FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA

Idéias primitivas:

conjunto (classe, coleção, família)

elemento (indivíduo)

$a \in A$

elem   conj.

<u>Axiomas</u> - (são necessários para as operações)

São proposições que se pedem ser aceitas sem demontração . Não devem ser contraditórias. Devem ser independentes entre si.

<u>Teoremas</u>

<u>Definições</u>

. . . .

Números reais

Sistema de números reais : Consideremos um conjunto de elementos a,b,c,... que chamaremos de <u>números reais</u>.

$a \neq b$; $a = b$

Propriedades da igualdade: 1 - reflexiva: $a=a$; 2-Simétrica : se $a = b$ então $b = a$; 3) Transitiva: $a = b$, $b = c$, então $a = c$.

Para êstes elementos ficam definidas duas operações : <u>adição</u> e <u>multiplicação</u>: $a+b$ $a\ b$ ou $a.b$ ou ab.

<u>Axiomas</u> :

1) <u>O conjunto de números reais é fechado sob as operações de adição e multiplicação</u> .

Isto significa : $a+b$ é ainda um número real
ab é ainda um número real

a +b   adição   soma
têrmos   operação   resultado
ab   multiplicaçãp   produto
fatores

ab e ba - reultarão ambos números reais.

<u>2 Axioma</u> : <u>A adição e a multiplicação possuem a propriedade da unicidade.</u>

<u>3 Axioma</u> : <u>A adição e a multiplicação possuem a propriedade comutativa</u> isto significa que:

$a + b = b + a$ $ab = ba$

<u>4 Axioma : A adição e a multiplicação possuem a propriedade associativa</u>

signif : $(a+b) + c = a+(b+c)$ $(ab)c = a(bc)$

Indução - observando-se casos particulares chega-se a generalização.

<u>5 Axioma - A multiplicação é distributiva em relação a soma.</u> adição ?

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Isto é : $a(b+c) = ab+ac$

. . . .

EXERCICIOS :

1- $a + (b + c) = (c + b) + a$ comut.

$a + (b+c) = (b+c) + a$ "

$= (c + b)+a$

2- $(a + b) + c = (a + c) + b$

$(a+b)+c = c + (a+b)$

$= (c + a) + b$

3- $(ab)(c+d) = a(bc+bd)$

$(ab)(c+d) = a[b(c+d)]$ Assoc.

$= a(bc + bd)$ Distrib.

4- $a(b+c) = (c + b) a$

5- $(a+b)(c+d) = (d+c)(b+a)$

6- $(ab)(c+d) = (d+c)(ba)$

7- $a(bc) = b(ca)$

8- $(pq)(ab) = q[(pa)] b$

. . . .

<u>Subtração</u>

$a + x = b$

<u>6 Axioma : A igualdade $a + x = b$ tem uma e uma só solução</u> .

signif. que existe um único número real x tal que $a + x = b$

Definição : $x = b-a$

$a + (b-a) = b$

$(b-a) + a = b$

23

1) que número somado a $(a-p)-(b-q)$ para obter <u>a</u> ?

somar $(b-q)$, fica $a-p$ somar p fica <u>a</u>

2) Transformar

$c+[(m-c)+b]$ em $b + m$

$[c+(m-c)]+b$ assoc.

$[(m-c)+c]+b$ comut.

$m + b$ segundo def. de subtração

$b + m$ comut.

EXERCICIO

$(a+c) - b = c+(a-b)$ somar b a ambos os membros

$[(a+c)-b] + b = [c+(a-b)] + b$

$a+c = c+[(a-b) + b]$

$a+c =$

$a + c = c + a$

$A + c = c + a$

2- transformar $[(a-b) -c] + (b+c)$ em $\underline{a}$

3- " $a(x+c) +(b- ac)$ em $ax + b$

4- $(a-b)-c = (a-c)-b$

5- $a-(b-c) = (a-b)+c$

. . . . . .

__Teorema:__ $(a+b)-b = a$

Se dasoma de dois têrmos se subtrair um dêles, fica o outro.

Teorema da porpriedade distributiva da multiplicação em relação a subtração.

$(c-b)+b = c$

$a\ (c-b)+b = ac$

$a(c-b) +ab = ac$

$\underline{a(c-b) = ac - ab}$

. . . .

__Z E R O__

$a+x = b$ $\qquad$ $b + y =b$

$a + x = a$

Ambos só terão uma resposta, mas será a mesma?

4 Somando b , teremos:

$(a+ x) + b = a +b$

$b+(a+x) = a+b$

$(b+a) + x =a+b$

$(a+b)+x = a+b$

somendo ~~b~~ a , teremos:

$a+ (b+y) = a + b$

$(a+b) + y = a +b$

Cpmparando ambos, logo teremos que $x =y$.

Existe, entãy um único número que satisfaz esta igualdade, qualquer que seja __a__.

Definição de zero - é o número real que satisfaz $a + x = a$, qualquer que seja __a__

__o__ é o símbolo

$\underline{a + 0 = a}$

. . . .

tese : $b.0 = 0$

$a + 0 = a$

Multiplicar por __b__

$b(a +0) = ba$

$ba + b.o = ba$ logo

$\underline{b.o =o}$

Negativo de um número

$a + x = b$

$a + x = o$

O número x que somado a a ~~da~~ o é o negativo de a e é um número real

$-a = x$

1) propriedade

$a = o$

$o + x = o$ — pela definição de subtração $x = o$

$o + x = o$ — pela definição anterior $x = -o$

$o = -o$

2) O negativo de um número diferente de zero é também diferente de zero.

$a \neq o$, se o negativo de a fosse zero:

$a + \underbrace{o}_{\text{neg de } a} = o$

$o + a = a \Longrightarrow a = o$ (contra ahipótese)

Logo o negativo de a não pode ser zero

. . . . .

1 Teorema :

$$\underbrace{a - b}_{x} = \underbrace{a + (-b)}_{y}$$

$x = a - b$

$x + b = a$

$y = a + (-b)$ somar b a ambos os termos

$y + b = [a + (-b)] + b$ associat.

$y + b = a + [(-b) + b]$ def. do neg de um nº

$y + b = a + (b - b)$

$y + b = a$

Comparando ambos os resultados vem : $x = y$

. . .

2 Teorema : $-(a + b) = (-a) + (-b)$

$X = -(a+b)$ somar (a+b) a ambos os têrmos

$x + (a + b) = [-(a + b)] + (a + b)$ comut.

$x + (a+b) = (a+b) + [-(a + b)]$

$= (a+b) - (a + b)$

$x + (a+b) = o$ comut.

$x + (b + a) = o$ associat.

$(x + b) + a = o$ def. de neg. de um número

$x + b = -a$ def de diferença

$x = (-a) - b$ pelo teor, anterior

$x = (-a) + (-b)$