L A B O R A T Ó R I O   D E   M A T E M Á T I C A

SÔBRE O ENSINO DA GEOMETRIA NA ESCOLA PRIMÁRIA

"La Matemática y su Enseñanza Actual"

Por Pedro Puig Adam

Cap. V. - Didacticas especificas   Págs. 175 a 186

VALORES UTILITÁRIO E FORMATIVO

Uma vez mais devo dizer que dos dois fins que existem no Ensino em todo o grau, o utilitário e o formativo, deve, ao meu entender, prevalecer o formativo no segundo ensino, mas não no primeiro. Em ambos os fins devem equilibrar-se e ainda se preciso fôr, atender antes o utilitário, com o objetivo de subministrar antes de tudo ao aluno, aquêles conhecimentos e aquelas destrezas fundamentais indispensáveis (leitura, escrita, cálculo, medidas, etc.) com os quais / se tece a vida de relação em tôda a sociedade civilizada. Mas ainda, a finalidade formativa exige subministrar os ditos conhecimentos em forma tal que deixe o terreno mental preparado para que possam ser / elaborados nêle estádios superiores de cultura se tal é o destino do aluno.

Que valores utilitário e formativo devemos, pois, esperar do ensino da Geometria na Escola Primária?

Para acertar no tratamento do indivíduo, recordemos uma vez /// mais o ocorrido na espécie humana. A Aritmética nasceu enquanto o homem quis contar seus bens; a Geometria enquanto quis medí-los e construí-los (medir seus terrenos, construir suas vivendas, etc.). Nestas três operações primitivas da humanidade: contar, medir e construir, está a origem da matemática e também (salvo a diferença de estímulos e interêsses) a ordem dos primeiros ensaios matemáticos da criança, na escola.

Deixando ao cuidado da Aritmética a operação de contar e as técnicas operatórias que se desenvolvem ao seu redor (a adição e a subtração, digo, a multiplicação) são contas, isto é, modos de contar //

abreviados), poderemos dar por atingido o objetivo utilitário da Geometria, na Escola Primária, enquanto o aluno seja capaz de reconhecer, medir e construir as formas geométricas que se apresentem com mais freqüência em sua vida de relação futura. Por construção entendemos, naturalmente, o desenho ou a realização de figuras esquemáticasrepresentativas, não a realização efetiva de objetos, trabalho dos diferentes ofícios, a qual se apoia precisamente naquela técnica geométrica prévia adquirida na Escola.

E a formalidade formativa?

É êrro freqüente crer que a principal finalidade da Geometria baseia no exercício lógico que se desprende de seu encadeamento de teoremas. Êste êrro tem sua origem num processo histórico bem conhecido. É sabido que a Geometria começou sendo um conjunto de conhecimentos empíricos dos antigos construtores e medidores orientais e terminou sendo o edifício racional mais belo e perfeito legado pelo gênio grego. Desde então, se adotou o ensino da Geometria euclidiana como a "calistenia" mental por excelência. Antes de Euclides, já Platão fêz inscrever à entrada de sua Academia: "Ninguém entre que não saiba Geometria", e disse dela que "atraía a alma para a verdade, formando o espírito filosófico ao obrigá-la a dirigir seu olhar ao alto e não ao terreno"...

Muitos séculos depois Pascal e Spinoza ainda nos falam do espírito geométrico como sinônimo do espírito lógico. Esta curiosa subversão de valores se deve a que a Geometria é, pela mesma perfeição de seus conceitos, terreno docilíssimo ao método dedutivo puro, consiste, como é sabido, na admissão de algumas primeiras proposições (axiomas, postulados) e na dedução lógica de tôdas as demais. Então, êste é o valor formativo que podemos esperar do ensino da Geometria na Escola? Temos de contestar com uma negativa categórica. É preciso percorrer, ainda, muito terreno intuitivo e ainda experimental antes de chegar à floração dos conceitos abstratos sôbre os quais se edifica o caminho dedutivo. Nem os alunos de Platão nem os de Euclides eram crianças.

A dedução de umas verdades como conseqüência lógica de outras, é deleite ~~leite~~ de inteligência adulta, garantia de solidez nos estádios superiores de cultura científica, mas não desperta nenhum interêsse na criança, tanto mais quanto que as verdades geométricas que possam estabelecer-se neste grau de ensino, ou saltam à vista (igualdade dos ângulos de lados paralelos, por exemplo), ou podem verificar-se experementalmente de modo fácil (soma dos ângulos de um triângulo, por / exemplo). E mais, certos tipos de demonstração como os fundados na redução ao absurdo, consistentes em partir da negação da tese para chegar a uma contradição com a hipótese, não só são prematuros, senão // contraproducentes pela confusão que se estabelece na mentalidade da / criança a partir de supostos contrários à evidência sensível que é a que impera em tais graus sôbre a evidência lógica. Só a título de ensaio e quando o interêsse da questão o aconselhe, poderá iniciar-se / algum raciocínio dedutivo, mostrando o encadeamento lógico existente entre algumas verdades simples, como por exemplo, as citadas anterimente nos exemplos consignados entre parêntese.

Que sedimento formativo devemos, pois, deixar no primeiro ensino da Geometria a defeito do cultivo das faculdades lógicas dedutivas?

Para constetar a esta pergunta hei de repetir uma vez mais,que o tratamento matemático dos fenômenos naturais, não consiste sòmente no mecanismo dedutivo efetuado sôbre os esquemas abstratos que a mente / humana se forja como representativos dos entes naturais,senão que vai inexoràvelmente acompanhado de uma fase prévia de <u>abstração</u> ou elaboração de tais entes, partindo das cousas materiais e de uma fase final de "<u>concreción</u>" ou passo inverso dos resultados abstratos obtidos no campo da realidade, com a conseguinte interpretação e seleção de soluções. Uma educação matemática completa deve, pois, exercitar também estas duas fases de abstração e de "<u>concreción</u>" e isto em todos os graus de ensino (tal é o "leitmotiv" do meu credo pedagógico, o mesmo no Bacharelato que no Ensino técnico) e com maior razão no primeiro ensino, no que resulta prematuro o sutil tecido da lógica. É precisamente, na primeira fase do ensino dônde devemos acumular tôdas as vivências sensoriais, experimentais e intuitivas, que sedimentadas no subconsciente da criança, constituirão os estratos básicos sôbre os quais assentará mais tarde todo o edifício racional abstrato.

Não esqueçamos que a Matemática, como tôda outra Ciência, teve sua origem empírica e experimental, muito mais breve certamente que que a de outras Ciências (pela qual se estruturou cientìficamente / muito antes que elas), mas nem por isso deixou de existir, longe de renegar desta origem, temos de tê-lo muito presente na educação da / criança, cuja elaboração de conceitos não pode diferir grandemente da que seguiu a humanidade. Em coseqüência, antes de pensar na estruturação racional da Matemática e em particular da Geometria, cuidaremos muito as fases de observação, de experimentação e de intuição hàbilmente distribuídas ao longo de todo o período do ensino primário em / suas diferentes graus.

Em rigor, a observação e a análise simples de fatos e cousas surgem espontâneamente na criança muito antes de sua assistência à escola; iniciam-se com o desenvolvimento de seus sentidos que já deixam / nela suas primeiras vivências espaciais, invariàvelmente unidas a suas primeiras experiências motrizes. Na escola se iniciará a experimentação, isto é, provocar-se-ão novos fatos geométricos artificiais que se tornarão agudas suas observação e análise (por exemplo comparação de formas de que falaremos em seguida), induzindo analogias e desenvolvendo a "<u>transducción</u>" (a passagem do particular ao particular análogo) como fase prévia à <u>indução</u> (passagem do particular ao geral). Finalmente, num período posterior, desenvolver-se-á, sua intuição, / substituindo os fatos reais espontâneos ou provocados, por fatos imaginados; a realidade externa sensível, pelo mundo interno da fantasia, a criança começará a olhar dentro de si (interior), fazendo afirmações, não já sôbre o que está ocorrendo e vendo realmente, senão sôbre o // que ocorreria se tal ou qual experiência se efetuara, e que êla está vendo na sua imaginação.

O desenvolvimento desta faculdade de intuir adapta-se perfeitamente à evolução psíquica da primeira e segunda infância e é extraordinàriamente interessante para uma completa formação matemática do / educando, tanto ou mais que o desenvolvimento posterior do raciocínio, sendo precisamente na primeira fase do ensino e nos primeiros graus da segunda, donde tal tarefa deve ser esmeradamente cuidada pelos // educadores.

Tudo isto cabe, pois, esperar no terreno formativo de uma boa / educação matemática na Escola, e particularmente do ensino da Geometria, em que o desenvolvimento da intuição mencionada se referurá // concretamente à intuição espacial. E agora vejamos, tanto desde o ponto de vista utilitário como educativo, as diferentes modalidades que o cultivo de tal intuição espacial exigirá desenvolver. Centrá-las-emos em tôrno dos três conceitos: forma, posição e extensão.

FORMAS, RECONHECIMENTO E CONSTRUÇÃO

Dissemos, ao estudar os fins no parágrafo precedente, que a finalidade utilitária da Geometria na primeira fase do ensino, pode-se // considerar alcançada em quanto a criança capaz de reconhecer, construir e medir as formas geométricas usuais. O reconhecimento de tais // formas e a denominação correspondente implica já um problema metodológico interessante com o objeto de não desenvolver o conceito de forma do de posição, e tamanho. A semelhança de formas é um tipo de analogia que pode já se exercitar nos primeiros graus, e incluíndo até entre os pequeninos (parvulos) mediante jogos de emparelhamentos de figuras parecidas, resolvendo-lhes prèviamente alguns exemplos para inculcar o critério de parecido que se busca. Pode-se começar por lotes de figuras construídas da mesma matéria, côr e tamanho similar, para logo ir variando tamanhos, côres e materias. De tais modelos, de que já supõe um certo grau de abstração prèelaborado, passar-se-á mais tarde a buscar parecidos com os objetos reais (caixas, ~~portas,~~ janelas, ro das, etc.) e, finalmente, a seu desenho esquemático no papel ou no // quadro mural. Não é, a meu entender, aconselhável começar pelos desenhos no quadro mural, já que a inevitável relação de posição que se estabelece entre o marco e a figura é uma aderência difícil de despegar logo. Se, por exemplo, se desenhar pela primeira vez um losango / com as diagonais horizontal e vertical, será difícil que a criança reconheça logo como figura igual o mesmo losango com um lado horizantal, por exemplo, enquanto que esta dificuldade fica vencida se antes acostumaram-se as crianças a manejar e denominar as figuras recortadas colocadas sôbre a mesa em posições várias. È interessante praticar em / tais figuras recortadas a operação de simetria trocando a face de apôio sôbre a mesa, a fim de habituar a reconhecer a igualdade inversa / de figuras planas simétricas. (Esta igualdade se faz particularmente difícil de reconhecer espôntâneamente sem êste exercício prévio).

Neste estado de conhecimentos e de exercícios é particularmente engenhoso e adequado o material montessoriano que converte o jôgo, e, portanto, em atividade espontânea e desejada, a busca de formas /// iguais mediante o ajuste da figura recortada a molde vazado nas placas e caixas de jôgo. êste reconhecimento praticado a olhos vendados, associará a forma ao movimento, cultivando a destreza motriz preliminar ao desenho.

Enquanto ao problema de linguagem inerente ao reconhecimento de tais formas, bastará dar a cada forma seu nome sem pretender que a / criança dos primeiros anos assimile definições que se repetem de memória sem deixar marca alguma formativa. Muito mais interessante resulta esperar aos graus superiores para que seja a mesma criança /// quem intente dar definições por sua conta mediante a descoberta prévia de propriedades específicas da forma que se trata de definir e / não deve importar que tais definições se ajustem ou não às do texto em uso, enquanto sejam geomètricamente corretas. Por exemplo, podem-se admitir como igualmente boas as definições de paralelogramo: como quadrilátero com os lados paralelos dois a dois; quadrilátero com os pares de lados opostos iguais; quadrilátero cujas diagonais se cortam ao meio, etc., posto que cada uma destas propriedades é privativa do paralelogramo e só dêle.

As perguntas de contestação afirmativa: um retângulo, um losango, um quadrado, são paralelogramos? E outras parecidas, deixarão no aluno a semente das noções abstratas de gênero e espécie. A construção em arame de modelos deformáveis permitirá materializar o gênero, por exemplo, formas diferentes de um paralelogramo e a espécie , como caso particular em que os ângulos são retos. Todos êstes exercícios de particularização de ima figura e denominação correspondente por gênero próximo e diferença específica têm, pois, a projeção futura desejada na formação lógica do educando.

As associações motrízes iniciadas no reconhecimento de formas permitirão passar insensìvelmente ao desenho das mesmas no caderno com lápis ou com giz no quadro mural ou com simples estaca no jardim. O desejo estético e o desejo conseguinte de perfeição, hàbilmente despertados, incitarão ao uso de instrumentos geométricos que, a princípio, podem se reduzir quase esclusivamente à corda tirante que serve igualmente de régua e de compasso. Posteriormente se iniciará o uso do compasso, da régua e dos esquadros, comprovando sua correta construção ao mesmo tempo em que se estabelecem as propriedades da reta e da perpendicularidade. Inútil será seguir desenvolvendo aqui um programa graduado de construções que já conhecem todos os mestres. A construção de cada figura será raciocinada, fazendo ver como traduz as propriedades características da mesma.

Todos os recursos construtivos elementares devem ser aproveitados, na escola, fugindo do exclusivismo da régua e do compasso. O uso de papel de calcar subministrará proveitosas experiências sôbre igualdade direta e inversa no plano. O jôgo de esquadros poderá ser manejado nos últimos graus, constituindo excelentes experiências sôbre as propriedades da perpendicularidade, do paralelismo e da translação. A prática hábil de dobraduras no papel subministrará do mesmo modo experiências proveitosas sôbre a simetria. Combinadas tais dobraduras com o uso da tesoura, podem-se obter materializações rápidas de figuras , condensando, por exemplo, tôdas as propriedades de um losango ao obtê-lo por um só corte praticado num papel dobrado simètricamente, em ângulo reto. Anàlogamente se podem obter figuras com mais eixos de simetria. O corte de figuras agradará a criança, no livre jôgo e obtenção de formas estéticas, iniciando assim a indispensável / relação entre a Geometria e as artes plásticas.

POSIÇÃO E MOVIMENTO

A alusão que no parágrafo anterior, acabamos de fazer a certos / instrumentos e experiências relacionadas com movimentos e simetrias / nos traz da mão ao segundo ponto fundamental a ter em conta no cultivo da intuição espacial: o relativo às relações de posição. Já temos dito que o conceito de forma se engendra com independência dos de posição e grandeza, mas o cultivo da intuição espacial ficaria incompleta se paralelamente ao conceito de forma não se desenvolvessem os de posição e extensão. A Geometria euclideana estuda propriedades das figuras que permanecem invariáveis a respeito de qualquer movimento // atribuido às mesmas, mas não é menos certo que estas propriedades se põem de manifesto, imprimindo às figuras movimentos adequados que as superpõem a si mesmas, aparecendo com isso relações de igualdade, simetria, etc., que constituem a chave das propriedades enunciadas.

Nos Elementos de Euclides já se faz uso do movimento de superposição de figuras para as primeiras demonstrações, mas uma vez obtidas desta maneira os teoremas de igualdade de triângulos, tôdas as restantes relações de igualdade se reduzem a ditos teoremas mediante "triangulação" conveniente das figuras. Semelhanteestruturação racional da Geometria engendra uma concepção reticulada do espaço e das formas, / ocultando as relações diretas entre forma e movimento, isto é, as propriedades invariáveis em cada movimento e os grupos dêstes que conservam a dita invariabilidade, com os instrumentos geométrico de cada //

grupo.

Esta concepção através do conceito de grupo é a única que situa a Geometria dentro do campo da Matemática moderna, e, ainda quando não se fale às crianças do conceito de grupo, é indiscutível a conveniência de deixar a semente dêle e de cultivá-la mediante os movimentos mais elementares: gitos, translações, simetrias e dos instrumentos capazes de realizá-los (compassos, jôgo de esquadros, dobraduras, papel de decalque). E outro tanto diremos das relações de semelhança realizáveis, por exemplo, mediante um pantôgrafo fácil de construir na própria Escola.

Ante a impossibilidade de expor, em breve espaço, de que disponho aqui o detalhe do desenvolvimento sistemático da Geometria elementar através desta concepção, seja-me permitido remeter ao leitor curioso que se interesse por isso aos <u>Elementos de Geometria</u> da coleção elementar intuitiva que escrevemos há anos em colaboração com o meu querido e admirado mestre Júlio Rey Pastor. Escrita a pequena obra para alunos dos primeiros cursos de Bacharelato, sua orientação é perfeitamente aplicável aos graus médio e superior do ensino primário e quero supor que o conhecimento dêste ensaio, o primeiro de tal natureza na Espanha é o que motivou o convite origem destas linhas.

GRANDEZA E EXTENSÃO

Que me seja permitido acrescentar duas palavras sôbre o cultivo da intuição no que se refere às relações de grandeza e extensão. Iniciado o pequenino nas relações de(grandeza) maior e menor mediante jogos de ordenação de modelos de tamanhos diferentes, ao começar os graus primários, poderá já se interessar na pergunta: - quantas vêzes maior? - o que implica a operação de medida. Conviria que, em princípio, estejam as unidades relacionadas com dimensões de seus próprios membros (palmos, pés. braços, etc.). A diversidade de medidas segundo o tamanho dos palmos, pés, etc., induzirá a conveniência de adotar padrões únicos e então se lhes falará do metro e sistema métrico.

Os exercícios de medições diretas de comprimento, na classe, em sua casa, no jardim, etc., serão divertido jôgo das crianças e convém prodigalizá-los, posto que sua repetição poderá gerar nêles a intuição da medida sem efetuá-la, isto é, as apreciações a ôlho que são logo de tanto interêsse na vida prática.

Caberá tal móvel neste canto?

Que distância aproximada há entre a escola e minha casa?

É maior ou menor que a que existe da Igreja ao centro?

A propósito dos comprimentos de trajetos de certa extensão, é inevitável sua associação com o tempo empregado em recorrê-los e o conceito inerente de velocidade. Obter-se-ão as velocidades de marchas dos / alunos ao passo rítmico corrente, e assim poderão avaliar nestas as // distâncias grandes pelos tempos percorridos. Sem dúvida, tais exercícios são próprios dos últimos graus.

Para medida de ângulos é aconselhável um goniômetro rudimentar de cartão ou cartolina construido na própria classe.

Como se sabe, as extensões superficiais já não se medem por superposição direta e efetiva da unidade sôbre a superfície medida, mas a / regra fundamental resultante do raciocínio da superfície do retângulo é imaginada em tal superposição. Os terrenos calçados com tijolos quadrados darão oportuna ocasião de ilustrar tal regra e sua dedução. As transformações por equivalência justificarão as regras que dão as /// áreas das demais figuras poligonais. Os jogos de "puzzles" ou quebra-cabeças com figuras geométricas recortadas, proporcionarão exercícios úteis de transformação de figuras por equivalência. Modelos convenientes de tais jogos materializarão relações métricas que se podem demonstrar por equivalência, como por exemplo, o teorema de Pitágoras, do / qual se poderá fazer uso nos graus superiores para a medição indireta de diagonais (antenas nos terraços, cordas de estender, etc.). A superposição imaginada e os jogos por equivalência subministrarão o material intuitivo a ôlho de extensões superficiais de tanto interêsse no campo, como o pode ser o das distâncias. Convirá, pois, que o aluno // forme uma idèia clara das extensões de uma área, uma hectare, uma ~~fa~~-

nega, por comparações com a extensão da classe, da praça da povoação ou da cidade. (Nota: fânega, s.f. - Brasil, Rio Grande do Sul - Medida para secos, equivalente a 100 quilos, de uso na fronteira do Estado. Segundo o "Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguêsa).

As medidas de volumes e de capacidades relarcionar-se-ão de modo não só inevitável, senão ainda, conveniente com as de pêso e de densidade. As medições indiretas de capacidades mediante pesadas de frascos vazios e cheios de água, serão exercícios da maior utilidade e importância prática. As colheradas que cabem no frasco darão oportuno exercício para calcular a capacidade da colher ou colherinha, e o número de gotas necessárias para encher esta, permitirá obter o volume, assim como o pêso de cada gota. Os volumes e capacidades grandes, silos, depósitos de água, etc. (supostos, naturalmente, de formas simples: cúbicas, cilíndricas, etc.) proporcionarão não só exercícios de aplicação das regras correspondentes, senão, recìprocamente exercícios de projeção à realidade de dados numéricos, que por si so carecem de significação para o aluno.

Se, por exemplo, como resultado de um exercício de cálculo da água de chuva caída numa cidade (produto da extensão pela altura da água caída , segundo dados metereológicos) chega-se a um resultado de 200 000 metros cúbicos; êste resultado não diz absolutamente nada à imaginação da criança, mas se se compara com a capacidade do edifício da praça de touros e se chega à conclusão de que a água calculada poderia enchê-la duas vêzes, a quantidade calculada adquire uma imagem concreta que dá vivência precisa de sua grandeza. Insisto em que é interessantíssimo em todos os exercícios de cálculo de comprimento, área, volume, projetar logo os resultados no mundo real ou imaginativo da criança, com objeto de atender à fase formativa de "concrecíon" de que falamos no começo dêste artigo. Vejam-se resumidas no quadro seguinte as idéias metodológicas e didáticas que formam a estrutura do mesmo, com indicação aproximada dos graus a que tais orientações didáticas possam corresponder.

1.ª exemplar

Geometria

Puig Adam

pag 175 - 186

(tradução e quadros)

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Fins		Didática	Graus
Aquisição de técnicas elementares	Reconhecimento e denominação de formas........	Comparação de formas Associação motrizes Linguagem geométrica............	Jardim de infância e graus elementares.
	Construção de formas............	Desenho livre. Recortes. Associações estéticas. Trançados, mosaicos, trabalhos, etc.	Idem.
		Uso de instrumentos simples, cordas, réguas, compassos, esquadros, chumbada............	Primaria elementar e média.
	Medição	Medição direta, comprimentos e ângulos......	Graus médio e super
		Medição indireta de comprimentos. Relação pitagórica. Áreas, volumes..............	Graus médio e superior.
		Forma e posição. Movimento. Simetrias. Translações. Perpendicularidade. Paralelismo. Giros. Semelhanças........................	Graus médio e superior.
Preparação para a cultura superior	Cultivo da intuição espacial......	Relações de grandeza. Maior, menor. Estimação aproximada de comprimentos. Associação cinemática. Velocidades. Áreas e volumes. Equivalencia. Quebra-cabeças......	Graus elementar, médio e superior.
	Iniciação ao método lógico............	Descobrimento de propriedades características e definições de figuras...........	Grau superior
		Excepcionalmente, algum exemplo de encadeamento dedutivo fácil..........	Grau superior

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
LABORATÓRIO DE
MATEMÁTICA