1) Cópia do original
2) Fichado

Instituto de Educação.
Laboratório de Matemática

Como achar o lugar da vírgula decimal no quociente.

Do - The Elementary School Journal" (abril de 1952, pag. 452-457.)
De - Foster e Grossnickle.
Tradução: profª. Maria Nestrovsky.
Material pertencente à profª. Odila Barros Xavier.

Há três métodos para se achar o lugar da vírgula decimal no quociente, muito em uso:

1º - pondo a marquinha de interpolação; (Caret 1).

2º - tornando o divisor um número inteiro, ao multiplicar-se dividendo e divisor por uma potência de 10;

3º - subtraindo-se o número de casas decimais no divisor do número de casas decimais no dividendo.

Há ainda outras maneiras de achar o lugar da vírgula decimal no quociente, contudo estas três são as mais encontradas na literatura própria do assunto. Freqüentemente, o primeiro e o segundo processos são considerados o mesmo.

Brown (1), Crofts (2), Morton (3), e Potter (4) apoiam o método da subtração do número das casas decimais no divisor do número de casas decimais

no dividendo, para achar o número de casas decimais no quociente.
Êste método é conhecido como o princípio subtrativo e é o inverso do processo aditivo para se achar o número de casas decimais no produto.
Johnson (5), Van Engen (6), e Wheat (7) são a favor do uso da marquinha de interpolação para achar-se o lugar da vírgula decimal no quociente.
Os defensores do princípio subtrativo errôneamente estabelecem êste como único princípio significativo, considerando uma operação mecânica e sem significação o uso da marquinha. Tanto Johnson como Van Engen salientaram que qualquer um pode ser mecânico ou ensinado significativamente. Se se ensina uma criança a passar a vírgula decimal tantas casas para a direita no dividendo quantas são as casas decimais no divisor e a marcar o novo lugar da vírgula com um sinal de interpolação, o processo será mecânico e sem significação.
Entretanto, se a operação é baseada no princípio que ao se multiplicar ambos os termos de uma fração pelo mesmo número (exceção de zero), a fração não altera o seu valor, o processo deverá ter significação matemática, pois cada

exemplo de divisão pode ser expresso como fração. Conseqüentemente o aluno poderá encontrar a posição da vírgula decimal, dando ou não significação, por êstes dois métodos tão conhecidos.

Antes de podermos avaliar um método de encontrar a posição da vírgula decimal, no quociente, é necessário considerarmos como pode o aluno aprender um novo processo. Brownell (8) mostra que o uso de recursos auxiliares é eficiente para a aprendizagem de subtração com empréstimo, como nêste exemplo:

$$\begin{array}{r} {}^{6}\!7\,{}^{1}\!2 \\ -\,3\;8 \\ \hline \end{array}$$

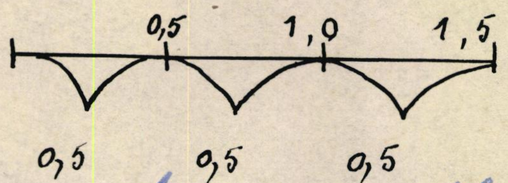
Quando a criança usa êstes recursos auxiliares está agindo ainda num nível imaturo. Se não usa recurso auxiliar ou qualquer outra ajuda visual, seu desempenho tem mais maturidade, está num nível adulto. Nêste nível adulto do domínio o aluno é capaz de achar a resposta a um exemplo, seguro de sua correção. Portanto, se um aluno compreende a seqüência de passos num processo, êle reorganiza sua experiência à medida que aprende a efetuar certa operação. Seu comêço é num nível de imaturidade, e êle não tem o domínio desse processo até que possa fazê-lo sem auxílios suplementares e mesmo assim, seguro dos resultados.

Qualquer um dos métodos de procura da posição da vírgula no quociente significativamente (usando a marquinha ou pelo princípio subtrativo)) representa o objetivo para utilização adulta. Nenhum dos métodos pode ser visualizado (tornado visual) de tal maneira que possibilite ao aluno a descoberta do processo através da representação gráfica. Cada um dêstes métodos é baseado num princípio matemático da aprendizagem de divisão de decimais. Nesta fase, o aluno deverá poder visualizar a operação e trabalhar num nível mais imaturo para que possa compreender os passos necessários. Portanto, o método que se deve adotar para o ensino da colocação da vírgula no quociente, é o que melhor possa ser visualizado e apresentado significativamente.

Visualização ou ilustração.

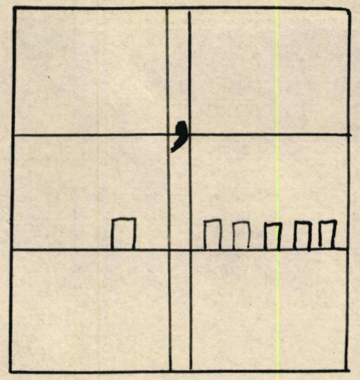
Há diferença entre visualização e ilustração. A visualização mostra de forma pictórica como desenvolve-se um processo.

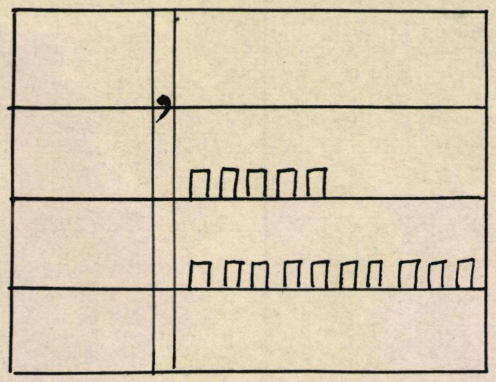
Uma ilustração mostra de forma pictórea que a resposta está correta. A maioria das representações pictóreas dos livros didáticos de aritmética são ilustrações e não vizualizações. A questão de um problema pode ser achar o comprimento de cada uma das três partes iguais. de um segmento de 1,5m de comprimento.



Esta representação gráfica mostra que cada parte tem 0,5 m. de comprimento. Isto é uma ilustração. Mostra a solução correta, mas a representação não ajuda a criança achá-la. Usualmente, faz-se a criança dividir 1,5 por 3. Já que êle sabe ser a resposta 0,5 êle fará apenas $1,5 \,\underline{|3}$ $0,5$. Não há significação matemática tirada da ilustração, desprendida dela.

Visualizemos o processo usando cartões ou qualquer outro tipo de marcadores no quadro de pregas.





Cada cartão tem um valor numérico relativo, de acôrdo com o lugar na prega. Esses cartões que vimos no quadro de pregas representam 1,5 m. Aparentemente, uma unidade não poderá ser dividida em 3 partes iguais sem perder sua característica unitária.

Contudo, esta uma unidade é reagrupada como 10 décimos. Agora é possível a divisão de 15 décimos em 3 grupos iguais, com 5 décimos em cada grupo, ou seja 0,5. Esta representação pictoreá é uma visualização pois representa o procedimento matemático usado ao dividir uma fração decimal por um número inteiro.

Nem todos os exemplos podem ser visualizados. Não é possível visualizar $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$, mas é possível visualizar um exemplo do tipo $3 : \frac{1}{4}$. Também não é possível visualizar um exemplo do tipo $0,75 \;\underline{|\,1,5}$ ou $6 \;\underline{|\,0,3}$, mas é possível visualizar os do tipo $3 \;\underline{|\,4}$ ou $0,6 \;\underline{|\,2}$

O critério a ser usado para a escolha do método para achar a posição da vírgula decimal no quociente deverá ser para a escolha do método que melhor possibilitar a descoberta da significação de uma operação ou da visualização, dos passos da operação. Este critério foi demasiadamente ignorado no passado.

4 tipos de exemplos na divisão de decimais

Há 4 tipos de exemplos na divisão de decimais. São êles:

a) Um número decimal dividido por um nº inteiro, como $1,4 \,\underline{|2}$

b) Um nº inteiro dividido por um nº inteiro, cujo quociente pode ser expresso como decimal, como $1 \,\underline{|2}$.

c) Um número inteiro dividido por um nº decimal, como $3 \,\underline{|0,5}$

d) Um número decimal dividido por um nº decimal, como $0,48 \,\underline{|1,2}$.

É possível visualizar os dois primeiros, mas não é possível visualizar os outros dois. A visualização de $1,5 \,\underline{|3}$ dada acima é representativa do tipo a. O 2º tipo que surge nas situações de transformações de uma fração ordinária em fração decimal, é imediatamente visualizada. Para mostrar a transformação da fração $\frac{1}{2}$ numa decimal, represente o 1 no quadro de pregas como uma unidade. Já que esta unidade não pode ser dividida em 2 partes iguais sem perder sua característica de unidade, transforme o 1 em 10 décimos, que é expresso 1,0 em símbolos. Assim reagrupando êste nº êle toma a forma dada no 1º tipo, ou seja de um decimal dividido por um número inteiro.

Quando ambos o dividendo e o divisor de uma divisão são multiplicados por uma potência de 10 para tornar o divisor um número inteiro, o exemplo resultante será representativo ou do tipo a ou tipo b acima. Qualquer um dêstes dois tipos podem ser visualizados, mas não os dois últimos. Aqui o argumento para a escolha do método para a colocação da vírgula decimal no quociente será a inclusão da técnica que reduz todos os tipos de exemplos a forma que possa ser visualizada.

Quando o divisor torna-se um número inteiro pela multiplicação por potência de 10, êste fim é alcançado.

Em outra obra (9) dêste autor já se relatou os tipos de êrros resultantes da colocação da vírgula decimal no quociente.

Ainda que os mais variados êrros tivessem sido cometidos pelos sujeitos usados para a experiência citada, todos êrros foram êrros casuais, com exceção dos que resultaram da mudança da vírgula como em 9 |0,3
Erros desse tipo foram freqüentes e não casuais.

Os resultados alertaram o autor a recomendar que um divisor que seja um nº decimal deverá sempre ser transformado em nº inteiro.

O nº de êrros em divisões por um número inteiro, foi em geral pequeno. Como os erros foram infreqüentes e casuais quando o divisor era um número inteiro e como exemplos dêste tipo podem ser vizualizados, seria interessante adotar-se êsse método para o ensino inicial de divisão de decimais.

Se aprendizagem significativa é baseada em reorganização da experiência, o método usado para o ensino inicial de um processo não deve seguir o nível adulto de domínio da técnica.

O autor descobriu que uma maneira eficaz de tornar o divisor um nº inteiro como no exemplo 5 |0,2 . é expressar o exemplo como se fôsse uma fração e então multiplicar ambos os têrmos por 10, como se mostra abaixo:

$$\frac{5}{0,2} = \frac{10 \times 5}{10 \times 0,2} = \frac{50}{2} = 50 \underline{|2}$$

Assim que o aluno entende o processo, êle pode ver que pode transformar o exemplo movendo a vírgula e usando marquinhas, como a ilustração mostra. 5 $\underline{|0,2}$ = 50 $\underline{|2}$

Neste caso o trabalho é significativo. O aluno descobre a abreviação que é baseada no princípio matemático que ambos os têrmos de uma fração podem ser multiplicados pelo mesmo nº sem alterar o valor da fração.

No nível adulto de domínio técnico, o aluno deve poder estimar a resposta sem mudar a vírgula em divisor e dividendo. Assim, no exemplo 3,618 $\underline{|0,54}$, a pessoa que
67

desenvolveu a compreensão numérica não se preocupa em passar a vírgula duas casas à direita no divisor e no dividendo. Ele aproxima o divisor como sendo 0,5 e o dividendo 3, assim o quociente deve ser 6 aproximadamente.

Então conclue que 6,7 deve ser o valor correto do quociente.

Esta atitude madura de aproximação do resultado surge mais tarde, tratando-se de divisões decimais. O indivíduo que usa esta técnica pode ter começado num nível imaturo de operação, na qual êle modificou o divisor multiplicando ambos, divisor e dividendo, por uma potência de 10.

King (10) recomenda que a posição da vírgula deve ser determinada pelo valor posicional do 1º numeral no quociente. Seu esquema depende de um domínio completo de valor posicional, que se pode querer nas classes mais adiantadas, no ginásio ou na Universidade.

Êste plano pode ser ilustrado pelos princípios seguintes que o estudante deve saber:

a) Décimos divididos por unidades dão décimos, como $0,6 \,\underline{|2}$ $0,3$

b) Unidades divididas por décimos dão dezenas, como: $4 \,\underline{|0,20}$ $20.$

c) Décimos divididos por décimos dão unidades, como $0,6 \,\underline{|0,2}$ $3.$

Este método representa a forma mais alta de significação matemática tratando-se de divisão de decimais. É óbvio que isto não será possível no ensino inicial de divisão de decimais.

O autor apoia êste método para o aluno excepcional como incentivo ao trabalho com número.

O estudante que conseguiu o domínio do processo tem diversas vias de informações que pode usar para verificar a correção de uma resposta.

O estudante que adquiriu o domínio do processo de divisão de decimais pode verificar o quociente do exemplo 0,75 ⌊1,5 pelo princípio subtrativo, por aproximação ou pelo princípio que centésimos divididos por décimos são décimos. O número de diferentes meios que o estudante pode usar depende do nível operacional que êle possa trabalhar. O nível mais baixo que pode se pode tornar significativo pelo uso de materiais visuais e objetivos consiste na transformação do inteiro, divisor num número inteiro. Desta fase, o progresso do aluno deverá levá-lo ao nível no qual êle pode mudar a vírgula sem escrever novamente o exemplo, ao nível exemplificado pelo princípio subtrativo ao nível onde a posição da vírgula é encontrada por aproximação, e finalmente ao nível mais alto que é baseado num domínio do valor posicional. Se o trabalho fôr significativo no nível mais baixo da procura do lugar da vírgula decimal no quociente, então o melhor método para êste nível é o que pode ser visualizado e objetivado de maneira a habilitar o aluno a descobrir os passos no processo. Êste método consiste em tornar o divisor um número inteiro, multiplicando ambos divisor e dividendo por uma potência de 10.

Referências bibliográficas

1) Claude H, Brown –
"Some Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" (Mathematics Teacher, Feb. 1945)

2) Mary E. Crofts – "Division of Decimal Fractions" (Mathematics Teacher, april 1946, 178-179).

3) Robert L. Morton – "Arithemetic in Various Types of Curriculums". (Arithemetic 1949, 1-20. Supplementary Educational Monographs nº 70. Chicago: Univ. of Chicago Press, 1950).

4) Mary A. Potter – "Corraling the Wandering Decimal Point" (Mathematics Teacher, Febraary, 1947, 51-57).

5) J. I. Johnson – "Some More Thoughts on Placing the Decimal Point im Quotients." Mathematics Teacher, May 1945 229-230.

6) H. Van Engen – "Some More Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" Mathematics Teacher, october 1945, 243-245.

7) Harry G. Wheat – "How to Teach Arithmetic" 255-256 – (Evanston, Illinois Ron Peterson e Co. 1951.

8) William A. Brownell – "Borrowingin Subtraction" (Journal of Educacional Research, Feb 1940, 415-424).

9) William A. Brownell, K. G. Kuehner, W. C. Rein – "Learving as as.

Reorganization: An Experimental Study in Third Grade Arithmetic: "Durham, N. Carolina Duke University Press, 1939.
10) Foster E. Grossnickle - Types of Erros in Divison of Decimal: (Elementary School Journal, Nov. 1941, 184-194)
11) Foster E. Grossnicklee - "Kinds of Erros in Division of Decimals and their Constancy (journal of Educational Reserck Oct. 1943, 110-117.
11) W. E. King - "More Thoughtes on Placing the Decimal Point."
(Mathematic Teacher, abril 1947, 172-178.

(cópia do original) e (fichado)

Instituto de Educação
Laboratório de Matemática
O significado das frações decimais.

De: "Aritmética para os graus médios".
50 the Year book of the Pag-92-96. N.S.S.E.1951
De: C. L. Thiele
Traduzido pela professôra: Maria Nestrovsky.
Material da professôra: Odila Barros Xavier.

O problema da ligação entre uma operação e seus símbolos é a questão central no ensino significativo das frações decimais.

As frações decimais não diferem quanto à significação das frações ordinárias. Determinam partes e razões e, tal como as frações ordinárias, indicam divisão. As operações com frações decimais têm o mesmo significado que as operações correspondentes com frações ordinárias. A diferença principal entre frações ordinárias e frações decimais é que o denominador de uma fração ordinária pode ser qualquer número mas o denominador de uma fração decimal é sempre potência de 10. Mas ainda, o denominador de fração decimal é subtendido ao invés de claramente exposto.

Ainda que a maior diferença entre frações decimais e ordinárias esteja na maneira que são escritas uma e outra, esta cria muitos problemas. Nesta discussão trataremos dos que se referem a significação e compreensão.

Ao princípio o ensino de frações decimais, proporciona-se usualmente oportunidades para que as crianças tenham experiências diretas com medidas unitárias decimais. Uma criança precisará de mais ou menos experiências assim, conforme sua compreensão de medições semelhantes com unidades fracionárias ordinais.

O valor principal de exercícios de medição deverá ser o de levar a criança a uma idéia mais clara do que sejam as unidades decimais e suas interrelações.

Seguindo-se às experiências iniciais com as unidades decimais, há dois caminhos a seguir para professôres. Em um, a notação de frações decimais terá que se relacionar com o valor posicional pela apresentação externa. O sistema numérico será agora estendido para a direita do lugar da unidade da mesma maneira que fôra antes para a esquerda da unidade. Por outro lado, as frações decimais serão diretamente relacionados com frações ordinárias e operações de frações ordinárias a cada passo.

Nesta maneira de agir, a importância será dada a frações ordinárias com denominadores 10 e potências de 10.

Só incidentalmente, se tal suceder, ter-se-á significação de frações decimais da aplicação do princípio do valor posicional.

Dentre os dois desenvolvimentos, o de relacionar frações decimais com frações ordinárias é encontrado quase que exclusivamente em livros didáticos e programas de estudo atuais. Poucas crianças em escolas americanas hoje em dia aprendem que o lugar do um é central no sistema numérico. Mesmo aprendendo que 0,1 0,01 e 0,001 significam respectivamente um décimo, um centésimo e um milésimo, êles não tomam consciência do fato básico que cada fração decimal é uma parte de 1. Conseqüentemente, não estão aptas a determinar o valor correto de frações decimais sem o auxílio da lembrança de um quadro, um diagrama ou outro meio. Para êles a aritmética não é um sistema de idéias relacionadas, mas porções segmentadas de conhecimentos.

Adição e subtração com frações decimais.

Só recentemente surgiram livros didáticos em que se encontram explicações significativas para Frações Decimais em adição e subtração. Sem qualquer explicação as crianças sabiam que as vírgulas decimais devem ficar em coluna reta para se somar ou subtrair frações decimais. Isto não impediu a confusão para alguns alunos quando precisavam somar ou subtrair frações decimais de diferentes denominações. Simplesmente modificando-se as frações decimais e denominadores comuns, como é feito com as frações ordinárias, uma regra dificilmente compreendida fica esclarecida. No exemplo abaixo, frações decimais somadas sem e com a redução a denominadores comuns

A		B	
0,24	centésimos	0,240	milésimos
0,356	milésimos	0,356	"
0,2	décimos	0,200	"
0,796	milésimos	0,796	"

Este exemplo ilustra novamente a interrelação em aritmética e a possibilidade de desenvolver novos conceitos de experiências, com conceitos mais simples.

Multiplicação com fração decimal para multiplicador.

Os problemas que surgem quando os alunos encontram a necessidade de multiplicar com multiplicadores frações ordinárias, são os mesmos de quando os multiplicadores são frações decimais. Em ambos os casos os produtos são menores que os multiplicandos, isto é, se os multiplicadores forem frações próprias. Este conceito importante a ser adquirido pelas crianças. Sem êle, elas falharão na habilidade de julgar quanto é razoável o produto.

As crianças são dirigidas a ver a lógica na obtenção de produtos menores que o multiplicando por duas maneiras.

Uma delas é trocar a ordem do multiplicador e multiplicando por problemas nos quais o multiplicador é um número inteiro e o multiplicando uma fração própria. Por exemplo fazem-se modificações na ordem do multiplicador e do multiplicando como no seguinte:

$8 \times 0,5 = 4,0$ mudado para $0,5 \times 8 = 4,0$

$8 \times 0,05 = 0,40$ mudada para $0,05 \times 8 = 0,40$

A outra maneira de explicar é considerar a função do multiplicador, ou seja a de indicar como deve ser tratado o multiplicando. Se nos apoiamos nesta explicação, a multiplicação por frações próprias, tanto ordinárias como decimais, é relacionada à multiplicação por 1. Para ilustrar o produto de 0,5 x 8 será a metade do produto de 1 x 8, porque o multiplicador 0,5 é a metade de 1. (Nota da trad. Leia-se nas operações indicadas "0,5 vêzes 8" e 1 vez 8" de modo a termos o 1º têrmo na função de multiplicador).

Considera-se que no estudo de multiplicação por números inteiros as crianças já tenham chegado à conclusão que uma mudança no multiplicador trará uma mudança correspondente no produto se o multiplicando permanece constante. Afim de que êste conceito possa ser extendido a frações próprias como multiplicadores, as crianças podem trabalhar e analisar uma série de relações em multiplicação, como se segue:

A	B	C.
1 x 8 = 8	3 x 80 = 240	3 x 400 = 1200
10 x 8 = 80	2 x 80 = 160	2 x 400 = 800
100 x 8 = 800	1 x 80 = 80	1 x 400 = 400
1000 x 8 = 8 000	0,1 x 80 = 8	0,01 x 400 = ?
100 x 8 = 800	0,2 x 80 = ?	0,02 x 400 = ?
10 x 8 = 80	0,3 x 80 = ?	0,03 x 400 = ?
1 x 8 = 8	0,4 x 80 = ?	0,04 x 400 = ?

D.	E
1 x 10 = 10	1 x 100 = 100
0,1 x 10 = 1	0,01 x 100 = ?
0,1 x 9 = ?	0,01 x 90 = ?
0,1 x 8 = ?	0,01 x 80 = ?
0,1 x 7 = ?	0,01 x 70 = ?
0,1 x 6 = ?	0,01 x 60 = ?
0,1 x 5 = ?	0,01 x 50 = ?

O resultado final de experiências como as sugeridas acima, deverá ser a percepção dos efeitos conseguidos quando os números são multiplicados por 100, 10, 1, 0, 1 ou 0,01. A percepção do efeito da multiplicação por números diretamente ligados a 1 deverá possibilitar às crianças a descoberta das regras para a colocação da vírgula decimal nos produtos e, ao mesmo tempo, levará às crianças a aprimorarem seus conceitos de valor posicional.

Dos dois métodos descritos acima, expressa-se a preferência pelo segundo, pois ao aprender a multiplicar por frações decimais pelo método de relacionar os multiplicadores fracionários a 1, a aprendizagem prévia é reorganizada de uma maneira direta, isto é, dá-se às crianças a oportunidade de chegar a novos conceitos pelos antigos.

O truque de inverter o multiplicando e o multiplicador pode ser classificado como uma verificação do processo, mais do que uma explicação, ao contrário da relação entre a multiplicação por fração própria e a multiplicação por 1. O fato do produto não se alterar com a inversão de multiplicando e multiplicador não explica a função do multiplicador; dá simplesmente a prova de que a ordem pode ser alterada sem alterar os resultados. É muito importante que o efeito da multiplicação por frações próprias seja reconhecido quando as crianças multiplicam com decimais mistos.

Cientes do efeito, as crianças não estão mais possíveis de achar um produto 500 para um exemplo como 2,5 x 20, porque compreenderão o papel de 0,5 no processo.

De passagem, seria interessante notar-se o tipo de experiência de aprendizagem através da qual pensa-se ser possível às crianças chegarem à conclusões concernentes à multiplicação por uma fração própria decimal. A experiência de aprendizagem proposta refere-se ùnicamente à análise de gravações númericas como 2 x 80 = 160; 1x80 = 80

0,1×80 = 8; e a ausência completa de meios auxiliares, no sentido como são interpretados usualmente os meios auxiliares. O problema do aluno consiste na reorganização completa de idéias no nível abstrato.

No ensino aritmético há muitas ocasiões em que os alunos devem ser capazes de desenvolver conceitos novos sem o benefício imediato de meios auxiliares.

Divisão com frações decimais

Se as crianças compreendem certos princípios que se relacionam com o valor posicional, sòmente mais um princípio novo precisa ser entendido para dividir números fracionários decimais corretamente. O novo princípio é que as divisões serão facilitadas se os divisores forem prèviamente transformados em números inteiros. Considerem-se os exemplos seguintes que apresentam algumas das possíveis variações:

3 ⌊0,6 = 30 ⌊6	3,2 ⌊1,6 = 32 ⌊16
0,3 ⌊0,06 = 3 ⌊6	32 ⌊1,6 = 320 ⌊16
3 ⌊0,06 = 300 ⌊6	0,32 ⌊1,6 = 3,2 ⌊16
0,03 ⌊0,6 = 0,3 ⌊6	0,0032 ⌊1,6 = 0,032 ⌊16

Note que em caso após ter-se feito a transformação, só é preciso o conhecimento do valor posicional necessário para a divisão, para se solucionar o problema. Contudo, há aqui uma super-simplificação do processo pois que é preciso a operação conjunta de uma série de conceitos para possibilitar a transformação, a divisão e a interpretação dos resultados.

Primeiro, o estudante precisa pensar nos divisores como denominadores e os dividendos como numeradores de frações ordinárias, isto é: 30 ⌊0,6 = $\frac{30}{0,6}$

Deve lembrar o fato que o valor de uma fração não se altera se o denominador e o numerador são multiplicados pelo mesmo número. Êle precisa saber também que multiplicando-se números fracionários decimais e números inteiros por 10 ou potências de 10 tem a ação de mover a vírgula decimal ou acrescentar zeros. Finalmente, êle precisa usar seu conhecimento do valor posicional quando divide e interpreta os resultados. O fato de a medida que as crianças progridem em aritmética precisam combinar exercícios e habilidades do modo descrito acima, torna a aritmética dos graus médios uma matéria difícil para muitas crianças.

Contudo, há um passo importante a ser dado antes da introdução da idéia de divisões: divisão de frações decimais por números inteiros.

O professor deve proporcionar a aquisição de experiências que assegurem saber as crianças dividir um número menor por outros maiores. Geralmente em programas de estudo e livros didáticos as crianças encontram oportunidades de dividir inteiros por inteiros maiores antes de precisarem dividir por fração decimais. Tal é necessário usualmente quando se transformam frações ordinárias em frações decimais para se fazer comparações ou para indicar com uma fração decimal que partes de um número é do outro.

Afim de dividir significativamente um número menor por outro maior precisa-se conhecer a natureza decimal do sistema métrico. Por ex: para dividir 4 por 6, o quatro precisa ser analizado para significar 4 décimos. Da mesma maneira, quando dividimos 2 por 25, não se divide o 2 como tal, mas 200 centésimos. Sem êste conhecimento a divisão por decimais precisa ser aprendida por repetição mecânica.

Se as crianças tem a prontidão para divisão por frações decimais, o que foi delineado, sòmente um passo precisa ser dado para ajudá-los a descobrir a vantagem da transformação do divisor fracionário decimal para um número inteiro antes de se dividir. Êste passo pode ser dado chamando a atenção das crianças para exemplos como $\frac{7}{12} : 1\frac{1}{12}$; $15 : 2\frac{1}{2}$ e $20 \div 3\frac{1}{3}$, cujas soluções serão facilitadas pelas simples transformações. Por ex: $7\frac{1}{2} \,\underline{|\,1\frac{1}{2}}$ pode ser transformado para $15 \,\underline{|\,3}$, $15 \,\underline{|\,2\frac{1}{2}}$ para $30 \,\underline{|\,5}$ e $20 \,\underline{|\,3\frac{1}{3}}$ para $60 \,\underline{|\,10}$, multiplicando-se divisores e dividendos pelo mesmo número para tornar os divisores números inteiros.

Após as crianças chegarem a esta conclusão, serão deduzidas as regras convencionais para movimentação da vírgula decimal no divisor e dividendo e colocação da vírgula no quociente. Como em todo ensino com significação, deverá ser dada maior importancia à compreensão do como e porque operam-se os números do que à aprendizagem de regras e maneiras de fazer.

Uma análise das operações com frações decimais concernentes ao processo de divisão serve para indicar a complexidade do problema de ensino. Desenvolvimento no pensamento numérico baseia-se na habilidade dos alunos de fazerem novas interpretação de idéias antigas e organizarem a aprendizagem de novas maneiras. Parecerira então que deve-se dar o tempo necessário para construir significação dentro da estrutura