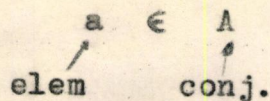


FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA

Idéias primitivas:

conjunto (classe, coleção, família)

elemento (indivíduos)



Axiomas - (são necessários para as operações)

São proposições que se pedem ser aceitas sem demonstração . Não devem ser contraditórias. Devem ser independentes entre si.

Teoremas

Definições

Números reais

Sistema de números reais : Consideremos um conjunto de elementos a, b, c, \dots que chamaremos de números reais.

$a \neq b ; a = b$

Propriedades da igualdade: 1 - reflexiva: $a = a$; 2-Simétrica : se $a = b$ então $b = a$; 3) Transitiva: $a = b , b = c$, então $a = c$.

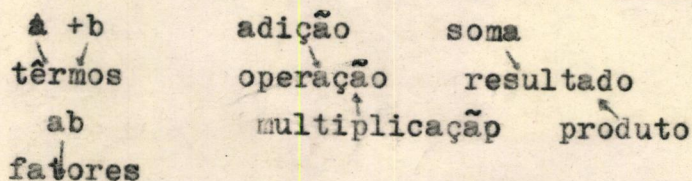
Para estes elementos ficam definidas duas operações : adição e multiplicação: $a + b$ $a \cdot b$ ou $a.b$ ou ab .

Axiomas :

1) O conjunto de números reais é fechado sob as operações de adição e multiplicação .

Isto significa : $a + b$ é ainda um número real

ab é ainda um número real



ab e ba - reultarão ambos números reais.

2 Axioma : A adição e a multiplicação possuem a propriedade da unidade.

3/ Axioma : A adição e a multiplicação possuem a propriedade comutativa isto significa que:

$$a + b = b + a$$

$$ab = ba$$

4 Axioma : A adição e a multiplicação possuem a propriedade associativa

signif : $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$(ab)c = a(bc)$$

Indução - observando-se casos particulares chega-se a generalização.

5 Axioma - A multiplicação é distributiva em relação a soma.

Isto é : $a(b+c) = ab+ac$

EXERCÍCIOS :

1- $a(b+c) = (c+b) + a$ comut.
 $a+(b+c) = (b+c) + a$ "
 $\cong (c+b)+a$

2- $(a+b) + c = (a+c) + b$
 $(a+b)+c = c + (a+b)$
 $\cong (c+a) + b$

3- $(ab)(c+d) = a(bc+bd)$
 $(ab)(c+d) = a[B(c+d)]$ Assoc.
 $= a(bc+bd)$ Distrib.

4- $a(b+c) = (c+b)a$

5- $(a+b)(c+d) = (d+c)(b+a)$

6- $(ab)(c+d) = (d+c)(ba)$

7- $a(bc) = b(ca)$

8- $(pq)(ab) = q[(pa)]b$

Subtração

$a+x = b$

6 Axioma : A igualdade $a+x = b$ tem uma e uma só solução .

signif. que existe um único número real x tal que $a+x = b$

Definição : $x = b-a$

$a+(b-a) = b$

$(b-a)+a = b$

1) que número somado a $(a-p) - (b-q)$ para obter \tilde{a} ?
 somar $(b-q)$, fica $a-p$ somar p fica a

2) Transformar

$c + [(m-c) + b]$ em $b+m$

$[c+(m-c)] + b$ assoc.

$[(m-c)+c] + b$ comut.

$m+b$ segundo def. de subtração

$b+m$ comut.

EXERCÍCIO

$(a+c) - b = c+(a-b)$ somar b a ambos os membros

$[(a+c) - b] + b = [c+(a-b)] + b$

$a+c = c + [(a-b) + b]$

$a + \cancel{c} =$

$$a \neq c = c + a$$

$$A \neq c = c + a$$

2- transformar $[(a-b) - c] + (b+c)$ em \underline{a}

3- " $a(x+c) + (b-ac)$ em $ax + b$

4- $(a-b)-c = (a-c)-b$

5- $a-(b-c) = (a-b)+c$

.

Teorema: $(a \neq b) - b = a$

Se dasoma de dois t\u00e9rmos se subtrair um d\u00e9les, fica o \u00f3utro.

Teorema da porpriedad\u00e9 distri\u00f3utiva da multiplica\u00e7\u00e3o em rela\u00e7\u00e3o a subtra\u00e7\u00e3o.

$$(c-b)+b = c$$

$$a (c-b)+b = ac$$

$$a(c-b) + ab \neq ac$$

$$\underline{a(c-b) = ac - ab}$$

.

Z E R O

$$a+x = b$$

$$b + y = b$$

$$a + x = a$$

4. Ambos s\u00f3 ter\u00e3o uma resposta, mas ser\u00e1 a mesma?

Somando b , teremos:

somando \cancel{b} a , teremos:

$$(a+x) + b = a + b$$

$$a + (b+y) = a + b$$

$$b+(a+x) = a+b$$

$$(a+b) + y = a + b$$

$$(b+a) + x = a+b$$

$$(a+b)+x = a+b$$

Comparando ambos, logo teremos que $x = y$.

Existe, ent\u00e3o um \u00fanico n\u00famero que satisfaz esta igualdade, qual-quer que seja \underline{a} .

Defini\u00e7\u00e3o de zero - \u00e9 o n\u00famero real que satisfaz $a + x = a$, qual-quer que seja \underline{a}

0 \u00e9 o s\u00edmbolo

$$\underline{a + 0 = a}$$

.

tese : $b \cdot 0 = 0$

$$a + 0 = a$$

Multiplicar por \underline{b}

$$b(a + 0) = ba$$

$$ba + b \cdot 0 = ba$$

logo

$$\underline{b \cdot 0 = 0}$$

Negativo de um número

$$a + x = b$$

$$a + x = 0$$

O número x que somado a a dá 0 é o negativo de a e é um número real

$$-a = x$$

1) propriedade

$$a \neq 0$$

pela definição de subtração $x=0$

pela definição anterior $x = -a$

$$\underline{0 \neq -0}$$

2) O negativo de um número diferente de zero é também diferente de zero.

$a \neq 0$, se o negativo de a fosse zero:

$$a + 0 = 0$$

neg de a

$$0 + a = a \implies a = 0 \text{ (contra hipótese)}$$

Logo o negativo de a não pode ser zero

.

1 Teorema :

$$\underbrace{a - b}_x = \underbrace{a + (-b)}_y$$

$$x = a - b$$

$$x + b = a$$

$$y = a + (-b) \quad \text{somar } b \text{ a ambos os termos}$$

$$y + b = [a + (-b)] + b \quad \text{associat.}$$

$$y + b = a + [(-b) + b] \quad \text{def. do neg de um n}^\circ$$

$$y + b = a + (b - b)$$

$$y + b = a$$

Comparando ambos os resultados vem : $x = y$

.

2 Teorema : $-(a + b) = (-a) + (-b)$

$$X = -(a + b) \quad \text{somar } (a + b) \text{ a ambos os termos}$$

$$x + (a + b) = [-(a + b)] + (a + b) \quad \text{comut.}$$

$$\begin{aligned} x + (a + b) &= (a + b) + [-(a + b)] \\ &= (a + b) - (a + b) \end{aligned}$$

$$x + (a + b) = 0 \quad \text{comut.}$$

$$x + (b + a) = 0 \quad \text{associat.}$$

$$(x + b) + a = 0 \quad \text{def. de neg. de um número}$$

$$x + b = -a \quad \text{def de diferença}$$

$$x = (-a) - b \quad \text{pelo teor, anterior}$$

$$x = (-a) + (-b)$$