades e dos (21) discos / pelo grupo na minha casa, sábado. Jogo estruturado: Escolher dois discos / quaisquer e pela soma descobrir outros (3=0) Descobrir se um conjunto mais outro conjunto x um dos operadores externos é igual a: 1º conj.x oper. ext. + 2º conj.x op. ext.
Distributividade: { soma módulo 3 { inverso do conjunto.	Conjunto de conjuntos 3 x 3 x 3	Descoberta do inverso de cada cartão Descobrir se 1º cartão + 2º cartão = ? ↓ i ↓ i ↓ i ? + ? = ?

Conteúdo em foco	Material	Situação de experiência
Multiplicação em diversas bases base 10 base 2	Mini computador Multibase - base 10	Exploração do material - Jogo livre. Máquinas para realizar operações com um dos materiais ou os dois : Ex:  Comparação com os materiais.
Simetria : ponto reta figura plana	Folhas de papel manteiga. Régua	Desenhar 2 pontos quaisquer na folha (A e A^1). Descobrir o eixo de simetria (dobra) entre eles. Desenhar um ponto B a certa distância de A e um ponto B^1 à mesma distância/ de B (que A A^1). Fazer outro eixo além do / 1º para que A A^1 encontre B B^1. Etc.
Deslocamentos no plano de 1 volta 1/2 volta 1/4 de volta	Rede bonecos	Exploração do material - Jogo livre. Descobrir caminhos entre 2 pontos, identificando/ tipos de voltas.

I.E. Gen. Flores da Cunha - Metodologia da Matemática
T. 61 M e 62 M - Abril - 1980 Profa: [signature]

1 Alguns conceitos importantes para desenvolver no trabalho com a operação divisão.

Fato básico da divisão é aquele em que o divisor e o quociente tem um só algarismo.

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente. O resto é zero.

Divisão exata é a operação inversa da multiplicação

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número de vezes - o resto é diferente de zero.

O resto de uma divisão qualquer é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível é igual ao divisor menos um.

A divisão pode ser indicada:

28 : 7 =
35 : 5 = como também pela chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

apresenta-se uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo → 28
divisor → 4
quociente → 7
resto → 0

Tarefa

1) Lê os conceitos com atenção:

2) Dá cinco exemplos de fatos básicos da divisão. A partir da leitura do conceito que diferenças identificaste em relação aos fatos da multiplicação?

3) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão exata.

4) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão inexata.

5) Prova que entendeste sobre o maior resto de uma divisão qualquer, escrevendo todos os restos possíveis para os seguintes divisores:

25 →

12 →

I.E. Gen. Flores da Cunha - Metodologia da Matemática
T. 61 M e 62 M - Abril - 1980 Profa: M Cavalcanti

I Alguns conceitos importantes para desenvolver no trabalho com a operação divisão.

Fato básico da divisão é aquele em que o divisor e o quociente tem um só algarismo.

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente. O resto é zero.

Divisão exata é a operação inversa da multiplicação

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número de vezes - o resto é diferente de zero.

O resto de uma divisão qualquer é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível é igual ao divisor menos um.

A divisão pode ser indicada:

28 : 7 =
35 : 5 =

como também pela chave

$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$

apresenta-se uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo → 28
divisor → 4
quociente → 7
resto → 0

Tarefa

1) Lê os conceitos com atenção.

2) Dá cinco exemplos de fatos básicos da divisão. A partir da leitura do conceito que diferenças identificaste em relação aos fatos da multiplicação?

3) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão exata.

4) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão inexata.

5) Prova que entendeste sobre o maior resto de uma divisão qualquer, escrevendo todos os restos possíveis para os seguintes divisores:

25 →

12 →

4) Marca com um x todos os procedimentos, que devem ser realizados na etapa de conceituação dos fatos básicos.

( ) Bingo
( ) Dominó
( ) Reunir elementos de conjuntos equipotentes
( ) Formar pares com elementos de dois conjuntos
( ) Dispor elementos em posições diferentes.
( ) Geoplano, nº de pregos.

5) Escreve uma operação de multiplicação com transporte de dezena.

Representa-a através das adições sucessivas e do processo longo.

Escreve as perguntas, que farias para conduzir o transporte?

6) Justifica as afirmações, dando exemplos:

Na divisão iniciamos pelas centenas, quando há três algarismos no dividendo.

Na multiplicação sempre iniciamos multiplicando unidades pelas unidades.

7) Descreve uma atividade,
Conteúdo: fração de coleção, dois quartos de 16 elementos.

Procedimento: exploração de recurso didático

Inclue perguntas e conclusões a que os alunos devam chegar.

8) Descreve as etapas para o ensino da técnica operatória da seguinte divisão:

$$428 \,\underline{|2}$$

I.E. Gen. Flores da Cunha - Metodologia da Matemática
T. 61 M e 62 M - Abril - 1980 Profa: M. Cavalcanti

I Alguns conceitos importantes para desenvolver no trabalho com a operação divisão.

Fato básico da divisão é aquele em que o divisor e o quociente tem um só algarismo.

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente. O resto é zero.

Divisão exata é a operação inversa da multiplicação

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número de vezes - o resto é diferente de zero.

O resto de uma divisão qualquer é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível é igual ao divisor menos um.

A divisão pode ser indicada:

28 : 7 =
35 : 5 =

como também pela chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

apresenta-se uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo → 28
divisor → 4
quociente → 7
resto → 0

Tarefa

1) Lê os conceitos com atenção.

2) Dá cinco exemplos de fatos básicos da divisão. A partir da leitura do conceito que diferenças identificaste em relação aos fatos da multiplicação?

3) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão exata.

4) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão inexata.

5) Prova que entendeste sobre o maior resto de uma divisão qualquer, escrevendo todos os restos possíveis para os seguintes divisores:

25 →

12 →

IE Gen. Flores da Cunha - Metodologia da Matemática
T. 61 M e 68 M - Abril - 1980 Profa: M. Cavalcanti

1 Alguns conceitos importantes para desenvolver no trabalho com a operação divisão.

Fato básico da divisão é aquele em que o divisor e o quociente tem um só algarismo.

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente. O resto é zero.

Divisão exata é a operação inversa da multiplicação

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número de vezes - o resto é diferente de zero.

O resto de uma divisão qualquer é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível é igual ao divisor menos um.

A divisão pode ser indicada:

28 : 7 =
35 : 5 =

como também pela chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

apresenta-se uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo → 28
divisor → 4
quociente → 7
resto → 0

Tarefa

1) Lê os conceitos com atenção.

2) Dá cinco exemplos de fatos básicos da divisão. A partir da leitura do conceito que diferenças identificaste em relação aos fatos da multiplicação?

3) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão exata.

4) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão inexata.

5) Prova que entendeste sobre o maior resto de uma divisão qualquer, escrevendo todos os restos possíveis para os seguintes divisores:

25 →

12 →

I E Gen. Flores da Cunha - Metodologia da Matemática
T 61 M e 62 M - Abril - 1980 Profa: [signature]

1 Alguns conceitos importantes para desenvolver no trabalho com a operação divisão.

Fato básico da divisão é aquele em que o divisor e o quociente tem um só algarismo.

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente. O resto é zero.

Divisão exata é a operação inversa da multiplicação

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número de vezes - o resto é diferente de zero.

O resto de uma divisão qualquer é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível é igual ao divisor menos um.

A divisão pode ser indicada:

28 : 7 =
35 : 5 = como também pela chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

apresenta-se uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo → 28
divisor → 4
quociente → 7
resto → 0

Tarefa

1) Lê os conceitos com atenção.

2) Dá cinco exemplos de fatos básicos da divisão. A partir da leitura do conceito que diferenças identificaste em relação aos fatos da multiplicação?

3) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão exata.

4) Prevê e descreve duas situações para trabalhar com recurso didático divisão inexata.

5) Prova que entendeste sobre o maior resto de uma divisão qualquer, escrevendo todos os restos possíveis para os seguintes divisores:

25 →　　　　12 →

"Metodologia da Matemática"
Doação da Professora-
Maria Helena de Rose
para o "Laboratório de Matemática"

Arquivado em
18/06/1982

I - Introdução

Divisão é a operação fundamental considerada mais difícil.

Não é um processo direto como a multiplicação e adição. Envolve uma dificuldade particular, que é a estimativa do quociente, mesmo nos casos mais simples.

Cada quociente parcial tem que ser calculado e, se em alguma etapa houver erro, será necessário corrigi-lo antes de continuar o processo. É uma operação complexa para quem ensina e para quem aprende. Seu estudo deve ser feito passo a passo. Só será apresentada nova dificuldade, se a anterior estiver totalmente vencida.

Parece não ter havido maior preocupação em fazer a criança compreender o processo, dando-se mais ênfase à parte do mecanismo. Essa orientação, porém, leva a criança a memorizar sem compreender porque deve agir desta ou daquela maneira.

Assim como no ensino da multiplicação o processo tem de partir da adição, mostrando ao aluno que a nova operação nada mais é do que uma adição de parcelas iguais, no ensino da divisão, pode mostrar que dividir é realizar subtrações sucessivas ou repetidas com subtraendos iguais.

É muito importante que o aluno parta de experiências com material concreto, variado, manipule esse material, dramatize; comece, portanto, por uma fase concreta.

Passará, depois, à semi-concreta, na qual a criança lida com desenhos e esquemas, ilustrando as situações apresentadas: passa linhas em volta de objetos para formar grupos menores dentro de um conjunto maior, desenha grupos com o mesmo número de objetos, em vez de usar somente a verbalização.

Só mais tarde, quando o significado da operação já estiver interiorizado, o aluno passará à fase abstrata, trabalhando, então, com símbolos numéricos.

Convém ressaltar que o cálculo surge, quase sempre, de situações problema. Raramente é um fim em si mesmo. A criança não pode compreender o problema se o adulto lhe disser "que conta deve ser feita". Ela necessita ver como a situação apresentada pode ser "traduzida" em desenho ou por meio de objetos (dependendo da fase em que se encontre), e a respectiva correspondência com os símbolos numéricos, encontrando a resposta por ela própria.

O sentido da divisão está baseado na ação de dividir — separação de um conjunto em subconjuntos iguais, o que pode acontecer de duas maneiras:

* *Conhecendo a quantidade de objetos de que se compõe cada subconjunto, pode-se determinar o número de subconjuntos contidos no conjunto maior.*

Ex.: Quantos subconjuntos de 3 objetos podem ser formados com 24 objetos?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão — comparação ou medida.

* *Conhecendo o número de subconjuntos que vão ser formados, procura-se saber o número de objetos de cada um.*

Ex.: Um conjunto de 24 objetos deve ser dividido em 8 subconjuntos iguais. Quantos objetos haverá em cada um?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão — repartição ou partição.

É aconselhável iniciar o ensino da divisão sempre pelo primeiro tipo, tendo em vista o desenvolvimento da compreensão dos mecanismos envolvidos na operação de dividir.

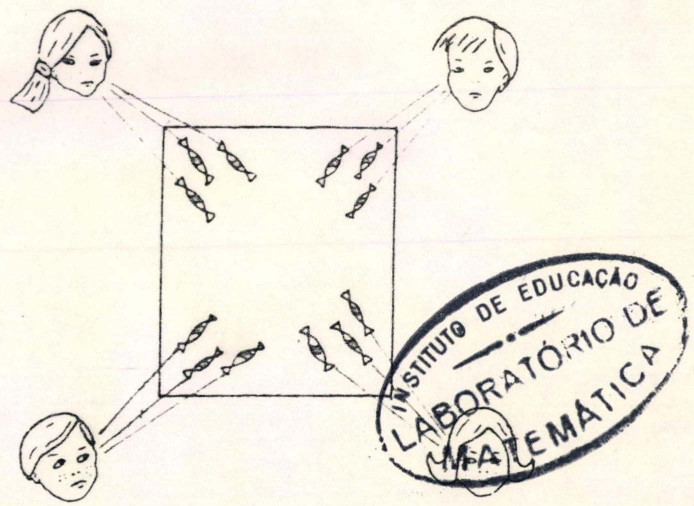
LÚCIA MARIA JOPPERT DE M. CARVALHO

II - Idéias da divisão

Antes de ensinar a dividir, apresente situações simples que ajudem a criança a compreender as idéias básicas envolvidas no conceito de DIVISÃO.

Você pode propor casos assim:

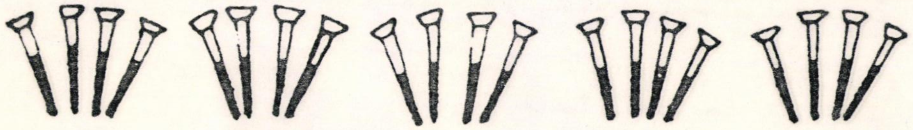
* Maria tem um saco com 12 balas e quer distribuir todas elas, em quantidades iguais, entre 4 colegas. Quantas balas vai receber cada um deles?



O conjunto de 12 balas foi igualmente *repartido entre* as 4 crianças, recebendo cada criança 3 balas.

12 balas $\div$ 4 = 3 balas

* Um operário arrumou 20 parafusos em 5 pacotes. Quantos parafusos ficaram em cada pacote?



Os 20 parafusos foram repartidos, igualmente, pelos 5 pacotes, ficando 4 parafusos em cada pacote.

20 parafusos $\div$ 5 $=$ 4 parafusos

Os exemplos mostram que a divisão encerra a idéia de

REPARTIR

Chame a atenção da turma para um fato:

Ao repartir um conjunto (no caso, de balas e parafusos) em subconjuntos ou grupos equivalentes, isto é, com o mesmo número de elementos,

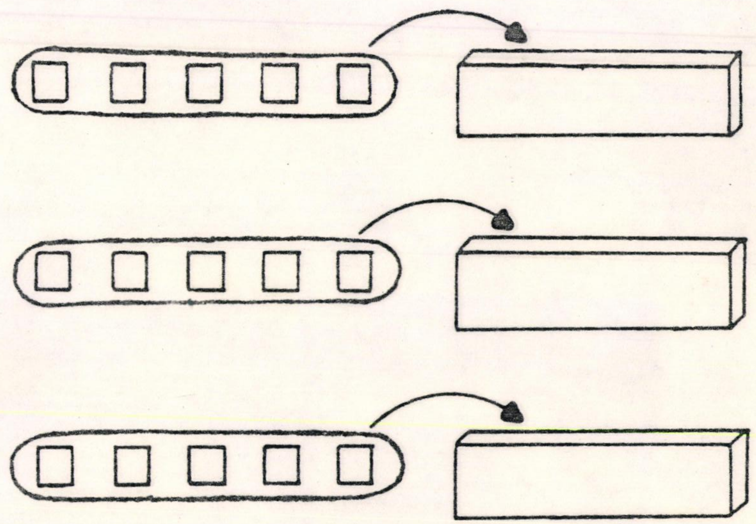
o dividendo e o quociente são da mesma espécie

Exemplificando com o caso das balas:

dividendo → 12 balas
quociente → 3 balas
divisor → número de crianças

Proponha outras situações de divisão:

* Alberto tem um jogo de 15 fichas guardadas em caixas. Em cada uma cabem 5 fichas. Quantas caixas tem o jogo de Alberto?

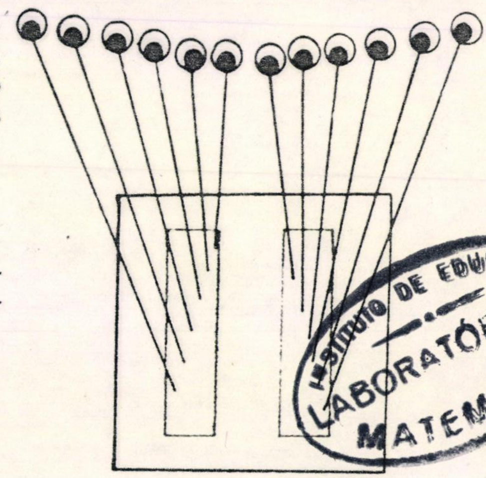


O conjunto de 15 fichas forma 3 grupos de 5 fichas. No jogo há, portanto, 3 caixas.

15 fichas $\div$ 5 fichas $=$ 3

* Na folha de um álbum podem ser coladas 12 figurinhas, dispostas em colunas de 6 figurinhas. Quantas colunas há na folha?

12 $\div$ 6 $=$ 2



Com os dois últimos exemplos você mostra que a divisão encerra a idéia de

COMPARAR

14.

Leve a criança a comparar uma quantidade maior com outra menor, determinando, quantas vezes a menor está contida na maior, ou quantas vezes um conjunto, com menor número de elementos, está contido no conjunto com maior número de elementos.

Neste caso, *o dividendo e o divisor é que são da mesma espécie.*

Exemplificando com o caso das fichas:

dividendo → 15 fichas
divisor → 5 fichas
quociente → número de vezes que 5 está contido em 15

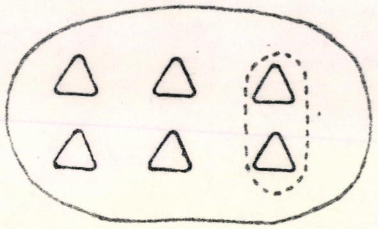
Por meio de tais situações, você mostra que

A DIVISÃO encerra duas idéias distintas REPARTIR e COMPARAR

Convém insistir na idéia de comparação ou de medida, lembrando que ao comparar você está medindo.

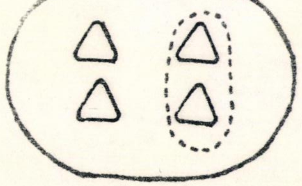
Procure visualizar a idéia:

* Quantas vezes 6 contém 2?



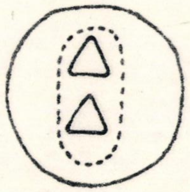
Você subtraiu pela *primeira vez* o 2 de 6 e ficou com 4

$6 - 2 = 4$



Subtraiu pela *segunda vez* o 2 e ficou com 2

$4 - 2 = 2$



Subtraiu pela *terceira vez* o 2 e encontrou 0

$2 - 2 = 0$

Recapitulando:

Subtraímos 2 . 3 vezes de 6

Em 6 há 3 vezes 2
6 contém 2, 3 vezes
2 está contido em 6, 3 vezes ou
6 *dividido* por 2 é igual a 3

6 → dividendo 2 → divisor 3 → quociente

Apresente a mesma situação com novos dados:

* Quantas vezes 3 está contido em 12?

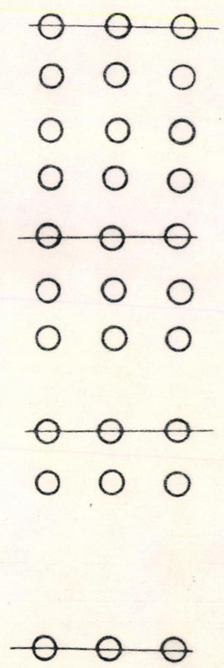
De 12, você:
Subtraiu 3 — *uma vez*
$12 - 3 = 9$

Subtraiu 3 — *duas vezes*
$9 - 3 = 6$

Subtraiu 3 — *três vezes*
$6 - 3 = 3$

Subtraiu 3 — *quatro vezes*
$3 - 3 = 0$

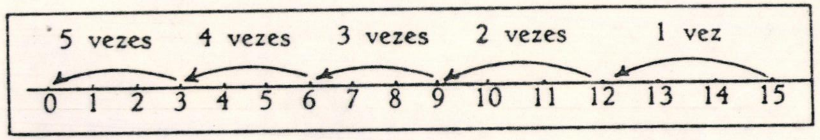
De 12, você:



$$\begin{array}{r} 12 \\ -\,3 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ -\,3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ -\,3 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ -\,3 \\ \hline 0 \end{array}$$

3 está contido em 12, 4 vezes
12 dividido por 3 é igual a 4

Use agora o número — linha de 0 a 15



Mostre à criança uma maneira interessante de verificar quantas vezes 15 contém 3 . Trace uma linha reta e nela marque de 0 a 15 com intervalos regulares. Vá depois subtraindo 3 de 15, conforme indica a seta. Continue a operação, tantas vezes quantas forem possíveis, até chegar ao zero.

Se você repetiu a ação de retirar ou subtrair 3 cinco vezes de 15, pode representar com números o que fez

$$\boxed{15 \div 3 = 5}$$

Através dos exemplos de *2 em 6, 3 em 12* e *5 em 15*, você leva a criança a concluir que:

A DIVISÃO pode ser considerada como SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS de subtraendos iguais

Este relacionamento direto da divisão com a subtração ajuda a criança a formar o conceito da divisão.

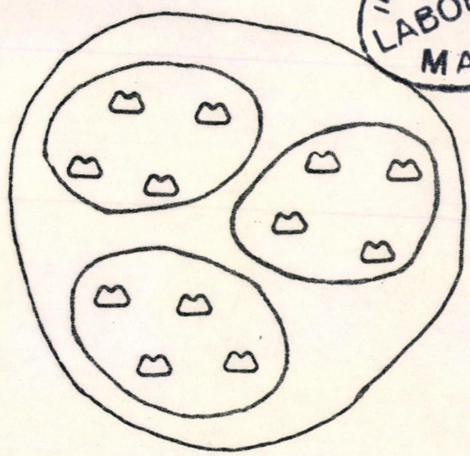
Quando a criança estiver familiarizada com as *idéias da divisão*, você pode passar à fase seguinte.

III - Fatos Básicos

Começará com exercícios preparatórios

* Agrupe 12:
em grupos de 4
$12 \div 4 = 3$

Separando 12, em grupos de 4, formam-se 3 grupos

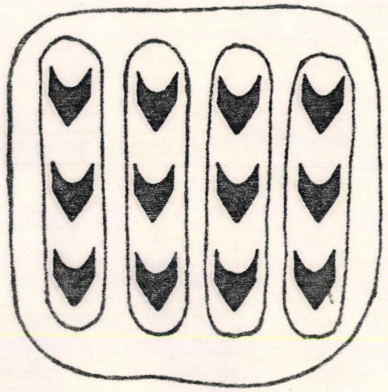


6

em grupos de 3

$12 \div 3 = 4$

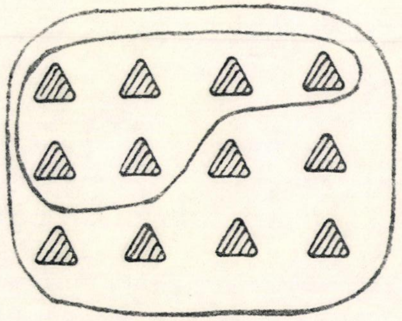
Em 12, há 4 grupos de 3



em grupos de 6

$12 \div 6 = 2$

Com 12 elementos pode-se formar 2 grupos de 6 elementos

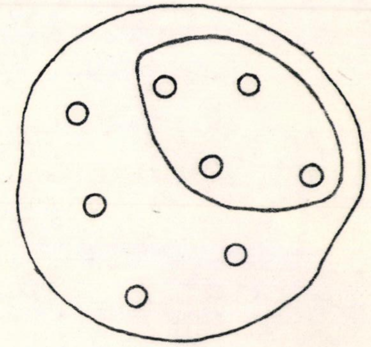


Leve a criança a raciocínio análogo, separando 12 elementos em grupos de 2, 1 e 12.

Apresente a mesma situação com outros dados.

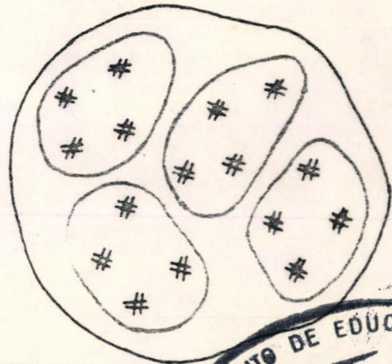
Com 8 elementos pode-se formar 2 grupos de 4 elementos cada um.

$8 \div 4 = 2$



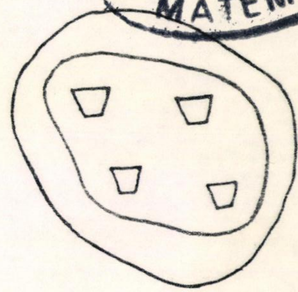
Com 16 elementos, 4 grupos de 4 elementos cada um.

$16 \div 4 = 4$



Com 4 elementos, 1 grupo de 4 elementos.

$4 \div 4 = 1$



7

Assim levará a criança a formar o conceito:

Fato básico de divisão é aquele em que o divisor e o quociente têm um só algarismo

Cuidará a seguir da fixação dos fatos básicos
Exemplos com divisor 5

quociente	n.º igual	fator omitido
$5 \div 5 = 1$	⟷	$1 \times 5 = 5$
$10 \div 5 = 2$	⟷	$2 \times 5 = 10$
$15 \div 5 = 3$	⟷	$3 \times 5 = 15$
$20 \div 5 = 4$		$4 \times 5 = 20$
$25 \div 5 = 5$		$5 \times 5 = 25$
$30 \div 5 = 6$		$6 \times 5 = 30$
$35 \div 5 = 7$		$7 \times 5 = 35$
$40 \div 5 = 8$		$8 \times 5 = 40$
$45 \div 5 = 9$		$9 \times 5 = 45$

Alerte a criança para este fato:

Calcular o quociente é calcular um fator omitido (o dividendo corresponde ao produto)

Você pode exemplificar com o divisor 5 por ser ele um dos mais fáceis, assim como o divisor 2, que deve ser o inicial.

Logo após, apresente os divisores 3 e 4.

Reserve os demais (6, 7, 8, 9) para fixar depois, quando a criança dominar os anteriores.

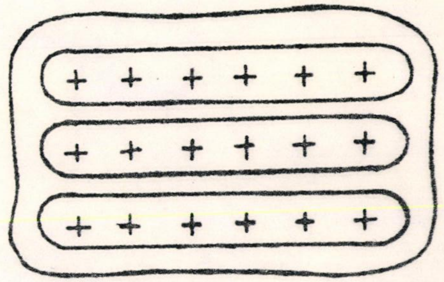
Exemplo com divisor 6

	Ao todo	em cada grupo	nº de grupos
a)	18	6	$18 \div 6 = 3$
b)	24	6	$24 \div 6 = 4$
c)	30	6	$30 \div 6 = 5$
d)	36	6	$36 \div 6 = 6$
e)	42	6	$42 \div 6 = 7$
f)	48	6	$48 \div 6 = 8$
g)	54	6	$54 \div 6 = 9$

Leve a criança a fazer a representação gráfica para verificar quantos grupos formou.

ao todo	em cada grupo
18	6

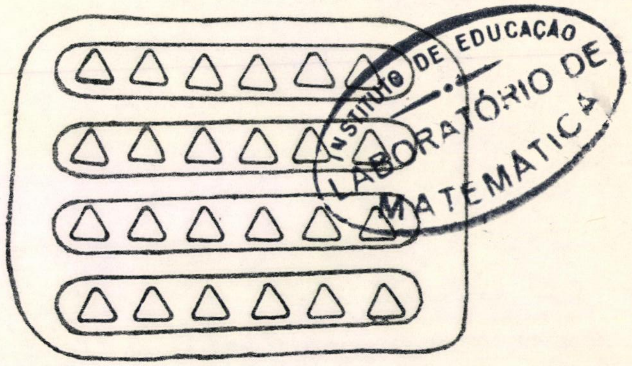
a)



n.º de grupos
$18 \div 6 = 3$

ao todo	em cada grupo
24	6

b)



nº de grupos
$24 \div 6 = 4$

Estimule a criança a raciocínio similar com os demais itens do exercício.

Exemplo com unidade básica

21	÷ 3	=	7
21	÷ 7	=	3
7	× 3	=	21
3	× 7	=	21

Mostre que na unidade básica permutamos o quociente com o divisor, conservando o dividendo, e efetuamos as multiplicações correspondentes.

Procure fazer a fixação dos fatos básicos através de *unidades básicas* sem a preocupação da terminologia.

O constante relacionamento da divisão com a multiplicação levará a criança à seguinte conclusão:

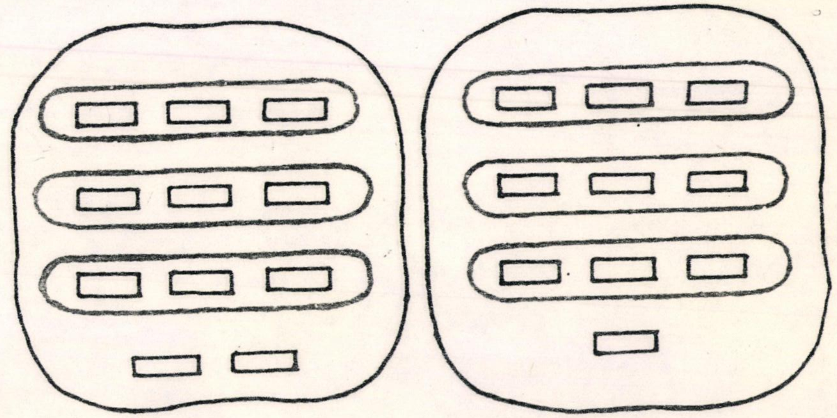
Divisão exata é a operação inversa da multiplicação.

Tábua de multiplicação e divisão

÷	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Tome o 7 na vertical e o 4 na horizontal. O encontro das duas linhas dará o produto ou o dividendo 28.

Comece a introduzir agora a idéia de Divisão Inexata



$10 \div 3 = 3$ e resto 1
$10 = 3 \times 3 + 1$

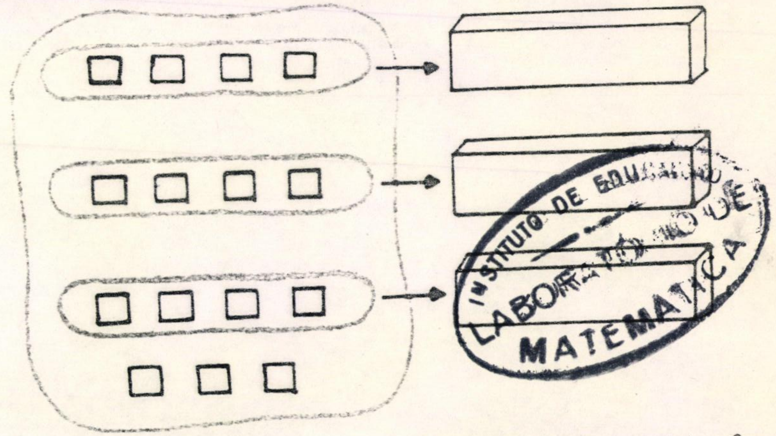
$11 \div 3 = 3$ e resto 2
$11 = 3 \times 3 + 2$

Mostre à criança que com 10 elementos ela pode formar 3 grupos de 3 elementos e ainda sobra 1 elemento.

Raciocínio idêntico fará com $11 \div 3$

Usará o mesmo raciocínio em outras situações:

* Para guardar 15 lenços em caixas de 4 lenços serão necessárias .... caixas e sobram .... lenços



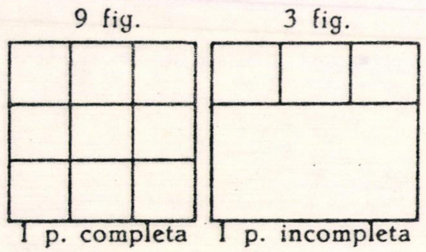
Para guardar 4 lenços em cada caixa, foram necessárias 3 caixas e ficaram sobrando 3 lenços.

$15 \div 4 = 3$ e resto 3
$15 = 4 \times 3 + 3$

9

Leve a criança a completar o quadro

Nº de figurinhas por pág.	9
Nº de páginas completas	1
Total de figurinhas	12
Nº de páginas incompletas	1



Leve a criança a observar que 12 figurinhas deram para fazer *uma* página completa (com 9 figurinhas) e uma incompleta (com 3 figurinhas) e que **3** é o resto da divisão de 12 por 9 ou

$$12 \div 9 = 1 \text{ e resto } \mathbf{3}$$

$$12 = 9 \times 1 + \mathbf{3}$$

Adotando raciocínio semelhante explique os outros casos, continuando o quadro. Assim, a criança será levada a concluir que:

Divisão exata é **aquela em que o dividendo contém o divisor** exatamente

— **o resto** é zero —

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número exato de vezes

— **o resto é** diferente **de zero** —

Dividendo = divisor × quociente + resto

Ampliando as experiências com divisões inexatas, encaminhe a criança a outras conclusões.

$6 \div 3 = 2 \longrightarrow$ exata

$\boxed{7 \div 3 = 2 \quad 8 \div 3 = 2} \longrightarrow$ inexatas

$9 \div 3 = 3 \longrightarrow$ exata

$12 \div 4 = 3 \longrightarrow$ exata

$\boxed{13 \div 4 = 3 \quad 14 \div 4 = 3 \quad 15 \div 4 = 3} \longrightarrow$ inexatas

$16 \div 4 = 4 \longrightarrow$ exata

Entre 2 fatos exatos com divisor 3 **(6 ÷ 3 e 9 ÷ 3) há 2 fatos inexatos (7 ÷ 3 e 8 ÷ 3)** e o **maior resto possível** é 2

Entre 2 fatos exatos com divisor 4 (12 ÷ 4 **e 16** ÷ 4) **há 3 fatos inexatos (13 ÷ 4, 14 ÷ 4** e 15 ÷ 4) e o **maior resto possível é** 3, **e assim por diante**

O RESTO É SEMPRE MENOR QUE O DIVISOR
O MAIOR RESTO POSSÍVEL É IGUAL AO DIVISOR MENOS 1

Chave de divisão

Lembre à criança que a divisão pode ser indicada:

28 ÷ 4 =	28 : 4
32 ÷ 5 =	32 : 5

como também aparecer com a chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 32 & 5 \\ \hline 2 & 6 \end{array}$$

Apresente uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo	→ 28	dividendo	→ 32
divisor	→ 4	divisor	→ 5
quociente	→ 7	quociente	→ 6
resto	→ 0	resto	→ 2

Casos especiais

Para calcular — pensamos em

$5 : 5 = 1 \longleftrightarrow 1 \times 5 = 5$

$8 : 8 = 1 \qquad 1 \times 8 = 8$

Leve a criança a concluir que o quociente de um número (diferente de zero), dividido por ele mesmo, é sempre 1

Para calcular — pensamos em

$4 \div 1 = 4 \longleftrightarrow 4 \times 1 = 4$

$7 \div 1 = 7 \qquad 7 \times 1 = 7$

Desenvolva com a criança o mesmo raciocínio:

O quociente de um número, diferente de zero, dividido por 1, é ele mesmo

Para calcular — pensamos em

$0 \div 5 = 0 \longleftrightarrow 0 \times 5 = 0$

$0 \div 2 = 0 \qquad 0 \times 2 = 0$

Podendo-se concluir que:

O quociente de zero, dividido por um número qualquer (diferente de zero), é zero

Para atender a uma possível curiosidade da criança, demonstre o seguinte:

Para calcular — pensamos em

$5 \div 0 = ? \longleftarrow$ não existe $\longrightarrow ? \times 0 = 5$

Não existe nenhum número que, multiplicado por zero, dê 5

$0 \div 0 = ? \longleftarrow$ qualquer nº $\longrightarrow ? \times 0 = 0$

Ajude assim a criança a concluir que qualquer número, multiplicado por zero, dá zero e, também, que

NUNCA DIVIDIMOS POR ZERO

IV - Seqüência de dificuldades no ensino da divisão

Quando a criança já dominar os fatos básicos, você pode apresentar as seguintes situações:

* *Divisão exata, divisor de um algarismo contido em cada algarismo do dividendo.*

42 | 2

O divisor 2 está contido em 4 e em 2

693 | 3

O divisor 3 está contido em 6, em 9 e em 3

* *Divisão exata, divisor de 1 algarismo contido no número formado pelos 2 primeiros algarismos do dividendo.*

123 | 3

O divisor 3 está contido em 12 e em 3

287 | 7

O divisor 7 está contido em 28 e em 7

* *Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da primeira para a segunda divisão parcial.*

```
5'2' |_2_
1 2   26
  0
```

```
18'5' |_5_
 3 5   37
   0
```


Mostre à criança que ao dividir 5 dezenas por 2, ela encontra 2 dezenas no quociente e resta 1 dezena (reserva da 1ª para a 2ª divisão)

```
5'2 |_2_
1    2
```

Continuando a divisão ficará com 12 unidades para dividir por 2 e encontrará 6 unidades no quociente

```
5'2 |_2_
1 2  26
  0
```

* *Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da 1ª para a 2ª divisão e (ou) da 2ª para a 3ª*

```
1 2'4'8' |_3_
  0 4     4 1 6
    1 8
      0
```

Observe que, neste exemplo, dividiu-se 12 por 3, encontrou-se 4 e restou zero, logo, não há reserva da 1ª para a 2ª divisão parcial. Quando se dividiu 4 por 3, achou-se 1 no quociente e restou 1, que é a reserva da 2ª para a 3ª divisão. Ficou-se, por último, com 18 para dividir por 3, encontrou-se 6 [illegible] é zero. O quociente é 416.


```
1 6'7'0' |_5_
  1 7     334
    2 0
      0
```

Neste segundo exemplo dividiu-se 16 por 5, encontrando-se 3 no quociente e o resto 1, que é a reserva da 1ª para a 2ª divisão. Ficou-se com 17 para dividir por 5, obtendo-se 3 e resto 2, que é reserva da 2ª para a 3ª divisão. Finalmente tem-se 20 para dividir, o que dá 4 e resto zero. Encontrou-se assim o quociente 334.

Inicie agora a divisão inexata, observando a seqüência das dificuldades:

* *Divisão com resto e com reservas e divisor de 1 algarismo*

635 | 4

4745 | 7

* *Divisão inexata, divisor de um algarismo com aparecimento de um zero no final do quociente*

4553 | 5   6485 | 8

* *Divisor de um algarismo, divisão inexata com um zero no meio do quociente*

1217 | 4   1875 | 9

* *Divisor de 1 algarismo com aparecimento de zeros sucessivos no quociente*

4037 | 4   6000 | 5

Início da divisão com 2 algarismos no divisor

* *Divisor 10, 100, 1000 etc.*

357 | 10   8612 | 100

$357 = 35 \times 10 + 7$ $8612 = 86 \times 100 + 12$

$357 \div 10 = 35$ e resto 7 $8612 \div 100 = 86$ e resto 12

* *Dividendo e divisor maiores que 10 e múltiplos de 10, divisor de 2 algarismos*

1870 | 20   5680 | 30

Faça a criança observar que, neste caso, *em que dividendo e divisor são múltiplos de 10,* no princípio não se deve cortar o zero, pois — quando o resto é diferente de zero — embora o quociente não se altere, o resto fica alterado.

Exemplo:

160	40	16~~0~~	4~~0~~
00	4	0	4
90	40	9~~0~~	4~~0~~
10	2	1	2

10 ⟷ 1

O resto ficou dividido por 10

Ajude a criança a observar que, dividindo ou multiplicando o dividendo e o divisor pelo mesmo número (no caso 10), o quociente não se altera, mas o resto fica dividido ou multiplicado por esse número.

* *Divisão inexata, divisor de 2 algarismos maior que 10 e múltiplo de 10*

3827 | 30   7251 | 60

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 1 ou 2 o algarismo das unidades*

3845 | 21   5726 | 32

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 8 ou 9 o algarismo das unidades*

7228 | 28   3459 | 39

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 3, 4, 5, 6 ou 7 o algarismo das unidades*

796 | 23   4678 | 74   8324 | 45

6329 | 56   4328 | 37

* *Divisão com um zero no final do quociente, divisor de 2 algarismos*

5413 | 15   5568 | 37

* *Divisão com um zero no meio do quociente*

9635 | 47   1635 | 16

* *Divisão com aparecimento de zeros consecutivos no quociente*

40811 | 12   41337 | 59

* *Dividendo e divisor são números quaisquer*

Caso geral

5784 | 215   93407 | 2375

13

Se a criança errar a divisão, procure localizar seu erro. Verifique se errou na avaliação do quociente, na multiplicação, na subtração, na arrumação etc.

Retorne então aos casos mais simples para alcançar a criança no estágio em que se encontra. Ela não poderá passar a nova dificuldade sem que a anterior esteja dominada; cada obstáculo vencido servirá de base para transpor o seguinte.

V - Métodos e processos de divisão

A) MÉTODO TRADICIONAL OU CONVENCIONAL

$$62 \,\underline{|\,2}\quad 31$$

raciocínio

6 dezenas ÷ 2 = 3 dezenas
2 unidades ÷ 2 = 1 unidade
quociente = 31

No início da aprendizagem, leve a criança a usar o processo longo que dá mais segurança e evita erros.

1 — Processo longo

D d

$$\begin{array}{rl} 6'2 & \underline{|\,2\,} \\ -\,6 & \;31 \;\; q \\ \hline 0\,2 & \\ -\;\,2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

A criança pensa assim:
6 dezenas divididas por 2 são 3 dezenas

- escreve 3 no quociente
- multiplica 3 por 2 e escreve 6 abaixo do 1º dividendo parcial *que é 6 dezenas.*
- efetua a subtração que dá zero.
- coloca ao lado do zero, o 2º dividendo parcial (2 unidades) e efetua a divisão.
- escreve 1 no quociente e repete o que fez anteriormente com o 3.

2 — Processo abreviado

```
6'2 |2
    ---
0 2  3 1
  0
```

Neste caso a subtração é feita mentalmente (3 vezes 2 = 6; para 6 falta zero) escrevendo-se apenas os restos e os dividendos parciais. Exige, portanto, mais esforço do aluno.

Recurso para avaliação do número de algarismos do quociente

```
  3 4'5' |4
         ---
 - 3 2    8 6
 -----
    2 5
  - 2 4
  -----
      1
```

Raciocínio

345 = 3 c + 4 d + 5 u

Se dividir 3 centenas por 4 não haverá centenas. Teremos dezenas e unidades no quociente — 2 algarismos —

345 = 30 d + 4 d + 5 u

345 = 34 d + 5 u

34 d ÷ 4 = 8 d e sobram 2 d

25 u ÷ 4 = 6 u e sobra 1 u

3 — SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS

Como você já ensinou que a divisão pode transformar-se em subtrações sucessivas de subtraendos iguais, a criança achará fácil dividir qualquer número por outro, fazendo subtrações.

1. Processo longo

Como no método tradicional, você deve começar pelo processo longo, isto é, escrevendo todas as etapas e não fazendo as subtrações mentalmente.

```
  6 2  |2
       ---
 - 2    1
 ----
  6 0   1
 - 2
 ----
  5 8   1
 - 2
 ----
  5 6
  .     .
  .     .
  .     .
  .     .
  .     .
       ---
  0    24
```

Raciocínio

Quantas vezes posso tirar 2 de 42 ou quantas vezes 2 está contido em 42?

Tirar 2 de cada vez tornaria muito longo o processo.

O aluno vê facilmente que pode tirar de uma só vez, 10 vezes o 2 ou seja 20.

Exemplificando:

```
        6 2  |2
             ---
(2)   - 2 0   10  (1)
      -----
(3)     4 2   10  (4)
(5)   - 2 0   10  (7)
      -----
(6)     2 2    1  (10)
(8)   - 2 0
      -----
(9)       2
(11)    - 2
      -----
(12)      0
```

15

Raciocínio

(1) — Posso tirar 10 vezes o 2 e escrever 10 no quociente
(2) — efetuo a multiplicação ($10 \times 2 = 20$) e escrevo o produto abaixo do dividendo
(3) — efetuo a subtração e encontro novo dividendo: 42
(4) — tiro novamente 10×2, escrevo 10 no quociente
(5) — efetuo a multiplicação
(6) — faço a subtração e acho 22
(7) — tiro ainda uma vez 10×2, escrevo 10 no quociente e assim por diante até não poder mais subtrair
(13) — Adiciono os quocientes parciais e encontro 31 ($10 + 10 + 10 + 1$)

Você leva o aluno a observar que, com a continuação, ele vai reduzindo o número de quocientes parciais até chegar ao ponto desejado, com maior rapidez. No exemplo acima, ele vê que pode tirar de uma vez, *30* vezes o *2* e depois mais uma

```
  62 |2
– 60  30
----
   2   1
        --
– 2    31
---
   0
```

2. Processo abreviado

Você explicará à criança que — como no método tradicional — no processo abreviado as subtrações são feitas mentalmente

```
62 |2
42  10
22  10
 2  10
 0   1
    --
    31
```

Raciocínio

— subtraindo 10 vezes o 2 subtraio 20
— escrevo 10 no quociente

— faço a multiplicação e a subtração (62 — 20, mentalmente é 20 para 62, faltam 42)
— escrevo 42
— repito o mesmo raciocínio até encontrar resto zero

3. Vantagens do método das subtrações

Mostre à criança que uma das grandes dificuldades da divisão é avaliar o quociente, isto é, encontrar o algarismo *certo* do quociente. Ao calcular o quociente, o aluno é levado a supor um determinado algarismo, depois vê que foi "forte" ou "fraco" e tem que apagar, mais de uma vez em alguns casos, o algarismo suposto.

É muito mais fácil ele continuar o trabalho e ir ajustando o quociente à medida que continua a operação.

Exemplificando:

```
    longo                 longo              abreviado

   137 |15              137 |15             137 |15
–   30  2             –  60  4               77  4
  ----                 ----                  17  4
   107  2      ou        77  4      ou      (2)  1
–   30  2             –  60  1                   --
  ----                 ----  --                   9
    77  2                17  9
–   30  1             –  15
  ----  --             ----
    47  9                 2
–   30
  ----
    17
–   15
  ----
     2
```


Usando o método tradicional, você levava o aluno a calcular *9* para o quociente, fazendo, portanto, abstração dos quocientes parciais assinalados

```
  1 3 7 |15
– 1 3 5  9
  -----
      2
```

Com o método das subtrações, a dificuldade que o zero apresenta no final do quociente praticamente desaparece.

Exemplificando:

```
   367  |12
 - 120   10
   247   10
 - 120   10
   127   30
   120
   007
```

A criança subtrai 3 vezes 120 e encontra 7 no resto; verifica que não pode mais subtrair 12 nenhuma vez. Soma os quocientes parciais e escreve 30 sem dificuldade.

```
   36'7'  |12
 - 36      3
   07
```

No método tradicional a criança divide 36 dezenas por 12 e encontra 3 dezenas; escreve no quociente; faz a multiplicação (12 × 3) e escreve o produto abaixo do 1º dividendo para fazer a subtração; "o resto é 7", como não dá para dividir por 12, a criança é levada a parar a conta aí, esquecendo o zero final.

Observe que o mesmo acontece com o zero no meio do quociente:

```
   428  |4
 - 400   100
    28     7
 -  28   107
     0
```

A criança vê que pode tirar 100 vezes o 4 e escreve 100 no quociente. Continua a operação e vê que pode tirar 7 vezes 4 de 28; escreve 7 no quociente, adiciona os quocientes parciais e encontra 107 como resultado da divisão, sem dificuldades com o zero.

Veja o que acontece com o método tradicional

```
 4'2'8  |4
 4       1
 02
```

4 centenas divididas por 4 dá 1 centena no quociente.
Agora há 2 dezenas para dividir por 4. A criança fica em dúvida de como continuar.

Usando o método da divisão por subtrações, você leva a criança a compreender o que está fazendo em todas as etapas e não somente a memorizar o mecanismo, o que na maioria das vezes ocorre com o outro método.

Nenhuma compreensão nova é necessária para dividir com 2 ou mais algarismos no divisor.

17

VI - Recurso para facilitar divisões mais complexas regra única

Quando as divisões apresentarem maiores dificuldades, com divisores de 2 e 3 algarismos, torna-se mais difícil avaliar o quociente. Você pode, então, tornar o dividendo, mentalmente, múltiplo do divisor. Basta arredondar o dividendo para menos e o divisor para mais.

Exemplificando:

$3848 \div 67 =$

O aluno pensa em $3500 \div 70$ e calcula 50 mentalmente: escreve 50 no quociente (1). Faz a multiplicação e a subtração respectivamente, encontrando 498 para novo dividendo (2).

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 3848 & 67. \\
- & 3350 & 50 \quad (1) \\
\hline
(2) & 498 & 7 \\
\hline
- & 469 & 57 \\
\hline
 & 29 &
\end{array}
$$

A divisão agora é $498 \div 67$. O aluno, pela *regra única*, é levado a pensar em $49\not{0} \div 7\not{0}$, que efetua mentalmente e encontra 7. Escreve 7 no quociente. Efetua a multiplicação e subtração subseqüentes e escreve o resto 29. Verifica que não pode mais subtrair 67 e faz a adição para determinar o quociente → 57.

Como você sabe, existem muitos métodos usados por adultos e crianças para facilitar a estimativa dos quocientes parciais na divisão, mas, no início, seu objetivo principal deve ser a compreensão. O mecanismo precisa ser simplificado, para que não se torne uma dificuldade maior e possa parecer à criança o mais importante, em prejuízo da compreensão.

Nos níveis mais adiantados, a criança precisa defrontar-se com exemplos mais complexos e desenvolver conhecimentos e habilidades que a tornem mais eficiente no uso do processo.

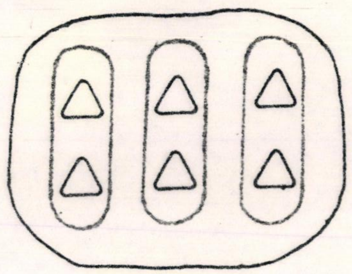
3500 : 70 =

18

VII - Particularidades da divisão

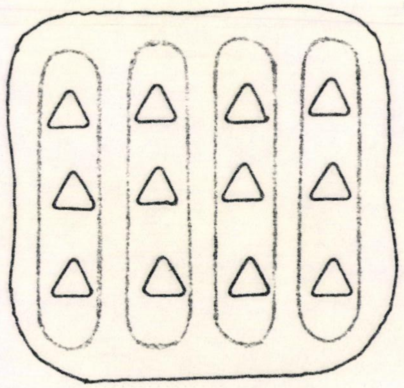
Variação do quociente

Situações que você pode apresentar ao aluno como base para uma série de conclusões:



$6 \,\underline{|3}$
$0 \quad 2$

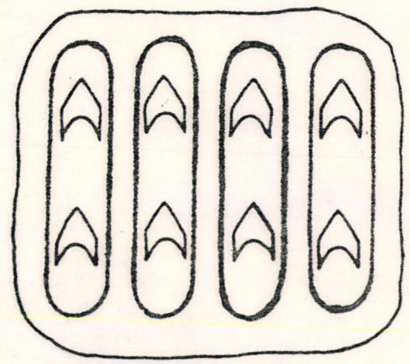
dividendo → 6
divisor → 3
quociente → 2



$12 \,\underline{|3}$
$0 \quad 4$

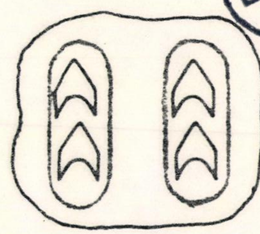
dividendo → $6 \times 2 = 12$
divisor → 3
quociente → $2 \times 2 = 4$

Quando se multiplica o dividendo por um número, o quociente também fica multiplicado por esse número (2 no exemplo)



$8 \,\underline{|2}$
$0 \quad 4$

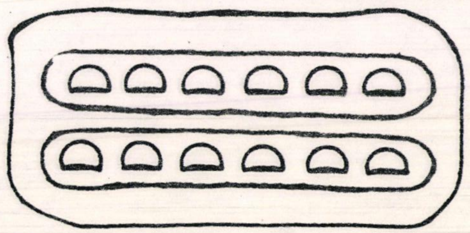
dividendo → 8
divisor → 2
quociente → 4



$4 \,\underline{|2}$
$0 \quad 2$

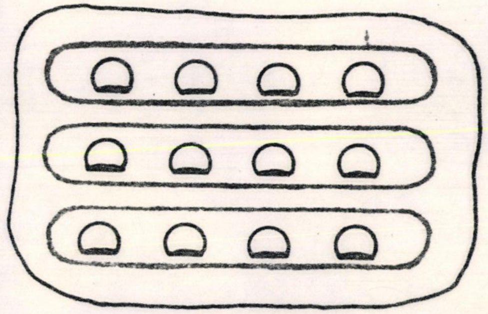
dividendo → $8 \div 2 = 4$
divisor → 2
quociente → $4 \div 2 = 2$

Quando se divide o dividendo por um número, o quociente também fica dividido por esse número



12 |2
0 6

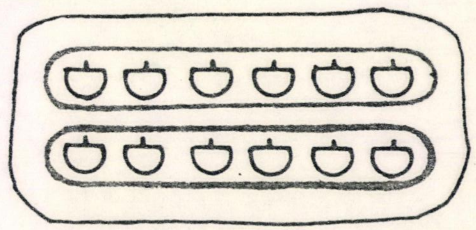
dividendo → 12
divisor → 2
quociente → 6



12 |4
0 3

dividendo → 12
divisor → 2 × 2 = 4
quociente → 6 ÷ 2 = 3

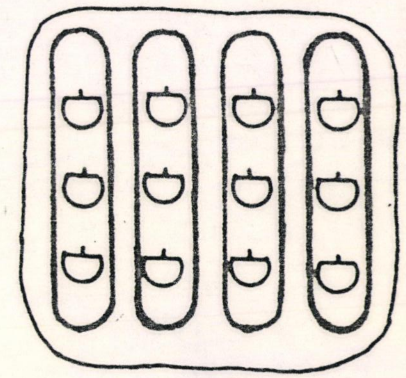
Quando se multiplica o divisor por um número, o quociente fica dividido por esse número



12 |6
0 2

dividendo → 12
divisor → 6
quociente → 2

19



12 |3
0 4

dividendo → 12
divisor → 6 ÷ 2 = 3
quociente → 2 × 2 = 4

Quando se divide o divisor por um número, o quociente fica multiplicado por esse número

10 |2
0 5

dividendo → 10
divisor → 2
quociente → 5

100 |20
00 5

dividendo → 10 × 10 = 100
divisor → 2 × 10 = 20
quociente → 5

Quando se divide ou multiplica o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente não se altera

20

VIII - Provas da divisão

Mostre à criança que a verificação da conta de dividir pode ser feita pela

Prova Real

Esta prova baseia-se num princípio já conhecido da criança

$$\boxed{\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}}$$

```
509 |7
 19  72
  5
```

$$509 = 72 \times 7 + 5$$

```
  72                     504
×  7      quociente    +   5 ←——    resto
————                   —————
 504      divisor        509 ←——    dividendo
```

A prova "dos nove" também é usada, embora, na Escola Primária, não seja aconselhável, pois apresenta falhas.

Bibliografia

BEZERRA, Manoel Jairo & QUINTELLA, Ary — *Iniciando a Matemática Moderna*. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 128 p.

BEZERRA, Manoel Jairo — *Recreações e material didático de Matemática*. Rio de Janeiro, 1962.

PORTO, Rizza Araujo — *Ver, sentir, descobrir a Aritmética*. 2.ª edição, Belo Horizonte, PABAEE, 1961. 171 p.

OSORIO, Norma Cunha — *Matemática na escola primária moderna*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1968. 127 p.

CAMPOS, I. de França — *Didática de Aritmética*. Rio de Janeiro, J. Ozon Editor, s/d. 240 p.

PORTILHO, Maria Helena et alii — *Vamos raciocinar*. Nivel 3. 2.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1970. 95 p.

PERELBERG, L. Manhúcia et alii — *Curso Moderno de Matemática*. 3.º volume. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 243 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Didática da Matemática*. 4.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1968. 197 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Alegria de calcular*. Volume 6. Rio de Janeiro, Conquista, 1971. 144 p.

VALLE, Madalena Pinho del — *Explorando a Matemática Moderna na Escola Primária*. Rio de Janeiro, José Olympio Ed., 1969. 143 p.

PINHEIRO, Lucia Marques & OSORIO, Norma Cunha — *Ensinando Matemática a crianças*. Rio de Janeiro, INEP, CBPE, 1967. 376 p.

21

VIII - Provas da divisão

Mostre à criança que a verificação da conta de dividir pode ser feita pela

Prova Real

Esta prova baseia-se num princípio já conhecido da criança

$$\boxed{\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}}$$

```
509 |7
 19  72
  5
```

$$509 = 72 \times 7 + 5$$

```
 72                  504
× 7    quociente    + 5 ←--   resto
----                ----
504    divisor      509 ←--   dividendo
```

A prova "dos nove" também é usada, embora, na Escola Primária, não seja aconselhável, pois apresenta falhas.

Bibliografia

BEZERRA, Manoel Jairo & QUINTELLA, Ary — *Iniciando a Matemática Moderna*. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 128 p.

BEZERRA, Manoel Jairo — *Recreações e material didático de Matemática*. Rio de Janeiro, 1962.

PORTO, Rizza Araujo — *Ver, sentir, descobrir a Aritmética*. 2.ª edição. Belo Horizonte, PABAEE, 1961. 171 p.

OSORIO, Norma Cunha — *Matemática na escola primária moderna*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1968. 127 p.

CAMPOS, I. de França — *Didática de Aritmética*. Rio de Janeiro, J. Ozon Editor, s/d. 240 p.

PORTILHO, Maria Helena et alii — *Vamos raciocinar*. Nível 3. 2.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1970. 95 p.

PERELBERG, L. Manhúcia et alii — *Curso Moderno de Matemática*. 3.º volume. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 243 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Didática da Matemática*. 4.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1968. 197 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Alegria de calcular*. Volume 6. Rio de Janeiro, Conquista, 1971. 144 p.

VALLE, Madalena Pinho del — *Explorando a Matemática Moderna na Escola Primária*. Rio de Janeiro, José Olympio Ed., 1969. 143 p.

PINHEIRO, Lucia Marques & OSORIO, Norma Cunha — *Ensinando Matemática a crianças*. Rio de Janeiro, INEP, CBPE, 1967. 376 p.