TRABALHO DE EXAME

UNIDADE : DIRECTO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

CURSO : TECNICO EM SUPERVISÃO ESCOLAR

TURMA : 541

PROFESSORA : D. ODILA BARROS XAVIER

ALUNA : SUENY BARBOSA

DATA : 4 de dezembro de 1958

ASSUNTO : FRAÇÕES DECIMAIS

ROTEIRO DO TRABALHO

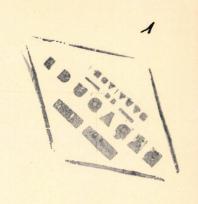
- 1) Apresentação .
- 2) Histórico .
- 3) Valor e significação da vírgula .
- 4) Introdução das frações decimais .
- 5) Significação de fração decimal .
- 6) Conclusões .

APRESENTAÇÃO

Ao iniciarmos o estudo sobre os números decimais fracionários, foi-nos apresentado e posto a nossa disposição, pela professora da unidade, D. Odila Barros Xavier, um rico material constituido de folhetos, fichas, albuns, livros di-dáticos de autores nacionais e estrangeiros, muitos dêles ainda sem tradução e pouco conhecidos entre nós.

Foi empolgante êste estudo. Atiramo-nos com intensidade e interêsse, ora consultando o que já havia, ora fazendo traduções, ora ouvindo professõras conhecedoras do assunto.

Foram entreviatadas as professõras Helena Santiago e Marta (da faculdade de Filosofia). A primeira esclareceu-nos vários pontos importantes, que serão sitados no decorrer do trabalho, enquanto que a segunda, apesar de tê-la procurado duas vêzes, pouco informou-nos, que não tivesse mos



encontrado no Laboratório de Matemática do I. E.

Impossível seria condensar tôdas as pesquisas feitas, mas procuramos resumir, de acôrdo com o roteiro que traçamos, o que nos pareceu mais importante, em cada autor estudado.

Com isto justificamos o nosso ponto de partida, tendo em vosta que o aluno da escola primária é um sêr social e em desenvolvimento; um sêr com experiências próprias, com determinado nível de maturidade, com aptidões, interêsse e preferências específicas; e que deve a professôra, sempre que inicia qualquer aprendizagem nova, pensar na criança que vai realizar essa aprendizagem, muito mais que no aluno que está na escola. Procurar tornar o assunto o mais significativo e compreensivo possível; para isto é necessário que a professôra esteja bem fundamentada, conhecendo não só o assunto que vai ser estudado, mas também a complexidade do ato de aprender.

HISTORICO DAS FRAÇÕES DECIMAIS

O homem primário contava nos seus dedos. Mais tarde, cada dez cousas formava uma coleção e êle contava as coleções 10 dez faz 100.

Esta contagem por dezenas, originou o que nós conhecemos como o Sistema Decimal.

Depois de centenas de anos, usando a maneira decimal de contar cousas inteiras, surgiu a necessidade de ex pressar partes de uma cousa inteira.

De um modo geral, as idéias simples nasceram antes das mais complexas, mas em números decimais fracionários não foi assim, Estes, na sua forma simples e sistemática, apareceram um milênio mais tarde que as numerações mais complicadas, e o sistema de pesos e medidas, mais simples, veio substituir gradativamente aos infinitos sistemas arbitrários e complexos que se tinham criado e conservado em todos os pai-

ses durante mais de quatro mil anos .

Assim como a noção do valor posicional dos algarismos e a introdução do zero permitiram um desenvolvimento ex traordinário dos cálculos aritméticos, o emprêgo da vírgula para a representação de frações, ou melhor do número decimal fracionário, significou um importante acontecimento na história da ciência.

Dêsde o ano 1 000 aparece na Europa a numeração decimal de números inteiros, mas pela primeira vez, no ano 1585 o matemático Stevin utiliza uma notação das frações decimais que podemos considerar como um precedente de nossa atual escrita.

Aquí está um exemplo de multiplicação tomado de sua Aritmética (1585).

Aparece claramente o significado de sua notação, cuja complexidade induz a substituí-la por outras, até que Napier ou Neper (nome registrado na Enciclopédia Jackson) introduziu a vírgula de separação, usual nos paises latinos e o ponto, preferido pelos inglêses.

Transcorreu, sem dúvisa, um século até que se te nha impôsto êste sinal, como se observa no quadro sinótico que
segue :

O ponto, como separação entre as unidades inteiras e as decimais, aparece pela primeira vez na Aritmética do
italiano Pellos (1492). Usava-o para separar cifras do dividendo quando o divisor terminava em zeros, que suprimia,
separando à direita do dividendo igual número de cifras. Análogo uso fazia do traço vertical Pedro Borgi (1484) e Regiomontano, igualmente.

Com respeito à virgula superior, vejamos o que diz na Aritmética Universal de Newton (1707) : "Assim, o número 732 '1569 expressa setecentos e trinta e duas unidades,... que pode ser escrito das seguintes formas : 732,1569 ; 732 . 569 ; 732/569 ; 732' 569 .

O uso sistemático da vírgula ou do ponto estabilizou-se há mais de 150 anos, o que muito se deve à criação e difusão do sistema métrico.

VALOR E SIGNIFICAÇÃO DA VÎRGULA

Ao introduzir a professora a representação gráfica do número decimal, deve dedicar especial cuidado à virgula.

Para que a criança seja conduzida à leitura e às operações, neste aprendizado, é necessário levá-la a dar significação áquela notação decimal, passo fundamental que lhe possibilitará, mais fàcilmente, compreender da direção posicional das unidades. A posição destas no número decimal é básico e dela decorrem os valôres das demais posições.

O valor de um algarísmo no número decimal nos é indicado por 2 fatôres : o algarísmo em sí e o lugar que

êle ocupa nas casas decimais. Sòmente valorizando a vírgula, é que a criança poderá, acertadamente, chegar a um conceito, sem confundir décimos com dezenas ou centésimos com centenas. Seja, por exemplo o número: 77,777. Se o aluno tiver dado significação à vírgula, saberá que 7 é o algarísmo pròpriamente dito, porém, cada 7, naquele número, tem um valor diferente.

Desde que a criança tenha dado a devida valorização à vírgula, concluirá que, sòmente os têrmos que têm o mesmo valor posicional, poderão ser somados ou subtraídos.

Isto feito , compreenderá que uma coisa será so mar 1132 + 1235 e outra será adicionar 1,132 + 1,235 ,as - sim como observará a diferença na leitura das parcelas da 1° soma com as da segunda .

Após adquirir inúmeras experiências, através de muitos e variados exercícios, por si só será levada a concluir que a vírgula desempenha um papel importante na aprendizagem das frações decimais.

INTRODUÇÃO DAS FRAÇÕES DECIMAIS

Os processos matemáticos, os significados e as e as relações de quantidades devem ser apresentadas de maneira completa em qualquer gráu de adiantamente. O nível de maturidade de cada criança determinará os fatos que ela é capaz de descobrir.

Somente assim atendida pode a criança progredir satisfatóriamente nas descobertas mais complicadas.

A direção de aprendizagem das frações decimais deve ser, inicialmente, orientada de modo concreto, com diferentes espécies de unidades, cada uma delas dividida em 10 par tes iguais ,formando décimos . Estas unidades poderão ser de papel em tiras, frutas, sabão, massa de modelagem, chocolate, etc. Depois de dividida em décimos (a unidade) tomará o aluno um décimo , três décimos , etc.

A noção de fração o educando já tem de quando adquiriu conhecimentos referentes às frações ordinárias. Por - tanto, as decimais não constituem absolutamente novidade para êle. Assim como são decimais poderiam ser meios, terços, quintos, etc. porém, as decimais constituem interêsse particu - lar pela peculiaridade que apresentam seu emprêgo, em aplicações práticas, de uso comum,e, porque se lhes pode dar forma diferente das outras, chamadas frações ordinárias : esta forma é a de números inteiros, podendo-se trabalhar com elas fâcilmente, como se fossem inteiros e não frações.

A idéia de decimal terá sido compreendida pelo educando ao estudar o valor do algarísmo, isto é, a casa e a transformação.

Se a criança teve suficiente experiência com o sistema de números, ela não deve ter dificuldades em entender o uso da vírgula decimal, como uma ponte entre a parte do sistema de números não inteiros.

Após experimentar as relações entre os decimais e o inteiro, lògicamente, o aluno chamará a primeira casa à direita da vírgula de décimos, a casa seguinte de centésimos, milésimos,...

Descobertas estas verdades, nada há de novo a ser aprendido sobre decimais, que não tenha sido aprendido com números inteiros e em frações, excetuando a conservação da vírgula - ponte e de nunca movê-la de sua posição entre a casa dos décimos e a casa das unidades.

O metro é uma medida que faz parte da experiência da criança. O sistema métrico é uma aplicação das frações decimais; podemos portanto, partir dêle para o ensino das mesmas.

SIGNIFICAÇÃO DE FRAÇÃO DECIMAL

O problema da ligação entre uma operação e seus símbolos é a questão central no ensino significativo das frações decimais.

As frações decimais não diferem quanto à significação das frações ordinárias. Determinam partes e razões e,
tal como as frações ordinárias, indicam divisão. As operações
com frações decimais têm o mesmo significado que as operações
correspondentes com frações ordinárias. A diferença principal entre frações ordinárias e frações decimais é que o denominador de uma fração ordinária pode ser qualquer número mas
o denominador de uma fração decimal é sempre potência de 10.
Mais ainda, o denominador de fração decimal é subtendido ao
invés de claramente exposto. Ainda que a maior diferença entre
frações decimais e ordinárias esteja na maneira que são escritas uma e outra, esta cria muitos problemas.

E sobejamente conhecido de que o êxito da aprendizagem depende da direção que se lhe imprimiu e na qual se visou, fundamentalmente, a significação.

As situações reais de vida estão sempre presentes, visto conduzirmos a criança através do conhecido, do palpável, do concreto para atingir, numa atividade de auto-descoberta dirigida, o desconhecido, o abstrato e, por conseguinte, a generalização.

O ponto de origem que conduz a criança à compreensão de decimal é a unidade. Cortando em 10 partes iguais ti ras de papel, ela viverá as duas situações : 10 vêzes maior e 10 vêzes menor. Dá-se ênfase ao valor posicional do algarísmo.

Da mesma forma como a criança aprendeu a lidar com dezenas e unidades (cada uma tem a sua casa)assim, descobrin-

do inteiros e partes decimais saberá separá-los com um marco que posteriormente será substituido pela vírgula, o símbolo convencional para nós.

O movimento da vírgula para esquerda quando diminui a quantidade, ou para a direita quando a aumenta, é um processo lento, difícil e complexo até que a criança possa dar-lhe significação. Inicialmente multiplicar e dividir por 10, levando-a a objetivar o seu processo com materiais concretos e gráficos, sempre que for necessário : fita métrica , moedas divisionárias , réguas .

Para a multiplicação e divisão serve muito o qua - dro de pregas, no qual a criança , manipulando os materiais vai descobrindo as relações entre décimos, centésimos e milésimos, e chega a conclusões por processo mental todo seu.

Dando-lhe oportunidades de aquisição de experiência que tornarão os decimais significativos, guiamo-la a ver as relações entre inteiro e decimal de maneira real e relativa rapidez. A criança constroi o seu conceito sôbre decimais e está assegurado, pràticamente, o domínio da nova aprendiza e gem. Gradativamente o aprendiz se libertará dos materiais e entrará no campo da abstração, chegando à generalização nas diferentes operações com decimais.

SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES DECIMAIS

Só recentemente surgiram livros didáticos em que se encontram explicações significativas para Frações Decimais em adição e subtração. Sem qualquer explicação, as crianças sabiam que as vírgulas decimais devem ficar em coluna reta para se somar ou subtrair frações decimais. Isto não impediu a confusão para alguns alunos quando precisavam somar ou subtrair frações decimais de diferentes denominações. Simplesmente modificando-se as frações decimais a denominadores comuns. como

é feito com as frações ordinárias, uma regra dificilmente compreendida fica esclarecida.

Tôda a aprendizagem para ser eficiente requer uma cuidadosa graduação de dificuldades e que devem ser introdu - zidas com vagar.

Na adição veremos :

- 1 Parcelas com o mesmo número de casas decimais 5,24
- 2 Parcelas com número diferentes de casas decimais :
- 2,354
 114,21
 5.6
 3 Parcelas só com parte inteira e com parte decimal:
- 17,8
 24
 4 Parcelas em que aparecem só inteiros e só parte decimal:

2,47

Na subtração veremos :

- 1 minuendo e subtraendo com número igual de casas decimais :
- 2 número de casas decimais do minuendo maior que o subtra endo ? 9,348
 2,76
- 3 mimero de casas decimais do minuendo menor que o do sub traendo: 53,26 5.457
- 4 minuendo constituido por um número inteiro, sendo o sub traendo formado de um número decimal e parte inteira ?

5 - minuendo constituido por um número inteiro, sendo o subtraendo um número decimal fracionário, sem inteiro:

> 56 - 0.43

Se o trabalho de multiplicação com números inteiros foi bem dirigido, a criança não encontrará dificuldades
na multiplicaçõa de decimais.

A maioria dos autores recomenda que seja observada a seguinte ordem na multiplicação de decimais :

- 1º Decimal multiplicado por inteiro .Ex. : 0,8 x 2 =
- 2º Númerol inteiro multiplicado por decimal. Ex. : 8 x 0,6
- 39 Decimal multiplicado por decimal . Ex. : 1,3 x 2,4 =

DECIMAL MULTIPLICADO POR DECIMAL

O professor levará o aluno a concluir que uma vez retirada a vírgula, o processo de multiplicar é o mesmo que nos números inteiros, não havendo, portanto, uma maneira especial de executá-lo.

Inicialmente os exercícios devem ser fáceis, tornando-se gradativamente mais dificeis. Assim, após o aluno
ter compreendido a multiplicação do número decimal que apresenta apenas décimos, deduzirá quando o número tiver centé simos, milésimos, etc.

Igualmente, o professor fará notar que na multi plicação 0,8, o resultado será em décimos, conduzindo a crix 2
ança a descobrir que haverá tantas casas decimais no produto
quanto forem as do multiplicador.

NÚMERO INTEIRO MULTIPLICADO POR DECIMAIS

O processo empregado é o mesmo que no caso anterior e o professor conduzirá o aluno à generalização de que no produto haverá tantas casas decimais quantas forem as do multiplicando ou multiplicador.

DECIMAL MULTIPLICADO POR DECIMAL

O professor conduzirá o aprendiz a concluir que haverá tantas casas decimais no produto quantas forem as encontradas no multiplicando e multiplicador e que décimos mul-

tiplicado por décimos, terá como produto centésimo.

Como já foi dito anteriomente, é indispensável uma graduação das dificuldades . As primeiras contas devem constar de números pequenos e com poucas casas decimais, devendo o professor ter um cuidado especial quanto as operações nas quais é necessário completar com zeros o número de casas decimais do produto. Ex. :

Deve-se também levar a criança a compreender porque o cancelamento dos zeros finais da parte decimal do pro duto, embora não seja errado conservá-los . Ex.: 2,5

MULTIPLICACÃO POR 10, 100 e 1000

Grossnickle aconselha que antes de se levar a criança a concluir a regra para multiplicação abreviada, deve-se. primeiro, armar a conta como uma outra qualquer . Ex.:

$$\begin{array}{r}
 10 \times 7,5 = 7,5 \\
 \times 10 \\
 \hline
 75,0
 \end{array}$$

10 x 7,5 = 7,5 $\frac{\text{x 10}}{75,0}$ Sòmente, então, o aprendiz será conduzido a con duzido a concluir que no produto, o deslocamento da vírgula para a direita será de tantas casas decimais quantos forem os zeros no multiplicador .

Este mesmo autor, em seu livro " Knouwing About Numbers" páginas 367 e 368, apresenta a seguinte graduação na multiplicação de decimais :



DIVISÃO COM FRAÇÕES DECIMAIS

Tudo que foi válido e significativo para os números inteiros, o será também para os números decimais.

Se a criança realmente, deu significação às ope rações com números inteiros e frações ordinárias, se estabeleceu princípios, fácil lhe será transferí-los para o aprendizado das frações decimais, acrescentando-lhe apenas o que lhe
for específico.

Entre as operações de frações decimais a mais complexa e difícil é, sem dúvida a divisão. E a maior dificuldade encontrada está na colocação da vírgula no quociente. Geralmente, as crianças costumam empregar processos muito variados nessa colocação. É um problema, cuja compreensão e solução difíceis deveriam ser abordados, somente no curso secundário.

Supõe-se então, que ela tenha atingido um gráu de maturidade e que será capaz de elaborar seus conceitos, estabelecer relações numéricas e de fazer abstrações. Mas, enquanto êsse conteúdo da disciplina não fôr banido do programa do curso primário, deverá o professor procurar por todos os meios ao seu alcance, torná-lo acessível, para que seus alunos lhe deem o significado devido.

Conforme já ficou expresso a maior dificuldade, na divisão de frações decimais, está na colocação da vírgula no quociente. Entretanto, se o aluno dominar a divisão de números inteiros, esta dificuldade se afastará.

Se o aluno deu significado às alterações produzidas no valor da fração pelo deslocamento da vírgula para a direita, quando do aprendizado da multilicação por 10,100,1000, etc. fâcilmente compreenderá e dará significação às alterações que a fração decimal sofrerá quando dividida por 10, 1000, 1000, etc. deslocando, nesta forma isto é, na direitado da na direitado de compreende a deslocando dividida por 10, 1000, 1000, etc. deslocando, nesta forma isto é, na direitado da na direitado da na direitado de compreende da na direitado da na dir

visão, a vírgula para à esquerda .

Este é um princípio que não deverá ser enunciado pelo professor, mas sim, descoberto e elaborado pelos próprios alunos, indizidos pela observação dos exemplos que lhes forem apresentados em classe.

DIVIDINDO POR 10 , 100 e 1000

Para achar um <u>décimo</u> de número, divide-se êste por 10. Ex.: 3 : 10 = 0,3.

Para achar um <u>centésimo</u> de um número, divide-se êste por 1000 . Ex.: 3 : 1000 = 0,003 .

Obedecendo a uma certa graduação de dificuldades, apresentam-se os seguintes casos na divisão de frações decimais

- 1 Divisão de número fracionário decimal por um número in teiro .
- 2 Divisão de número inteiro por número fracionário decimal.
- 3 Divisão de número fracionário decimal por número fracio nário decimal .

Segundo Breckner, Grossnickle, Merton no livro do aluno "Théinking with Numbers" devemos sempre considerar as experiências que as crianças trazem e ao dar-lhes os exercícios, obedecer sempre a uma graduação de dificuldades. Isto é muito importante pois um novo aprendizado está sempre baseado num anteriormente assimilado.

Em "Thinking with Numbers " às páginas 116 e 117 os autores apresentam uma série de pontos importantes a serem considerados e observados na aprendizagem e apresentação da divisão de frações decimais, seguindo a graduação de dificuldades em cada caso.

Assim temos :

1 - Dividindo decimal por número inteiro :

4- Mudando fração ordinárias em decimais :

$$\frac{3}{5}$$
 = 5) $\frac{3}{3}$ = 5) $\frac{6}{3}$,0

5 - Mudando fração ordinária em decimal com resto fracionário.

$$\frac{2}{7} = \frac{285}{7}$$

6 - Dividindo inteiro por decimal .:

7 - Dividindo decimal por decimal

b)
$$\cdot 4$$
) $\cdot 02$ = $\frac{\cdot 05}{4) \cdot 20}$

Somente dando significação à vírgula e conhecendo significativamente o valor posicional do algarísmo, o aluno poderá chegar a conceitos claros e deduções certas.

Assim, segundo estudos feitos por Druschell, o melhor processo para determinar o lugar da vírgula decimal no
quociente, na divisão de grações decimais, consiste em " i gualar com zeros as cifras decimais de ambos os têrmos e dividí-los como se fossem inteiros ".

Na opinião da professôra Helena Santiago, depois de nos haver explicado, com muita eficiência, que fração decimal é tôda a fração que tem por denominador uma potência de 10. Ex.:

N
10 (Este n nunca pode ser zero)

Demonstrou- nos que devemos conduzir à criança a compreender bem que a divisão é uma operação inversa a multi-

plicação e que o produto tem tantas decimais quantos tem o multiplicador com o multiplicando juntos e que na divisão as casas decimais do quociente serão iguais as do dividendo menos as do divisor. Isto porque o dividendo é o produto e o divisor é um dos fatores e o quociente é o outro fator.

NESte processo a divisão é feita como nº inteiros, e só no fim usaremos a regra acima deduzida.

Muitos são os processos para divisão de frações decimais, no entanto difícil seria dizer qual o melhor, portanto deverá ser usado o que melhor se adaptar a individualidade de cada criança.

CONCLUSTES

Depois de estadarmos vários autores chegamos as seguintes conclusões :

- 1 Sendo as frações decimais uma extensão do sistema indú arábico, para direita do algarísmo das unidades, o mais importante é o algarísmo das unidades e a vírgula serve para marcar onde se encontra a unidade.
- 2 A aprendizagem das frações decimais é, como a das frações ordinárias, lento, difícil e complexo.
- 3 O êxito da aprendizagem se fundamenta na compreensão lógica e racional que a criança tiver dos números decimais
 fracionários, dependendo da direção que se tenha imprimido ao processo de trabalho.
- 4 O professor ao trabalhar com frações, deve partir do concreto afim de levar a criança a tirar comclusões. Tanto o conceito de fração como a operação a ser aprendida, devem ser claramente entendidos.

- 5 O trabalho com as frações deve partir de experiências anteriores e ser baseado em situações reais de vida .
- 6 O significado das frações é algo de difícil para a criança. Exige do professor tempo e paciência para ir graduando as dificuldades.
- 7 O programa de ensino que incluisse apenas, as frações úteis à vida da criança seria pequeno, mas, a criança poderia vencê-lo com facilidade e compreensão.
- 8 As frações para serem compreendidas, deverão ser somadas e subtraídas em situações significativas. Já no trabalho com a multiplicação e divisão um verdadeiro manejo não aparece. Este é substituído por um modo de pensar objetivo.
- 9 As operações com os números fracionários obedecem aos mesmos princípios que ás com números inteiros. Se os números inteiros foram trabalhados com significação, muito mais fácil será o trabalho do professor com relação às frações.
- 10 Uma interpretação das combinações dos conceitos de números inteiros, bem como a interpretação da notação das frações decimais é a chave para a compreensão das operações de multiplicar e dividir com frações decimais.
- 11 O trabalho com as operações de frações decimais, encontra fortes opositores, entretanto como na realidade consta do programa do currículo primário, o professor deverá
 recorrer a todos os recursos possíveis, para conduzir à
 criança aos processos de cálculo com frações decimais através da interpretação e compreensão de idéias que a
 tornem significativa.
- 12- Como todo o ensino com significação deverá ser dada maior importância à compreensão do como e porquê operam-se os números do que à aprendizagem de regras e maneiras de fazer.

- 13 O desenvolvimento do pensamento numérico baseia-se na habilidade dos alunos de fazerem novas interpretações de idéias antigas e organizarem a aprendizagem de novas maneiras.
- 14 Com isto , o professor libertará o estudo da Aritméti ca , em particular dos números decimais fracionários, de uma série de embaraços que, não raro , entravam o pensamento, mesmo o de adultos .

Bibliografia consultada

- 1 "Building Mathematical Concepts in the Elementaru School
 De Peter Lincoln , Spender e Marguerite Brydegaard .
- 2 Enciclopédia Prática Jackson Matemática Volume X.
- 3 "Growth in Arithmetic " "Building Mathematical Comecepts ". Tradução de lígia de Carvalho Travassos .
- 4 " Thinking with Numbers" Brueckner, Grossnickle -Merton
- 5 " Aritmética II parte J. Rey Pastor . "
- 6 " História da civilização Tomo I Will Durand "
- 7 " Metodologia de la Aritmética em la Escuela Primária"De Ruiz , Santiago Hernandes .
- 8 Matemática na escola elementar " I.N.E.P.
- 9 "Exploring numbers e Knowing about numbers" De Brueckmer, Merton e Grossnickle.
- 10 " Aritmética para os gráus médios " .

 De C. L. Thiele .
- 11 " The lElementary School Journal " De Foster e Grossnickle
- 12 "William Brownell." vários artigos e fichas.
- 13 Publicações postas à disposição pela professôra da unidade D. Odila Barros Xavier .
- 14 " Matemática e E tatística " Osvaldo Sangiorge .
- 15 Anotações de aula .

Lueny Barbosa