Cópia do original

# INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
# LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

## COMO ACHAR O LUGAR DA VÍRGULA DECIMAL NO QUOCIENTE

DO THE ELEMENTARY SCHOOL JOURNAL " ( abril de 1952, pág.452 - 457)

DE: FOSTER e GROSSNICKLE

Trad. pela professôra Maria Nestrovsky

Datilografado pela professôra-aluna Sueny Barbosa

Material pertencente a professôra Odila Barros Xavier.

Há 3 métodos para se achar o lugar da vírgula decimal no quociente muito em uso :

(1) pondo a marquinha de interpolação ; (caret 𝟏)

(2) tornando o divisor um número inteiro, ao multiplicar-se dividendo e divisor por uma potência de 10 ;

(3) subtraindo-se o número de casas decimais no divisor do número de casas decimais no dividendo.

Há ainda outras maneiras de achar o lugar da vírgula decimal no quociente, contudo estas três são as mais encontradas na literatura própria do assunto. Frequentemente, o primeiro e o segundo ~~metodo~~ PROCESSOS são considerados o mesmo.

Brown (1), Crofts (2), Morton (3), e Potter (4) apoiam o método da subtração do número das casas decimais no divisor do número de casas decimais no dividendo, para achar o número de casas decimais no quociente.

Este método é conhecido como o princípio subtrativo e é o inverso do processo aditivo para se achar o número de casas decimais no produto. Johnson (5), Van Engen (6), e Wheat (7) são a favor do uso da marquinha de interpolação para achar-se o lugar da vírgula decimal no quociente.

Os defensores do princípio subtrativo errôneamente estabelecem êste como o único princípio significativo, considerando uma operação mecânica e sem significação o uso da marquinha. Tanto Johnson como Van Engen salientaram que qualquer um pode ser mecânico ou ensinado significativamente. Se se ensina uma criança a passar a vírgula decimal tantas casas para a direita no dividendo quantas são as casas decimais no divisor e a marcar o novo lugar da vírgula com um sinal de interpolação, o processo será mecânico e sem significação. Entretanto, se a operação é baseadas no princípio que ao se multiplicar ambos os termos de uma fração pelo mesmo número( exceção de zero) a fração não altera seu valor, o processo deverá ter significação matemática pois que cada exemplo de divisão pode ser expresso como fração. Consequentemente, um aluno poderá encontrar a posição da vírgula decimal, dando ou não significação, por êstes dois métodos tão conhecidos.

Antes de podermos avaliar um método de encontrar a posição da vírgula decimal no quociente, é necessário considerarmos como pode o aluno aprender um novo processo. Brownell (8) mostra que o uso de recursos auxiliares é eficiente para a aprendizagem de subtração com empréstimo, como nêste exemplo :

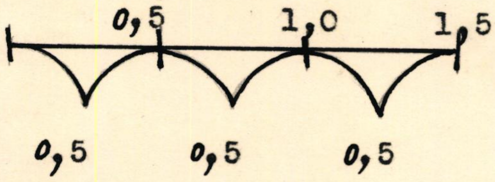
$$\begin{array}{r} {}^{6}\cancel{7}\,{}^{1}2 \\ -\;3\;8 \\ \hline \end{array}$$

Quando a criança usa êstes recursos auxiliares está agindo ainda num nível imaturo . Se não usa recurso auxiliar ou qualquer outra ajuda visual, seu desempenho tem mais maturidade, está num nível adulto . Nêste nível adulto do domínio, o aluno é capaz de achar a resposta a um exemplo, seguro de sua correção . Portanto, se um aluno compreende a seqüência de passos num processo, êle reorganiza sua experiência a medida que aprende a efetuar certa operação. Seu comêço é num nível de imaturidade, e êle não tem o domínio dêsse processo até que possa fazê-lo sem auxílios suplementares e mesmo assim, seguro dos resultados .

Qualquer um dos métodos de procura da posição da vírgula no quociente significativamente (usando a marquinha ou pelo princípio subtrativo) representa o objetivo para utilização adulta . Nenhum dos métodos pode ser visualizado (tornado visual) de tal maneira que possibilite ao aluno a descoberta do processo através da representação gráfica. Cada um dêstes métodos é baseado num princípio MATEMÁTICO da aprendizagem de divisão de decimais . Nesta fase, o aluno deverá poder visualizar a operação e trabalhar num nível mais imaturo para que possa compreender os passos necessários. Portanto, o método que se deve adotar para o ensino da colocação da vírgula no quociente, é o que melhor possa ser visualizado e apresentado significativamente .

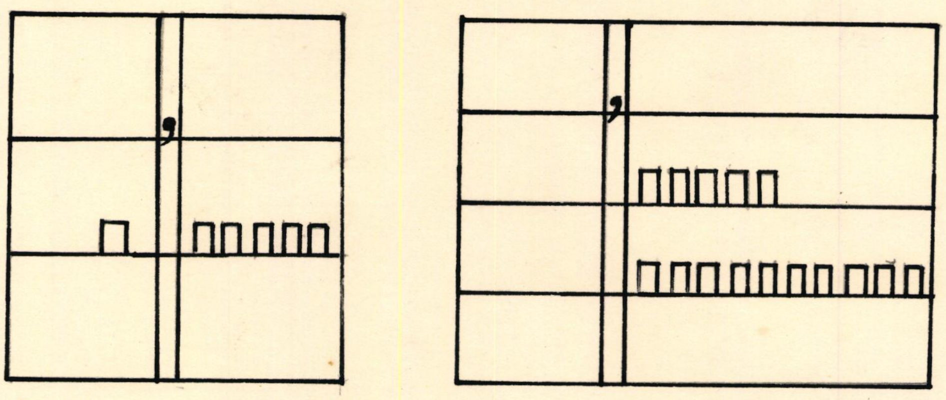
## VISUALIZAÇÃO OU ILUSTRAÇÃO

Há diferença entre visualização e ilustração. A visualização mostra de forma pictórea como desenvolve-se um processo . Uma ilustração mostra de forma pictórea que a resposta está correta. A maioria das representações pictóreas dos livros didáticos de aritmética são ilustrações e não visualizações . A questão de um problema pode ser achar o comprimento de cada uma das três partes iguais




Esta representação gráfica mostra que cada parte tem 0,5 m. de comprimento. Isto é uma ilustração . Mostra a solução correta, mas a representação não ajuda a criança a achá-la. Usualmente, faz-se a criança dividir 1,5 por 3 . Já que êle sabe ser a resposta 0,5 êle fará apenas 1,5 $\begin{array}{|l} 3 \\ \hline 0{,}5 \end{array}$ Não há significação matemática tirada da ilustração, depreendida dela.

Visualizemos o processo usando cartões ou qualquer outro tipo de marcadores no quadro de pregas .




Cada cartão tem um valor numérico relativo de acôrdo com o lugar na prega . Êsses cartões que vemos no quadro de pregas representam 1,5 m. Aparentemente, uma unidade não poderá ser dividida em 3 partes iguais sem perder sua característica unitária .

Contudo, esta uma unidade é reagrupada como 10 décimos, perfazendo um total de 15 décimos. Agora é possível a divisão de 15 décimos em 3 grupos iguais, com 5 décimos em cada grupo, ou seja 0,5. Esta representação pictórea é uma visualização pois representa o procedimento matemático usado ao dividir uma fração decimal por um número inteiro .

Nem todos exemplos podem ser visualizados. Não é possível visualizar $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$ , mas é possível visualizar um exemplo do do tipo $3 \div \frac{1}{4}$ . Também não é possível visualizar um exemplo do tipo 0,75 |1,5 ou 6 |0,3 , mas é possível visualizar os do tipo 3 |4 ou 0,6 |2 .

O critério a ser usado para a escolha do método para achar a posição da vírgula decimal no quociente deverá ser para a escolha do método que melhor possibilitar a descoberta da significação de uma operação ou da visualização, dos passos da operação . Êste critério foi demasiadamente ignorado no passado .

## 4 TIPOS DE EXEMPLOS NA DIVISÃO DE DECIMAIS

Há 4 tipos de exemplos na divisão de decimais. Saõ êles :

a) Um nº ~~inteiro~~ decimal dividido por um nº inteiro, como 1,4 |2

b) Um nº inteiro dividido por um nº inteiro, cujo quociente pode ser expresso como decimal, como 1 |2

c) Um nº inteiro dividido por um nº decimal, como 3 |0,5

d) Um nº decimal dividido por um nº decimal, como 0,48 |1,2

É possível visualizar os dois primeiros, mas não é possível visualizar os outros dois. A visualização de 1,5 |3 dada acima é representativa do tipo a . O 2º tipo que surge nas situações de transformações de uma fração ordinária em fração decimal, é imediatamente visualizada . Para mostrar a transformação da fração $\frac{1}{2}$ numa decimal, represente o 1 no quadro de pregas como uma unidade. Já que esta unidade não pode ser dividida em 2 partes iguais sem perder sua característica de unidade, transforme o 1 em 10 décimos, que é expresso 1,0 em símbolos. Assim reagrupado êste nº toma a forma dada no 1º tipo, ou seja de um decimal dividido por um nº inteiro.

Quando ambos o dividendo e o divisor de uma divisão são multiplicado por uma potência de 10 para tornar o divisor um nº inteiro, o exemplo resultante será representativo ou do tipo _a_ ou tipo _b_ acima. Qualquer um dêstes 2 tipos podem ser visualizados, mas não os dois últimos. Aqui o argumento para a escolha do método para a colocação da vírgula decimal NO QUOCIENTE será a inclusão da técnica que reduz todos tipos de exemplos a forma que possa ser visualizada. Quando o divisor torna-se um nº inteiro pela multiplicação por potência de 10, êste fim é alcançado.

Em outra obra (9) dêste autor já se relatou os tipos de êrros resultantes da colocação da vírgula decimal no quociente. Ainda que os mais variados êrros tivessem sido cometidos pelos sujeitos usados para a experiência citada, todos êrros foram êrros casuais, com exceção dos que resultaram da mudança da vírgula como em 9 |0,3 . Êrros dêsse tipo foram frequentes e não casuais.

Os resultados alertaram o autor a recomendar que um divisor que seja um nº decimal deverá sempre ser transformado em nº inteiro. O número de êrros em divisões por um número inteiro, foi em geral pequeno. Como os êrros foram infrequentes e casuais quando o divisor era um nº inteiro e como exemplos dêste tipo podem ser visualizados, seria interessante adotar-se êsse método para o ensino inicial de divisão de decimais.

Se aprendizagem significativa é baseada em reorganização da experiência, o método usado para o ensino inicial de um processo não deve seguir o nível adulto de domínio da técnica. O autor descobriu que uma maneira eficaz de tornar o divisor um nº inteiro, como no exemplo 5 |0,2 , é expressar o exemplo como se fôsse uma fração e então multiplicar ambos os têrmos por 10, como se mostra abaixo

$$\frac{5}{0,2} = \frac{10 \times 5}{10 \times 0,2} = \frac{50}{2} = 50 \underline{|2}$$

Assim que o aluno entende o processo, êle pode ver que pode transformar o exemplo movendo a vírgula e usando marquinhas, como a i -

lustração mostra : 5 $\underline{|0,2}$ = 50 ‸ $\underline{|2}$ ‸

Nêste caso o trabalho é significativo. O aluno descobre a abreviação que é baseada no princípio matemático que ambos os têrmos de uma fração podem ser multiplicados pelo mesmo nº sem alterar o valor da fração .

No nível adulto de domínio técnico, o aluno deve poder estimar a resposta sem mudar a vírgula em divisor e dividendo . Assim, no exemplo 3,618 $\underline{|0,54}$ 67 , a pessoa que desenvolveu a compreensão numérica não se preocupa em passar a vírgula duas casas à direita no divisor e no dividendo . Êle aproxima o divisor como sendo 0,5 e o dividendo 3, assim o quociente deve ser o aproximadamente . Então coclue que 6,7 deve ser o valor correto do quociente. Esta atitude madura de aproximação do resultado surge mais tarde, tratando-se da divisão de decimais . O indivíduo que usa esta técnica pode ter começado num nível imaturo de operação, na qual êle modificou o divisor multiplicando ambos divisor e dividendo por uma potência de 10 .

King (lo) recomenda que a posição da vírgula deve ser determinada pelo valor ~~relativo~~ POSICIONAL do 1º numeral no quociente. Seu esquema depende de um domínio completo de valor ~~relativo~~ POSICIONAL, que se pode querer nas classes mais adiantadas, no ginásio, ou na Universidade. Êste plano pode ser ilustrado pelos princípios seguintes que o estudante deve saber :

a) Décimos divididos por unidades dão décimos, como 0,6 $\underline{|2}$ 0,3

b) Unidades divididas por décimos dão dezenas, como : 4 $\underline{|0,2}$ 20

c) Décimos divididos por décimos dão unidades, como 0,6 $\underline{|0,2}$ 3

Êste método representa a forma mais alta de significação matemática tratando-se de divisão de decimais . É obvio que isto não será possível no ensino inicial de divisão de decimais . O autor apoia êste MÉTODO para o aluno excepcional como incentivo ao trabalho com número .

O estudante que conseguiu o domínio do processo tem diversas vias de informação que pode usar para verificar a correção de uma resposta . O estudante que adquiriu o domínio do processo de divisão de decimais pode verificar o quociente do exemplo 0,75 |1,5 pelo princípio subtrativo, por aproximação ou pelo princípio que centésimos divididos por décimos são décimos . O número de diferentes meios que o estudante pode usar depende do nível operacional em que êle possa trabalhar . O nível mais baixo que pode se tornar significativo pelo uso de materiais visuais e objetivos consiste na transformação do divisor num nº inteiro . Desta fase, o progresso do aluno deverá levá-lo ao nível no qual êle pode mudar a vírgula sem escrever novamente o exemplo, ao nível exemplificado pelo princípio subtrativo ao nível onde a posição da vírgula é encontrada por aproximação, e finalmente ao nível mais alto que é baseado num domínio do valor ~~relativo~~ POSICIONAL . Se o trabalho fôr significativo no nível mais baixo da procura do lugar da vírgula decimal no quociente, então o melhor método para êste nível é o que pode ser visualizado e objetivado de maneira a habilitar o aluno a descobrir os passos no processo . Êste método consiste em tornar o divisor um número inteiro, multiplicando ambos divisor e dividendo por uma potência de 10.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS :

1) Claude H, Brown - "Some Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients" (Mathematics Teacher, Feb. 1945)

2) Mary E. Crofts- " Division of Decimal Fractions" (Mathematics Teacher, april 1946, 178-179 )

3) Robert L. Morton- " Arithmetic in Varions Types of Curriculuns" (Arithmetic 1949, 1-20. Supplementarg Educational Monographs nº 70 . Chicago : Univ. of Chicago Press, 1950 ) .

4) Mary A. Potter - "Corralling the Wandering Decimal Point" (Mathematics Teacher, February 1947, 51-57 ).

5) J. I. Johnson- " Some More Thoughts on Placing the Decimal Point im Qoutients" (Mathematics Teacher , May 1945, 229 - 230 )

6) H. Van Engen - " Some More Thoughts on Placing the Decimal Point in Quotients " ( Mathematics Teacher , october 1945, 243 - 245 )

7) Harry G. Wheat - " How to Teach Arithnetic" 255- 256 .(Evanston, Illinois Ron, Petersom e Co. 1951 )

8) William A. Brownell - "Borrowingin Subtraction " ( Journal of Educacional Research, Feb. 1940, 415 -424)

9) William A. Brownell, K. G. KUehner, W.C. Rein - " Learving as as Reorganization : An Experimental Study in Third Grade Arithmetic ". Durham, N. Carolina Duke University Press , 1939 .

10) Foster E. Grossnickle - Types of Erros in Division of Decimal : ( Elementary School Journal, Nov. 1941, 184 - 194 )

11) Foster E. Grossnicklee - " Kinds of Erros in Division of Decimals and theú Constancy ( journal of Educational Reserck Oct . 1943, 110-117.

11) W.E.King - " More Thoughtes ou Placing th Decimal Point" (Mathematic Teacher , abril 1947 , 172 - 178