INSTITUTO DE EDUCAÇÃO " GENERAL FLÔRES DA CUNHA" - PÔRTO ALEGRE

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Tradução de : Alsina Alves de Lima
Veloy Theresinha Kluge
Alunos do Grupo 531 - D .E. E. - 1962

Guisenaire, Georges & Gattegno, Caleb - LES NOMBRES EN COULEURS - LIVRE DU MAITRE - Délachaux et Niestlé S. A. Neuchatel - 4, rue del Hospital. PARIS-VILE - 32, rue de Grennelle.

Tradução.

PREFÁCIO

Textos muito diversos foram reunidos nêste livro. O principal é uma adaptação do livro de G. Cuisenaire sôbre " Os números em côres", aparecido na Bélgica em 1952. Nos outros, eu me proponho a trazer alguns complementos à obra do inventor belga. Mas a idéia dos números é tão fecunda que cada semana vemos novas aplicações dela e restarão sempre outras.

G. Cuisenaire, professor de ofício e de vocação e músico por gôsto, proporcionou-nos o dom mais maravilhoso, em pondo em prática sua idéia. Jamais esquecerei minha primeira visita a Thuin, a 22 de abril de 1953. Assisti a duas demonstrações com alunos de seis-sete e sete-oito anos. De repente, percebi que estava em presença de uma revolução fundamental no ensino várias vêzes milenário da aritmética. Soube também, imediatamente, que a idéia tão - simples que está na base do metódo dos números em côres,uma ideia de gênio, ia permitir em muito pouco tempo a transformação efetiva do ensino. A alegria ia ser devolvida as crianças, no seu diálogo com os números, e por ela, a criatividade da criança ia receber um novo impulso. Como matemático, o método eo material conquistaram-me, porque fundamentam-se na percepção das estruturas e das relações. Como educador, (o método e o material) aliviaram-me de inquietação de procurar o que poderia colocar o ensino da artmética sôbre uma base realista. Como amigo e defensor da criança, descortinaram-me um mundo de esperanças.

Como não ocupo um cargo no ensino de uma escola e, consequentemente, não tenho de seguir um plano de estudos, posso entregar-me a tôda sorte de experiências, classes maternais,primárias e secundárias e examinar o método em relação ao aluno e não as idéias preconcebidas que estão na base dos programas. Na Alemanha, na Inglaterra, na Bélgica, na Escócia, na França, na Suiça, na Holanda, na Itália, na Grécia, no Egito, em tôda parte, fiz as mesmas observações, ensinando com o material de Cuisenaire: (êste material) é um meio de busca para o aluno que é conduzido com extrema rapidez para um domínio de operações que temos acreditado como feito apenas pelos prodígios. Êste domínio se manisfesta pela precisão uma rapidez extrema, a permanência do saber, o vigo da memória, a compreensão e expressão correta dos mecanismos em questão, a certeza de haver atingido o fim e a aptidão, de julgar de um golpe de vista situações semelhantes. A liberdade de espírito que deixa, a alegria constante que procura, são sinais de que o método é biológicamente verdadeiro.

Consiste essencialmente em fazer uso do liame orgânico entre pensamento e visão. O pensamento é rápido e exige apenas pouca energia para se manisfestar. A vista é o meio de percepção mais móvel e de maior alcance. A criança que vive ainda no nível perceptivo e ativo; pensa também em têrmos perceptivos e ativos e não intelectualmente-se por êsse têrmos entendemos uma consciência da idéia como tal. Em lugar de prendê-lo no perceptivo estático e de exigir-lhe uma dinâmica intelectual a partir dêsse tipo de material, Cuisenaire introduziu um degrau importante, sintetizando a percepção e ação pela manipulação de um material colorido que suscita uma tomada de consciência relacional, desde que se exprima verbalmente aquilo que se pode observar: A criança fala daquilo que vê, diz exatamente o que é necessário e chega sòzinha a um ponto a que cremos ordinàriamente que ela não pode chegar em nossa ajuda.

Porque o material é flexível e adaptável, a criança consegue perceber numa mesma situação multipla relações e desde o início, é um matemático.

No corpo dêste livro, mostramos, primeiro, como esta educação matemática que o material Cuisenaire dá, explica-se pela própia estrutura deste, uma estrutura tôda nova e que não se encontra em nenhum outro. Esta maneira de fazer nascer uma consciência é moderna dos pontos de vista matemático, filosófico e psicológico. Os resultados práticos que ela permite obter, bastariam por si mesmos para impô-la, mesmo se ela não se apoiasse sôbre as razoês enumeradas acima . No primeiro capítulo, abordamos desde o início a questão do sucesso prático do método e tentamos explicá-los a priori.

Não tememos ser aqui mais abstratos e técnicos, mas a ninguém é indispensável lernos para compreender o valor pedagógico do texto do Sr. Guisenaire.

O capítulo II, escrito por Cuisenaire, será especialmente útil aos professôres que devem ensinar alunos de seis a nove anos. Descreve o método a partir da experiencia concreta da criança, suposta adquirida somente a entrada na escola primária. Condus o aluno a um nível, onde ele pode abordar os problemas difícies de partilha (divisão) ou de aritmética comercial elementar.

O capítulo III é por sua vez mais simples e mais discursivo que os primeiros. E concebido como um complemento de iniciação a utilização inteligente das barras na escola primária, compreendidos aí os últimos anos.

Dois apendices escritos pelos alunos adiantados dos liceus, ginásios, escolas normais e os professôres de ensino secundário, indicam algumas aplicações mais avançadas das barras em côres que interessaram tanto a meus estudantes, como aos meus amigos. A experiencia nos ensina que nosso alunos grandes muitas vêses necessitam de uma base menos abstrata que suas teorias habituais. Aos professôres (o encargo) de dizer-nos se nos enganamos.

G. Gattegno.

LES NOMBRES EN COULERS

(Livre du Maitre)
de Georges Guisenaire.

I Capítulo

Os números em côres do ponto de vista matemático.

- Gattegno - página 9 .

A matemática como ciência do número e do espaço é uma ideia superada "porque número e espaço tornaram-se seres que podem ser construidos a partir de noções mais primitivas e que a criança possue bem antes de compreender o número e o espaço, como nós o desejaríamos."

" O interêsse do matemático é abstrair as relações, considerá-las em si mesmas e fazê-las agir umas sôbre as outras " (1).

" A criança espera, digo opera como um matemático, quando conceitos como alto e baixo são organizados independentemente dos objetos", (3).

(1) Este objetivo - abstrair relações das experiências e considerar essas relações em si mesmas" é o mais primitivo dos atos do matemático, mas também o mais permanente".(2)

(3) Verificamos assim que :

" O valor matemático do método e do material Cuisenaire reside no fato de que são susceptiveis de serem expressões em termos de relação. O valor matemático é acrescido, pois, de um valor pedagógico, permitindo desde o inicio do ensino, dar uma base real ao pensamento relacional.

Os materiais até então conhecidos eram estruturados "priori" pelo número, enquanto o material de Cuisenaire tem por base a relação.

" O mesmo material"... "pode servir ao ensino de tôda a artmética, como ao ensino da álgebra, do cálculo combinatório e de uma parte de geometria."

" Antes de serem medidas e valorizadas numéricamente as barras Guisenaire são coloridas por famílias: as vermelhas, as azues, as amarelas, a branca, a preta. Basta olhá-las para reconhecê-las e grupá-las ou distinguí-las. Uma (estrutura-malha de barras de conjunto é ordenado em esquemas coloridos e de inicio, é estruturado somente pela noção de subconjuntos: as barras de uma mesma côr, a de cor próxima, as que contrastam, etc...

Outra estrutura que intervém é a da extensão ainda não quantificada com precisão. Um conjunto pode ser ordenado e o principio de ordem que produzirá.

fica profudamente unido ao principio anterior da côr. Muito rápidamente a criança passa da côr ao comprimento, sentindo e vendo as relações (desigualdades) múltiplas entre as diversas barras. A igualdade das barras de mesmo comprimento provém inicialmente de / sua côr ~~de~~ de sua equivalência, cada barra pode substituir qualquer outra da mesma côr, daí a relação de classe de equivalência, e a experiencia da abstração resultante da não identificação de uma determinada barra. As relações de côres se fixam fácilmente e a colocação das barras, ponta a ponta cria naturalmente a convenção da adição. Assim, se o material é preciso, a amarela e a vermelha postas ponta a ponta dão um comprimento igual ao da preta , comprimento que se obtém também com a verde-claro e a carmim ou com o verde- escuro e a branca.

"Por exemplo, sempre com a convenção de soma adição, se forma, com a ajuda do conjunto de barras coloridas, tôdas as decomposições concebíveis de um comprimento qualquer, obtido com a colocação das barras ponta a ponta (exemplo: treze é igual a nove mais quatro, uma azul e uma carmim, cinco mais seis e mais dois, sete mais dois e mais um e mais três dez mais tres, etc...) vê-se que não se pode nunca ter uma decomposição formada de barras de uma só cor, a não ser a branca. Deduz-se daí que treze não é possivel de decomposição em fatores: é um número primo, propriedade que se verifica pelos esquemas de côres, pelos primeiros numeros não grandes demais.

"antes mesmo de ter introduzido a multiplicação. Porem as de tôdas as maneiras, se tenta formar 13 com as barras de uma mesma côr vê-se aparecer a divisão e o resto (inferior ao divisor)". Assim o 13 pode ser formado de várias maneiras.

"Isto nos leva a fazer uma observação importante"... "A criança tem diante de si suas decomposições de um número (digamos de 13) e pode dizer o que contém cada linha - (um alaranjado e um verde claro, um azul e um carmim, dois verde-escuros e um branco,etc ...,)mas é possivel que esta criança saiba dizer tudo isto antes de ter aprendido a escrever tôdas estas palavras complicadas. Então introduz-se uma notação: 1 para branco, 2 para vermelho, 3 para verde-claro, etc... e um sinal para a colocação ponta a ponta.

Então a criança que escreve tres mais quatro é igual a sete exprime somente uma relação de côres e uma de comprimentos, mas não ainda uma operação. Mesmo se ela escreve sete é igual a dois mais tres e mais um, isto significa somente que colocou duas barras verde-claro e uma branca ponta a ponta, enquanto que tre mais um mais tre significa um esquema colorido diferente, mas do mesmo comprimento.

Nesta fase de notação a criança opera concretamente sôbre as barras e semi-abstratamente com as côres".

A fase seguinte consiste em perceber que os esquemas de decomposição são algo mais que um processo terminado e único. De um lado, após a experiência, pode-se pedir para prever o que completará um esquema, onde as relações de côres tem um grande, digo têm um papel fundamental, Assim, se um verde-claro e um vermelho formam o comprimento representado por um amarelo, a relação de côr nos mostra que tres mais dois é igual a cinco ou tres mais? é igual a cinco ou? mais 2 é igual a cinco ou que em notação é imediatamente legível), daí nascimento a operação inversa ou subtração, escrita cinco menos tres ou cinco menos dois. A pouco e pouco, aprende-se a considerar tôda situação que apresenta uma adição, como susceptível de fornecer vários esquemas substrativos.

Estas duas notações correspondem a percepções diferentes, Suponhamos que se observe o tr io verde-claro e vermelho ponta a ponta e ao lado do amarelo.

Sua equivalência de comprimento se traduz pelo sinal igual , a colocação ponta a ponta por mais. Tem ~~=se~~ pois, as quatro escritas tres mais dois é igual a cinco, dois mais tres é igual a cinco, cinco é igual a três mais dois. As duas exprimem a comutatividade da soma é a passagem ás últimas (exprime) a simetria da igualdade.

Destas quatro escritas, deduzem-se quatro outras, suprimindo um dos têrmos da adição. Chamaremos isto de " adição com um ton" tres mais ? é igual a cinco.
Vemos a verde, a amarela e perguntamos : Qual (barra) mais a Verde nos dará o comprimento da amarela?

Se voltarmos, de 90º, êste mesmo par de modo que vejamos ainda tôda a verde mas sómente uma parte da amarela, a questão passa a ser : " Que resta da amarela, se lhe cobrir um comprimento igual ao da verde ?"

É esta percepção que se traduz por 5 - 3 é igual a ? e as escritas equivalentes.
Nota importante: a cada notação corresponde a uma percepção e recíprocamente.
A medida que os números são explorados, começa-se a operar sôbre elas.
Em particular, a notação multiplicativa que faz perceber diversas interrações, fornece um caso especial da adição, mas fornece também os fatores do número e sua forma em produto: Além disto, invertindo as decomposições, obtém-se frações enquanto que em outros casos obtem-se a divisão. Notações concretas, tomada de consciencia do contéudo dinâmico das situações e expressões notacionais dêste dinamismo, conduzem as operações concretas da aritmética sob uma forma generalizada em álgebra de corpo .
Em particular, a notação convencional do Sr. Cuisenaire, de pôr em cruz duas barras das quais se forma o produto, generaliza-se no caso de dois números dos quais um é representado por mais de uma barra (exemplo) sete vezes 12), depois no caso de dois números quaisquer. A multiplicação aparece então como distributiva e a convenção (a mais b) X c é igual a ac mais bc, pedindo duas vêzes o fator e a direita, torna-se evidente, professores e alunos compreendem então que, para estender as operações, é nescessário apelar para uma dinâmica virtual formalizada na notação e nas barras.
A única operação concretamente realizavel é a adição de inteiros, todo o resto é operação puramente mental . Facilitar este exercício mental é obra do ensino, a virtualidade dos gestos e a tomada de consciência do qual se deve fazer, sendo um processo pedagógico.
Se o professor, suspendendo por um instante a marcha de sua atividade regulamentada pelo programa, se perguntasse se seus alunos estão nas situações corretas do ponto de vistas de aprendizagem da matemática, o alcance do que foi dito aqui aparecer-lhe-ia. Os alunos diante de situações matemáticas altamente elaboradas, não extraem o que suas polarizações momentâneas lhes fazem ~~descobrir~~, ~~digo~~ desobrir.
Mas os alunos diferentes aí vêem coisas diferente e o professor pode aprender a encontrar, nesta situação real, uma fonte de informação sôbre a maneira como os alunos evoluem e aos quais o material estimula.
O que dissemos do conteúdo matemático do esquema das decomposições de um número, é evidentemente um exemplo do que é possivel aprender, deixando-se guiar mais por uma situação dada do que por um programa pre- estabelecido.

Das Frações

O material Cuisenaire é também muito rico sob êste aspecto. Temos o exemplo das frações: " As decomposições lineares dos números mostram-nos que só a unidade aí entra sempre um número inteiro de vêzes, e também, que certas decomposições podem realizar-se com auxílio de uma só espécie de barras. A leitura destes casos nos dão todas as decomposições dêstes números em fatôres.
Basta inverter a leitura da notação para obter fração. Por exemplo:
24 é igual a 4 X 6 é igual a 6 X 4 é igual 2 X 12 é igual a 12 X 2 é igual a 8 X 3 é igual a 3 X 8. Há 4 em 24, logo 6 é 1/4 de 24, 8 é 1/3, 3 é 1/8 etc...
Vemos assim que na situação de adição, podemos ler a multiplicação, os fatores e as frações. Fazemos o mesmo em cada caso particular e adquirimos experiencia matemática que trata de extender o mais possivel.

Não usamos ainda as família de côres. Chegou o momento de mostrar que as relações das côres permitem perceber uma nova estrutura matemática, de operador fração. Podemos distinguí-lo do número fração, porque êste é considerado apenas em si mesmo, como um número, enquanto que o operador inicia um novo campo matemático.

Na família vermelha (o 2, 4 e 8), sabemos que 2 X 2 é igual a 4 e 4 X2 é igual a 8, logo que o vermelho é a metade do carmim e o carmim é a metade do marron, o que o vermelho é quarta parte do marron, Resulta daí que um quarto é a metade da metade, sem que se possa dizer qual a operação aritmética utilisada. E a simples leitura de tres relações unidas num dinamismo complicado. Durante a lição, manipulando estas três barras, é possivel mostrar que, se partirmos a maior, invertem-se as operações. Este jogo com a unidade e a fração ou a unidade e o múltiplo, se torna verdadeiramente um jogo que representa as operações mentais. Em particular, vê-se que o inverso de um meio é dois, e o inverso de um quarto é quatro.

Na família azul (verde-claro, verde-escuro e azul, o 3 , o 6 e o 9), a experiência adquirida é ainda mais rica. Aqui as duas frações introduzidas, comparando 3, 6 e 9, são 1/2 e 1/3 e se pode mostrar que 6 vale os 2/3 de 9, porque um verde-escuro vale dois verde-claro. Como 9 é formado de 6 mais 3 ou de uma vez e meia o verde-escuro, alcança-se um resultado que todos os professores apreciarão, isto é que 2/3 é o inverso de 1 1/2.

A família amarela isolada fornece apenas 1/2. Mas podemos combinar as côres e obter as frações 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, comparando 2, 4, 6, 9 a 10 e as frações 1/10, 3/10, 4/10, 9/10 para os outros números. Os inversos são imediatos ~~ente~~ para as comparações de 10 com 2, 4, 6, 9, mas para os outros números, já há um trabalho mais instrutivo a fazer. Para 3, 7 e 9 por exemplo, vamos usar o [illegible] ~~...~~ formado da barra branca e vemos que 10 é igual a 3 X 3 mais 1 e que 1 é 1/3 de 3, logo, que 3 está contido em dez três vezes e um terço, logo o inverso de 3/10 é 3 1/3. Do mesmo modo, 10 é igual a 9 mais 1 ou uma vez 9 e 1/9 de 9 logo 9 está contido em 10 uma vez e um nono, etc... Se se tratasse de inverter 1/9 o aluno veria que se tratava de saber quantas vezes 1 está contido em 9, ou seja 1, a vez dei~~x~~ando 2 para o resto. Com 7 por unidade, ~~2~~ 2 é expresso com 2/7, logo 1 2/7 é o inverso de(7 /9) ? 7/9. Em casos semelhantes é convinіente anotar o inverso de uma fração pela inversão dos dois têrmos. Não se trata agora de uma operação sôbre frações, mas de formar a fração que exprime a medida de a por b, não é essencialmente distinta da medida de b por a (se as grandezas são homogeneas), Esta maneira de considerar a questão já é acessivel aos alunos de 7 e 9 anos, com a condição de que não se formulem regras, mas que se deixe os alunos ~~xxxxxxxxxxxxxxxxxx~~ estabelecerem seus resultados no decorrer de uma pesquisa efetiva.

Passado êste estágio, não há mais dificuldade para inverter as frações mais simples como 7/33 ou 11/30 etc... A notação se torna mais viva e 11/30 e 30/11 representam uma uma mesma situação, onde se inverte o papel da unidade de medida e da grandeza a medir. Tudo isto quer dizer que agora estamos no ponto de introduzir as frações como pares ordenados e mesmo como famílias de equivalência de apenas pares ordenados.

A medida de a por b será escrita : (a, b) (b, a). Porém do mesmo modo que há vários pares de barras que podem ser indicadas com 1/2: (1, 2), (2? 4) (3, 6) dizemos que o par (a e b pertence a uma família resultante de (a e b) seja tomando o mesmo múltiplo de a e b seja tomando submúltiplos eventuais.

Ex: (14, 21) é equivalente a (28,42), (42 e 63)... e (2 e 3).
Afamília (2 e 3) contém o par ordenado (14, 21) e deste último par, tiramos um par equivalente irredutível (2 e 3) . Êste pode servir para denominar cada familia. É claro que sendo dado um par qualquer (a e b), este não pode pertencer a mais de uma familia de equivalência.

Se duas frações pertencem a uma mesma familia,elas podem substituir-se mútuamente nas questoes que ocorrem a uma ou outra. Assim, " juntar" ou " separar" frações, (a e b)(c e d) exige-se ~~permite-se~~ apenas que considerem estas mesmas frações, permite-se tomar não importa quais pares equivalentes que deem um sentido a palavra, juntar ou separar.

Sabemos que duas barras ponta a ponta representam a edição. De (a e b) podemos deduzir (e + b), se a= c +cd (e+b), concluimos que c e são respectivamente medidas por b e colocados ponta a ponta.
Inversamente, de c+f,c), concluiremos a igualdade (c+f,c)= (c,ce)+(f,ce),onde o sinal + do segundo membro tem sentido novo, pois juntar pares é coisa nova. Nossa definição de adição de pares tendo como segundo membro, digo termo, o mesmo valor será pois (e, ce)+ (f,ce)= (c,f,ce), o sinal + no parêntese deve ser interpretado como posto ponta a ponta. Daí passase o caso geral de (a,b)+(c,d, passando pelos equivalentes (a,b)= (ad,bd) e (cd, db).
Portanto, (a, b)+ (c,d)= (ad,bd)+ (cd, bd)= (ad+cd,bd).
Êste último para pertence também a uma família de equivalência que é o resultado da adição.
Trata-se a subtração da mesma maneira.
Tomar os 2/7 de uma grandeza conduz a outra grandeza. Mas no trato com as frações, não se trata de obter resultados finais expressos, como a grandeza inicial em certas unidades. Êste cálculo transforma as frações em frações e o resultado é sempre uma fração.

Para o produto e o quociente de 2 frações, podem fazer-se as seguintes considerações A br nca vale 1/7 da preta. A ~~verde~~, 3 brancas, portanto a verde vale os 3/7 da preta. Mas a vermelha vale os 2/3 da verde,portanto a vermelha vale os 2/3 dos 3/7 da preta. Ela vale também 2/7 da preta. Tem-se,portanto, um outro tipo de equivalência 2/7 = 2/3 ou 3/7=3/2 dos 2/7, modificando o papel das vermelhas e verdes. Mais geralmente 2/7= 2/3 dos 3/5 dos 5/6 dos 6/7 ou a/b=a/c de c/c de d /e de / b, onde cada barra diferente de a e b aparece no numerador e no denominador do frações sucessivas. Em sentido inverso, estas " escadas" de frações se reduzem pouco a pouco até tornar-se o par formado dala e da ultima barras:

2/3 de 3/5 de 5/4 de 4/6 de 6 /8 de 8/7=2/7

O que serve no caso em que se tomam duas frações (a e b) e (c e d) onde b e c são diferentes?
Pode-se achar o que equivale a (a e b de (c, d)
Observemos de mais perto: ac quer dizer a x c e bd: bx d, portanto a fração de uma fração se obtém multiplicando os numeradores entre si e os denominadores entre si.

Podemos então substituir de pelo sinal x e lê-lo como um produto de frações: Definamos o quociente de duas frações pelo produto como no caso dos números inteiros.Se A xB=C,então c: a=b ou c:b=a. O quociente de duas frações é inteiros. Se Ax B=C, então c:a=b ouc:b=a.O quociente de duas frações é uma fração que, multiplicada pela 2ª, dá a 1ª.Desde que se pode mostrar que a multiplicaçao de fração dada acima é associativa, pode-se formar o que o produto de três frações de duas maneiras diferentes, sem alterar o resultado. Então: Caso particular, onde (c'b)= (d'c) (a'b)x (c'd) x (d'c)=
(a'b)X (c'd)x(d'c) (a'b)= (c'c)= (ac'bc)= (a'b).
Portanto.(a'b)x (c'd)= (a'b):(d'c).
Isto exprime o quociente como produtivo. Temos pois, mostrado que as barras permitem adquirir uma compreensão aprofundada das frações do ponto de vista matemático, sem jamais apelar para operações difíceis de fazer (como a adição ~~soma~~ de doces ou de frutas), permanecendo tudo intuitivo. As frações são algumas vezes partes ordenadas, algumas vezes operadores e com as barras as duas perspectivas se fundem harmoniosamente.
Correta, matemáticamente,esta maneira intuitiva de apresentar as frações se presta igualmente a extensão aos casos de áreas, volumes, quantidades como se pode ver simplesmente interrogando as crianças que receberam este ensino.

II Capítulo

OS NÚMEROS EM CÔRES

GUISENAIRE

Novo processo de cálculo pelo
método ativo, aplicável a todos
os graus de escola primária

Introdução

O principal fim do cálculo, na escola primária, é o de ensinar a calcular rápida e exatamente.

Êstes objetivos são facilmente atingidos pelo ensino ordinário?
Os resultados são falazes pois, pelo menos cinquenta por cento das crianças são incapazes de seguir as lições com aproveitamento. Por que?

Para solucionar este problema, qual a melhor atitude a seguir: baixar o nível dos programas? " Isto é um paliativo perigoso ao qual se tentou recorrer". O mal não está nos programas, mas nos meios defeituosos que tornam o cálculo um exercício subconsciente.

A solução para vencer as dificuldades do ensino da Matemática consiste em " encontrar o meio de passar fácil e seguramente das observações, ver, locar-se e tatear) para o estágio da sólida fixação concreta preparatória a abstração e a passagem ao subconsciente.

PROCESSO DOS NÚMEROS EM CÔRES

Cremos ter resolvido o problema, apresentando um processo novo, experimentado, científico e pedagógico, e alem disso, atraente e extremamente simples. Desde o primeiro ano de estudos primários, a criança dispõe as barras coloridas simbolizando cada um dos dez primeiros números.

MATERIAL:

50 barras de 1cm de comprimento - madeira natural.
50 barras de 2cm de comprimento - vermelho
25 barras de 4 cm de comprimento - carmin
12 barras de 8cm de comprimento - marron
20 barras de 5 cm de comprimento - amarelo
10 barras de 10 cm de comprimento - alaranjado
33 barras de 3 cm de comprimento - verde - claro
16 barras de 6 cm de comprimento - verde - claro
11 barras de 9 cm de comprimento - azul - escuro
14 barras de 7 cm de comprimento - preto.

O processo dos números em côres possibilita as crianças:

1. A reconstrução da aritmética ao ritmo próprio de cada uma.
2. A criação de " imagens visuais musculares e táteis, simples e preciosas e duráveis.
3. A invenção de numerosas formações e decomposições, o que possibilita guardar a aquisição e pura do número.
4. Uma progressão a caminho da abstração, habituando-se a ver mentalmente.
5. O desenvolvimento do espírito de análise pela materialização de seu pensamento reflétivo (calculador). Certa materialização traduz-se pelas numerosas manipulações com a interrupção ativa de todos os sentidos que associam construtivamente as cores as dimensões.

A criança é conduzida à objetividade e a uma adaptação mais exata de todo o seu psiquismo.

6. Tornar o cálculo sensorial, vivo, faz ganhar tempo e simplifica o trabalho do professor
7. Liga as aquisições feitas no decorrer dos exercícios à sistematização indispensável.

EMPRÊGO DAS BARRAS EM CÔRES

Período de iniciação ao cálculo

O plano de estudos das escolas primárias belgas lembram: Distinguir tres aspectos que se desenvolvem paralelamente e que se inter-relacionam:

a) - numerosas aquisições no decorrer dos exercícios de observações
b) - fixação e precisão, por meio de jogos educativos.
c) - sistematização por exercícios orais e escritos .

Gattegno, Caleb - Initiation à La Méthode des nombres en couleurs.
Delachaux et Niestlé S.A.

PLANO DE ESTUDOS

A. Escola Maternal.

Neste nivel o estudo é feito através do jogo.
Seis semanas ou dois meses de jogos livres, na escola maternal, produzem frutos- a ausencia de palavras ou outro intermédiario, entre a atividade da criança e a realidade explorada, proporcionam um contato com o grande número de relações presentes nas barras.
A variedade de construções que as crianças fazem neste nivel, tem um grande valor tanto para a educação matemática como para a educação geral.
As cores são perfeitamente diferenciadas, mesmo que seus nomes não sejam conhecidos.
Com crianças cegas é possivel usar de inicio, o nome das cores apenas como etiquetas.
Elas reconhecerão as barras pelas dimensoês.
Com crianças que podem perceber os dois atributos- cor e dimensão é possivel utilizá-los simultâneamente, ou ainda sucessivamente,um como substituto do outro. A criança descobrirá o comprimento de uma barra a partir de sua cor ou vice-versa.
Ex: Quando a criança faz uma construção e lhe falta uma barra marron pode achar a barra de dimensão necessária apenas pela cor. Ou então, uma criança, com as mãos às costas, pode dizer a cor de uma barra, apenas pelo seu comprimento.
No jogo livre, já se encontra tudo o que o material pode dar e isto já é muito, mas dificil de sistematizar. Devido a isto, Gattegno introduziu os jogos organizados visando atingir:

a) - conhecimento relativo (das relações das barras entre si)
b) - conhecimento absoluto (das barras,cada uma em si mesma.

JOGOS ORGANIZADOS

1. Comparação das barras com relação à igualdade e desigualdade - duas barras ponta a ponta, procurar outra igual.
2. Composição de quadros de barras, por justa posição, para comparar com os dos colegas.
3. Leitura dos quadros somente pelos nomes das cores. Com os olhos fechados, as crianças ouvem um colega ler o seu quadro, assinalando o que parece impossivel ou incorreto.
5. Quatro barras que se asemelham duas e duas, para formar dois comprimentos iguais. As crianças as misturam e tentam, em seguida formar outra vez as igualdades.
4. Comparação das dimensões, designando-as como: menor e maior

6. Descoberta de que se pode fazer uma escada selecionando uma barra de cada cor. As
As crianças aprendem a fazê-la, começando pela maior, pela menor ~~maix maxx~~ ou qualquer outra, depois com os olhos fechados. Aprendem a recitá-las nos dois sentidos.
7. Procura de barras complementares, sendo dada uma barra, procuram outra que com ela forma um comprimento igual a uma terceira (a 1º com barras, depois com os olhos fechados imaginando-as somente).
8. Justa posição de duas barras que ultrapasse o limite do maior de tôdas (alaranjado), ao invés de duas barras de comprimento diferente, proporcionará a criança uma situação mais rica, onde há muito a aprender.
9. Formação de comprimentos empregando apenas barras de uma mesma cor.
Chama-se a isto um jôgo de trem (ou brinquedo de trem). Estes trens fornecem conceitos muito importantes. Ex. É sempre possivel formar trens iguais. Composto cada um de barras da mesma cor? Isto é possivel muitas vezes?
Quais são os menores trens iguais que você pode fazer com dois tipos de barras? Com Tres tipos?
10. Composição de trens de diferentes côres, oque conduz a jogos e conceitos bem diferentes.
11. Verificação dos jogos apresentados as paginas 13-14-15-16- do livro 1, onde se encontrarão jogos dos tipos de testes psicológicos de Piaget.
12. Apresentação das barras, numa prancha, colocada acima da cabeça, para atingir um conhecimento absoluto das mesmas, a regra do jogo consiste em escolher apenas uma barra de cada vez e identificá-la.

- -

A maioria das crianças realiza com êxito todos êstes jogos que incluem o maior número de conceitos matemáticos. Na fase seguinte, não se trata ainda da aritmética, mas de uma nova categoria de exercícios, onde se dá ênfase não aos números, mas as operações.
As crianças ai reagem maravilhosamente bem, tendo concluido que a algebra é mais facil do que a aritmética, devendo nosso ensino começar por aquela.
Os jogos da fase precedente, trabalhados hàbilmente, permitem decidir representar cada barra pela inicial do nome da cor. Dispõe-se assim de uma anotação onde ,m+c=l (marron+encarnado é igual a alaranjado).

As crianças chegam a escrever, pois basta poder traçar as letras seguintes:
b-c-v- e - a - v - v - p - m - e - l, que designam as cores. (Para não entrar em conflito com a Direção de Aprendizagem em Linguagem, pode-se substituir a escrita das letras por desenho colorido).
Considerando tres barras formando uma igualdade - ex: s- e - p, vê-se que há 4 maneiras de dispô-las:
1) a - e com p antes ou depois
2) e - a
ex: a+ e = p   p= a+ e
      e + a = p   p= e + a

Retirando uma barra de cada vez, obtem-se as 12 questões seguintes

a +... = p   e + ... = P
a + e =...   e + a =...
... + e = P   ... + a = P

p=... + e   p=... + a
p= e +...   p= e...
... = a + e   ... = e + a

Êste tipo de jogo consiste em procurar o elemento que falta.
Quando as crianças forem bem orientadas nos jogos acima citados, e em expressar o que descobrirem, não encontram nehuma dificuldade em achar ~~indicando~~ por si mesmos ou em compreender notações nunca vistas, como:
a+b + . . . + b indicando que a resposta é v.
Estes exercícios trarão grandes vantagens para o momento de passar aos números.

B. Curso Preparatório - Cursos Elementares

Neste período, passa-se a uma notação nova - uso dos números. Recomenda-se ir lentamente como na II parte do nº 1: fazendo inicialmente todas as combinações possiveis, com os cinco primeiros números. Depois, alarga-se a experiência adquirida para os números de 6 a 10.

Nesta fase dá-se o nome dos números às barras colocadas em ordem ascendente: medidas pela barra branca. Substitue-se a notação anterior. ex: e + v = a, pela nova notação 2+3 = 5.

Éste processo pedagógico permite por termo a tanto artificialismo e tantas dificuldades derivadas dos métodos baseados na contagem e da memorização, que não é possivel voltar aos métodos tradicionais.

Indicamos a seguir tudo o que se pode ensinar às crianças da escola primária, durante os tres primeiros anos. Eis os principios gerais:

1 - As quatro operações são tratadas simultaneamente.

2 - A escrita é continuamente associada ao trabalho, mas a criança sempre domina a notação que emprega. Por ex. escrevem-se as operações primeiro horizontalmente e se efetuam diretamente sem faltar de unidades, dezenas etc... enquanto não se dispões de uma experiencia numérica muito grande. Depois, percebe-se que a notação vertical é apenas uma variante comoda e descobre-se que não se tem mais necessidade de lançar mão de muitos metódos de resolução das subtrações.

3 - Acumula-se toda a experiência possivel trabalhando com pequenos números (até 100 ou 1000) e se estende as operações aos grandes números apenas quando seus princípios foram adquiridos.

4 - As situações simbólicas das quantidades são tão adequadamente representadas pelas barras, que a aritmética aplicada á vida social, decorre naturalmente.

Vejam-se os livros I - II - III e IV, onde o trabalho é apresentado em detalhe. Aqui juntamos um complemento de informações:

a) - As frações como operadores,
b) - O estudo do produto,
c) - A maneira de tratar as subtrações.

a) - Cremos comumente que as frações constituem um assunto difícil, tanto que se procura nos programas escolares, retardar seu estudo o mais possível. A dificuldade, porem, de que consideramos as frações como pedaços, como partes de um todo, parece que as operações sobre partes não são faceis. Mas basta que consideramos que 3 x 1 =3 contem implicitamente 1=1/3 de 3 e tomaremos o hábito de ler os produtos de várias maneiras, o que dá lugar ás frações consideradas como operadores. Se tres unidades de um certo tipo, dão uma certa quantidade, a expressão que resultas da comparação da unidade com o resultado é uma fração. Assim 1/3 aparece cada vez 3 elementos identicos formam um quarto elemento: 6=3X2, logo 2= 1/3 de 6, 9= 3X3, logo 3= a 1/3 de 9, 1/3 é fração operadora, - quer dizer, o operador que substitue o 6 por 2, o 9 por 3 etc . . . Vemos que 1/3 produz um efeito 3, 6, 9, o que conduz ao conceito de operador.

Livro V, outro modo de introduzir as frações.

b) - Quando descrevemos o material anexo, fizemos alusão á sua grande importância para o estudo dos produtos,. Em verdade, pode-se hoje afirmar que para o futuro será possivel dispensar as tábuas de multiplicação e que todo o aluno pode, aos 7 anos compor a a sua própia, reunindo todas as relações multiplicativas que descobriu.

Os trens compostos de barras duma só cor, podem transformar-se em retângulos se, em lugar de deixar as barras ponta a ponta, forem colocadas lado a lado. Obtém-se sempre, ao menos dois retangulos a partir destes trens iguais. Alguns podem ser superpostos e formam pares de retângulos iguais. Por ex: pode-se formar um comprimento de 12 cm com 6 barras vermelhas, 4 barras verde-claro, 3 barras carmins, 2 barras verde-escuro o que dá lugar a dois pares de retangulos respectivamente iguais: vermelho -verde escuro e carmim - verde claro.

O comprimento 6 dá somente um par (vermelho - verde claro), 9 um quadrado (verde claro) e nehum retangulo, e 16 um quadrado (a carmim. →

(~~carmin~~) e um par de retângulos iguais (vermelho - marron).

Se, de cada um dêstes retângulos superpostos, conserva-se apenas uma barra, estas duas barras formam uma cruz, que se torna um novo símbolo para o produto. Ês te um símbolo evocativo, porque ele se origina de retangulos provenientes da tábua de um comprimento. +1

No material anexo, conservou-se sòmente as côres de barras associadas por pares na cruz, o que permite um passo a mais na abstração: partindo de comprimentos tangíveis, constituídos de barras postas ponta a ponta, passa-se para o símbolo de cruzes , para chegar a êstes símbolos que não contém mais nada de tangível. Se a criança conserva todo o processo presente ao espirito, a vista do sinal sôbre o quadro mural ou sôbre os cartões, lembra-lhe então a cruz, e, através dela, o comprimento que foi engendrado.

O trabalho desenrola-se do seguinte modo:

enf. livro, página. 25 s.s)

Uma barra alaranjada e uma marron postas ponta a ponta formam um comprimento chamado dezoito que se escreve 18. (pag. 26) Faça um quadro de barras para 18 e escreva.

Complete por escrito o quadro seguinte:

9 + . . . = 18
11 + . . . = 18
18 - . . . = 6
18 - 2X 7 =
18 - . . . = 11
18 - (3/4 de 16)=
18 - (1/2 de 10)=
1/3 de (18 - 12)=
2/3 de (18-6)=
18 - 2 X4 =2 X. . .
1/3 de 12 + 2/7 de 11 + 5/6 de 12 =

2 X 6 + . . . = 18
2 X 8 + . . . = 18
13 - 7+ . . . = 18
10 + 3+. . . =18
12 - 1 + 5 . . . = 18
2X3+ (2 X . . .) = 18
18-1+1/8 de 16 =
18 - 10 + 1/2 de 16=
2X9=
18 - 15+ 3X5=

Se não souber fazer, sirva-se de barras.

Em dezoitos quantas vezes há nove? e quanto resta?
Em dezoito quantas vezes 8? e quanto resta?
Em dezoito quantas vezes 6? e quanto resta?
Em dezoito quantas vezes 5? e quanto resta?
Em dezoito quantas vezes4? e quanto resta ?
Em dezoito quantas vezes 3? e quanto resta?
Em dezoito quantas vezes 2? e quanto resta?
Qual a metade de dezoito, ou 1/2 de 18?
Quanto é um terço de dezoito ou 1/3 de 18?
Quanto é um sexto de dezoito ou 1/6 de 18?
Quanto é um nono de dezoito ou 1/9 de 18? Quais são os 2/9 de dezoito? e os 2/3 de dezoito e 1/6 de 18?
Compare 3/9 de 18 e 1/3 de 18
Compare 2/6 de 18 e 1/3 de 18 e 3/9 de 18
Uma vez que dezoito barras brancas cobrem o comprimento dezoito, cada barra branca é um dezoito avos deste comprimento e se escreve 1/18 de 18.

Quais são os 2/18 de 18? 3/18 de 18? 5/18? de 18? 7/18 de 18? 11/18 de 18?
Compare 2/18 de 18 e 1/9 de 18
Compare 3/18 de 18 e 1/6 de 18
Compare 4/18 de 18 e 2/9 de 18
Compare 6/18 de 18 e 3/9 de 18
Compare 8/18 de 18 e 4/9 de 18
Compare 10/18 de 18 e 5 /9 de 18
Compare 12/18 de 18 e 6/9 de 18
Compare 14/18 de 18 e 7/9 de 18
Compare 16/18 de 18 e 8/9 de 18
Compare 18/18 de 18 e 9/9 de 18 e 6/6 de 18 e 3/3 de 18

Quais são os fatôres de 18?
(pag. 28) Quantas vezes 18 é maior que 13? e que 11?
Quantas vezes 18 é maior que 3 X 5 e 2 X6 e 7 X 2 ?

+1 - Pode-se, pois, inverter o processo e cada cruz se encontra associada a um comprimento.

Qual o maior destes que seguem:
3X 6 , 2 X 7 , 7 + 9, 11 + 6, 3 X 2 + 4 X 3 , 10 + 1/2 de 16 ?
(pag. 46) 3 X 10 = 6 X 5 = 30
Forme as cruzes para este dois números.
Dobre 12, dobre ainda e ainda.
Escreve suas respostas.
2 X 12 = 2 X (2 X 12) = 2 X (2 X 2 X 12) =

Quanto vale 1/2 de 24 ? 1/4 de 48? 1/8 de 96?
Quais são os fatôres de 12? 24? 48?
Quanto vale 1/2 de 96? Dobre este numero.
Quanto vale 1/8 de 96? Multiplique este número por 4
Quanto vale 1/8 de 96? Multiplique este numero por 8
Quanto digo, Comece por 96, tome sua metade, tome agora a metade do que encontrou e ainda e ainda. Escreva suas respostas (pag. 55) Para verificar dobre o último numero, dobre ainda e ainda. Está exato?
Quanto é 1/3 de 24? 1/3 de 48? 2/3 de 24? 1/8 de 24? 1/8 de 48? 3/8 de 24? 3/8 de 48?
Triplique 12. Que número obteve? Dobre-o.
Escreva todos os produtos que encontrou até aqui. Faça uma tábua (pág. 54) Escreva todos os produtos que encontrou até aqui. Faça uma tábua destes números e compare-a a seguinte: (aqui figura uma tabuada contendo os produtos de 2X 2 a 10 X 10. São os números? Em que diferem eles?
Encontre todos os fatores menores que 10 dos números seguintes: 25 - 27 - 32 - 15 - 28 - 72 - 56 - 12 - 64 - 81 - 35.
Encontre os fatores de 33 - 36 - 72 - 66 - 99 - 84 - 81.
(pag. 65) Escreva todos os números compostos, compreendidos entre 1 e 100.
Quais são os multiplos de 2 ? de 3? etc... de 12?

As tábuas vem assim ao fim e são a prova de que as crianças conhecem todos os produtos, os números componentes e os números primos até 100.
A idade de 7 anos tudo isto deve ter sido adquirido ou em vias de aquisição e se destina a receber um grande alargamento como se verá no livro VI, onde se explora os números até 1000, mas onde as operações são feitas sôbre qualquer número que se possa escrever, mesmo se não se sabe ainda lê-lo.

c) - Encontram - se subtrações nos livros I e II, mas apenas no fim do livro II, tenta-se pela primeira vez, escrevê-lo verticalmente. ~~Quando~~ +1 - o as unidades, dezenas e centenas. Subtrair um número de outro é encontrar o complemento do menor em relação ao maior
Graças a todas as nossas manipulações, conhecemos de repente tôdas as diferenças que nos permitem efetuar as subtrações, ~~conhecemos de repente todas as diferenças que nos permitem efetuar as subtrações~~, indo de 2 - 1 a 2 0 - 1 por ex: passando por 3 - 1, 3 -2, . . . 20 -19, 20- 16. . .
Podemos agora estudar um dado de maior importância relativo à subtração, a saber que todo o número é igual a uma série infinita de diferença entre pares de números.
1= 2 - 1 = 3 - 2 = 4 - 3 . . .
17 = 18 - 1 = 19 - 2 = 20 - 3 . . .
Consequentemente em face de uma subtração dada cujo resultado é necessário encontrar, há duas atitudes possíveis:
1) - Ou bem efetua-se a subtração, de acôrdo com o método que se aprendeu,
2) - Ou bem procura-se os pares de números, tomados na mesma familia de " diferentes equivalentes", que sejam mais fáceis de subtrair de repente.
Assim, 43 - 29 é equivalentes ", a uma subtração muito mais facil que é 44 - 30 ou ainda 23 - 9 ~~é equivalente a uma subtração muito mais facil que é 44-30 ou ainda 23 - 9 é equivalente a uma subtração muito mais facila que~~ 24-10. Este novo ponto de vista tem a vantagem de deixar a criança efetuar sua operação de acôrdo com sua propria experiência dos números e visulisar como ele pode transformar sua diferença de modo a aplainar a dificuldade encontrada.
Se desde o início, é acostumado a operar estas transformações sôbre as diferenças, não lhe acontecerá jamais de encontrar que 43 -29 é mais dificil que 63 - 21 ou 76 - 45, como a maior parte dos professores ~~crêm~~ crêem

+1 - Quando se escreve horizontalmente, pensa-se nos números em si mesmos e não nas suas...o¹

A dificuldade provem da notação dos números do nosso sistema e da idéia que se faz de que é nescessário encontrar um meio de resolver 43-29, por ex: da mesma maneira que se resolve 43 - 22, quer dizer, subtraindo primeiro as unidades das unidades, depois as dezenas das dezenas. Ou como neste caso é impossivel, pensa-se que é nescessário inverter, qualquer método para este assunto, pois que se pode dispensar de tais complicações.

Tentemos resolver por nosso método uma subtração"muito dura" ou seja 10001 - 6748.

Ninguém que entenda os dois números, percebe de um golpe de vista que se pode deixar de lado 6 mil em cada um dêles. Então se faz uma subtração que é 4001 - 748, equivalente a 4003 - 750, equivalente a 4253 - 1000 quer dizer 3253. Isto parece bem mais facil que pelos mais métodos habituais.

Destes se pode enumerar até 20 (uma vintena), sendo mais célebre o metodo de empréstimo, o método " d'equi - adtion) " e o método de complemento 10.

Em efeito não é necessário mencionar nenhum: somente o conehcimento concernente as diferenças equivalêntes satisfará daqui para o futuro.

Pelo que foi dito nos parágrafos b e c, vê-se que êste método permite economizar numerosos meses de esforços aos alunos, tornando-os bem mais adiantados do que presentemente.

Podemos esperar, daqui para o futuro, nas classes inferiores, nas lições de matemática muito alegre, onde se aprende tôdas as operações simultaneamente e onde os obstáculos inuteis suscitados por métodos maus ficam naturalmente eliminados.

= =

Arquivado em 20/05/81
Westphal