

# Frações Decimais

Escola: Instituto de Educação

Curso: Supervisão Escolar

Turma: 531 - Ano: 1958

Aluna: Lourdes C. L. Bonatto

Materia: Direção de Apr. em Matemática

Prof.: Odila B. Xavier.





## Índice :

1. Histórico
2. A vírgula decimal
3. Significação das frações decimais
4. O zero nas frações decimais
5. Movimentação da vírgula
6. Introdução das frações decimais
7. Leitura e Escrita de decimais
8. Operações de decimais
9. Soma de decimais.
10. Subtração de decimais
11. Multiplicação de decimais
12. Divisão de decimais
13. A vírgula decimal no quociente.



# Fracções decimais

## Historico

Os fracções decimais são um prolongamento em uma extensão para a direita da unidade no sistema decimal de notação indio-árabe. Surgiu em face da necessidade que o homem sentiu para expressar quantidades menores do que a unidade. Esta descoberta veio juntar-se a outras tantas e permitiram um desenvolvimento extraordinário dos cálculos aritméticos.

Os fracções decimais datam do século XVI quando Simon e Stevin, de origem belga, foi inspetor dos diques na Holanda, aprovisionador geral da armada e ministro da fazenda, submeteu à consideração dos homens de negócios e aos matemáticos e cientistas da época, o primeiro tratado sistemático sobre a forma decimal de expressar o números inteiros. Antes do tratado que Stevin escreveu sobre decimais, publicado em 1585 em flamengo e francês, com os títulos "La Thiende" e "La Disme", o alemão Christian Rudolff, publicou em 1540 uma aritmética em que já apareciam alguns números decimais. Em vez da virgula ou do ponto decimal, que só se tornou acostumado depois de 1646, quando John Napier, inventou os logaritmos, o empregou nos seus trabalhos, o autor usava um traço vertical para separar as partes inteiras e fracionárias. Escrevia  $3/25$  para significar 3.25 ou 3,25. Supõe-se tenha sido esse traço a origem da virgula decimal, que hoje usamos.

Stevin não foi feliz na notação que escolheu.

É bastante pensar em que representaria da seguinte maneira o número 4,275 : 4(0) 2(1) 7(2) 5(3)

Francis Viète porém, seu contemporâneo, estabeleceu o traço vertical.



Surgiu um período de confusão com relação ao modo de escrever as novas frações.

Alguns escritores usavam parenteses, outros uma barra sobre os dígitos para distinguir a parte fracionária de um número. Ainda outros usavam sinais como:  $5.7'3''4'''$  ou  $\frac{5}{7} 3'' 4'''$ , outros escritores usavam ainda uma forquilha, como  $0 \underline{56}$  para indicar 0,56; algumas vezes algarismos pequenos eram escritos para indicar a parte fracionária, como 353 querendo indicar 3,53

Seguiu-se outro período durante o qual o simbolismo de frações ordinárias e decimais foi confundido, por exemplo  $5 \frac{1}{2}$  para 5.5.

### @ virgula decimal

Embora a utilização da virgula, para representações de frações decimais significou importante acréscimo na história da ciência, ela não é uma parte essencial no sistema de notação, como podemos ver no que já foi dito, os decimais podem ser escritos sem ela.

Mesmo hoje, se quisermos, podemos indicar decimais colocando-se uma barra sobre os dígitos da fração decimal ou de outra maneira, como as já referidas acima. A virgula é um sinal puramente incidental para indicar a colocação da posição das unidades. O uso geral dá como sendo decimais aquelas frações, nas quais a virgula é usada, entretanto deve-se compreender que os denominadores decimais são todas potências de dez e torna a fração decimal e não o uso da virgula. O sistema decimal todo se centraliza sobre o lugar uns este é a posição base da qual derivam os valores de todas as demais posições.



## Significação das Frações Decimais

Frações decimais são uma parte selecionada de todas as frações, aquelas cujos denominadores são uma potência de dez, como por exemplo:  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{53}{100}$ ,  $\frac{12}{10}$  etc.

Não se deve confundir frações decimais com ordinárias, pelo fato de usarmos denominadores. O uso geral, entre nós, dá como sendo decimais aquelas frações, nas quais, a vírgula é usada.

A fração decimal pode representar:

a) uma parte decimal da unidade  
 b) a soma de várias partes decimais da unidade (sendo menor que dez o número de partes de cada ordem decimal).

c) o conjunto que encerra uma ou mais unidades com uma ou mais partes da unidade.

Estendendo-se às partes decimais da unidade a aplicação do princípio do valor relativo é possível apresentar qualquer fração decimal, sem escrever-se o denominador. A fração  $\frac{239}{100}$  por exemplo, que é igual a soma de  $2 + \frac{3}{10} + \frac{9}{100}$ , pode ser escrita da seguinte maneira: 2,39. O algarismo 3, na posição em que está à direita da vírgula que o separa da parte inteira 2, representa unidades dez vezes menores do que representaria se estivesse no lugar de 2. O 2 representa unidades simples, portanto, 3 representa décimos da unidade.

Mas se 3 representa décimos 9, representa décimos de décimos ou centésimos.

No número decimal distingue-se duas partes: a inteira que fica à esquerda da vírgula e que pode ser igual a zero e a decimal, que fica à direita da vírgula e cujos algarismos são chamados algarismos decimais. Como vimos, o sistema decimal de no-



tação está baseado na idéia de uma série contínua de unidades grupadas em sucessivas coleções de dezenas, dezenas de centenas, dezenas de milhares, etc.

A unidade é posição base, da qual derivam os valores de todas as demais posições. Cada casa a esquerda da posição base, que é a unidade representa um valor dez vezes maior do que o representado a sua direita e cada casa a direita da unidade representa um valor dez vezes menor do que o valor representado a sua esquerda.

### 0 zero nas frações decimais

Se antepusermos um zero a uma fração decimal qualquer, como por exemplo em  $0,5$  esta transforma seu valor numérico, resultando  $0,05$

Se propusermos um zero a uma fração decimal qualquer, como em  $0,5$ , ela não se altera de valor, resultaria  $0,50$

### Movimentações da vírgula

A posição das unidades é posição básica nas frações decimais, daí se derivam todos os seus valores numéricos. Em nosso meio, a vírgula localiza tal posição, assim, os inteiros decimais ficam a esquerda da posição das unidades e as frações decimais ficam a direita da posição das unidades.

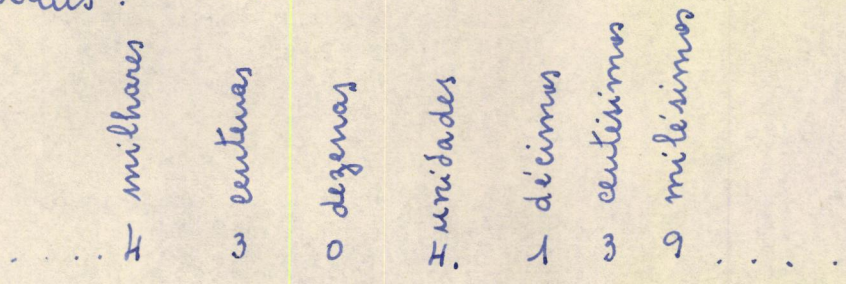
As expressões de frações decimais são lidas como inteiros decimais e estas tornadas tantas vezes menor em valor numeral como foi indicado pela localização da posição das unidades.



Movendo-se a vírgula decimal estabelece-se uma nova posição das unidades e muda-se o valor posicional de todos os dígitos do número. Exemplos:

- 1) 245
- 2) 24,5 (dez vezes menor que o 1º)
- 3) 2,45 (cem vezes menor que o 1º)

O diagrama seguinte ilustra a extensão de decimais.



### Introdução das Frações Decimais

Quando o assunto for tratado sistematicamente, a criança já tem conceitos construídos, como:

a) que no sistema decimal de notação há 10 dígitos.

b) que o número ocupa um valor posicional.

Assim um número escrito na posição das dezenas tem o valor dez vezes maior do que aquele colocado na posição das unidades. O número escrito na posição das unidades tem um valor dez vezes menor do que o colocado, na posição das dezenas.

Diversos exercícios poderão ser feitos levando a criança viver situações de contagem de dez em dez; escrever números dez vezes maiores, dez vezes menores em relação ao valor da posição do algarismo.

O marco que separa a parte inteira da decimal e sua substituição pela vírgula, poderá ser compreendido pela comparação dos conhecimentos que a criança



já possui, de certas moedas usuais, do metro, do litro e seus divisores. Podemos ainda encontrar como fundamentos o que o aluno sabe da notação falada e escrita dos números inteiros e das frações ordinárias.

Para que a criança possa construir o conceito de frações decimais, a professora deve levá-la a executar múltiplos exercícios, nos quais irá observar, como por exemplo, a equivalência que existe entre moedas, a relação entre medidas em ordem ascendente e descendente, recordar o valor relativo das diferentes ordens do sistema de numeração decimal, como: dezenas, centenas, milhares etc. É recomendado o uso de cartões, fichas, gráficos, ou fazer com que os alunos dramatizem, tudo o que observaram.

As coisas novas no ensino das frações se limitam apenas de como escrever a forma decimal, a vírgula decimal e o que indicamos números escritos à direita da vírgula.

### Leitura e escrita de decimais

As crianças encontrarão facilidade na aprendizagem da leitura e da escrita de decimais se foram bem conduzidas no aprendizado dos números inteiros, e se têm, bem claro, o conhecimento do valor posicional do algarismo e o emprego da vírgula será facilitado.

A leitura e escrita de decimais deve associar-se ao conhecimento de certos objetos de uso pessoal corrente e aos assuntos da vida real, como: termômetro, barômetro, manômetro, etc...; e a notação de certos gêneros no comércio; isto facilitará a sua compreensão por serem mais diretamente relacionados com a vida prática da criança.

Temos duas formas de apresentação dos



decimais.

a) sob forma de fração ordinária, exemplo:  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{24}{100}$ ,  $\frac{18}{1000}$ , etc. ;

b) e a forma na qual é usada a vírgula, exemplo: 0,3, 0,24, 0,018.

Quanto à introdução, de uma ou de outra forma, há ainda divergência entre autores. Para alguns, a primeira forma, além de ter pequeno valor, é algo de duvidoso para o aluno porque  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{24}{100}$ ,  $\frac{18}{1000}$ , já são frações decimais. Neste caso então, as frações decimais devem ser introduzidas através do uso de situações nas quais o aluno tenha uma necessidade para a leitura, podemos dizer que preferem então, que sejam situações onde a vírgula apareça, como nas comparações de medidas, etc.

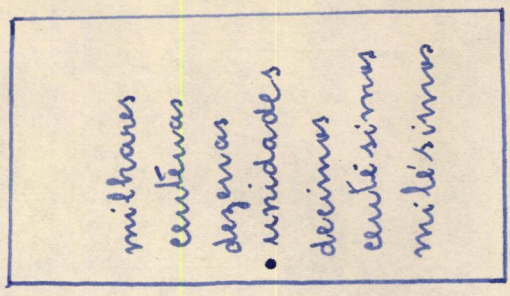
Há outros entretanto, que se valem tanto de um como de outro processo. Estes dizem que o aluno deve exercitar-se em efetuar a mudança, nas comparações de decimais com ordinárias, para poder aplicar às frações decimais as propriedades das frações ordinárias que já conhece e também para preparar-se para o estudo das porcentagens, visando deste modo dupla finalidade no processo.

Em última análise, estas divergências se compensam, pois que, a criança deverá, no final, aprender os dois processos quer seja iniciada sob forma decimal ordinal ou sob forma decimal com vírgula; precisará conhecer ambos os processos para construir básicos conceitos a respeito das decimais.

Para exercitar a leitura e escrita de decimais podemos usar gráficos, como o representado na página seguinte, que os alunos poderão tomar como guia. O lugar das unidades é centro do nosso siste-



ma de notação de fração e deve receber ênfase como tal.



Nas frações  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{5}{100}$  etc. a criança será levada a observar e a compreender o que os denominadores são quando a vírgula decimal é usada.

### Operações com decimais.

Este trabalho só poderá ser iniciado depois da classe ter dado significação às frações decimais. O professor então conduzirá o trabalho de modo que os alunos realizem com sucesso as quatro operações.

Se as crianças foram bem conduzidas na aprendizagem dos números inteiros, encontrarão agora facilidade nesta nova aprendizagem, dos números decimais. Os conceitos que fundamentam as operações de inteiros também fundamentam as operações de decimais.

Todas as dificuldades devem ser gradua das.

### Soma de decimais

Os conceitos de relação parcela-soma são básicos para interpretar a adição nas frações decimais. A interpretação da vírgula é ponto fundamental para o trabalho de adição.

Tantos a observar:

- a) interpretação das decimais que se transportam de uma coluna a outra
- b) colocação dos algarismos.

Distingue-se 3 casos de adição:



1) números decimais com o mesmo número de algarismos decimais, ex:

$$\begin{array}{r} 10,43 \\ + 6,02 \\ \hline \end{array}$$

2) números decimais com números diferentes de algarismos decimais, ex:

$$\begin{array}{r} 8,564 \\ + 3,97 \\ \hline \end{array}$$

3) números decimais e inteiros, ex:

$$\begin{array}{r} 47 \\ + 6,24 \\ \hline \end{array}$$

## Subtração de decimais

São importantes os conceitos das relações entre minuendo - subtraendo e diferença e a interpretação da vírgula.

É importante observar: casos em que os algarismos do minuendo são em menor número que os do subtraendo.

Neste caso levamos o aluno a recordar o princípio que, zeros pospostos a qualquer <sup>fração</sup> decimal não altera seu valor. Assim o aluno pode igualar as casas com zero, ex:

$$3,4 - 1,245$$

$$\begin{array}{r} 3,400 \\ - 1,245 \\ \hline \end{array}$$

## Multiplicação de frações

São básicas as relações entre multiplicando, multiplicador e produto para interpretação de multiplicação, assim como a interpretação da vírgula.

Faremos 3 casos a distinguir em multiplicação:

- 1) multiplicação de decimal por inteiro, que se efetua como a de inteiro, tomando-se porém o cuidado de separar com a vírgula a parte decimal da inteira;
- 2) multiplicação de decimal por decimal. É efetua



se como se fosse inteiros, separando-se no produto, a partir da direita tantas casas decimais, quantas em conjunto tenham os dois fatores. Ex:  $0,15 \times 0,3 = 0,045$

$$\text{Análise: } 0,15 \times 0,3 = \frac{15}{100} \times \frac{3}{10} = \frac{45}{1000} = 0,045$$

3) multiplicador fracionário, ex:  $12 \times 0,3$ .  
Quando o multiplicando é constante o produto varia diretamente com o multiplicador.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 0,3 \\ \hline 3,6 \end{array}$$

## Divisão de frações

Os conceitos de relação dividendo - divisor, quociente são básicos para a interpretação da divisão. A interpretação da vírgula e de expressões de frações decimais são fundamentais para a compreensão de divisões de frações.

A divisão de frações é executada da mesma maneira como a divisão de inteiros.

São 3 os casos que podemos distinguir:

1) divisão de um número decimal por um inteiro.

2) divisão de um inteiro por um decimal

3) divisão de decimal por decimal

No primeiro caso, a criança deve assimilar que, as unidades inteiras e decimais do quociente são da mesma natureza das do dividendo que as produziram.

Ex: 1) 
$$\begin{array}{r} 38 \\ 384 \overline{) 12384} \end{array}$$

2) 
$$\begin{array}{r} 4,41 \\ 384 \overline{) 2846,25} \end{array}$$

3) 
$$\begin{array}{r} .03 \\ 8 \overline{) .24} \end{array}$$

4) 
$$\begin{array}{r} .0071 \\ 25 \overline{) .1784} \end{array}$$



No exemplo 1), o primeiro dividendo parcial 1238, atinge até as dezenas e produz até a cifra 3 das dezenas do quociente, a segunda e última cifra do quociente, representa unidade e foi produzida pelas unidades do dividendo, agregadas as resultantes de reduzir as unidades o resto das dezenas.

No exemplo 2), a última cifra, da direita do quociente, representa centésimos, porque procede da cifra 50 centésimos; tem que ser assim, porque o dividendo considerado em unidades de ordem da última cifra da direita é um número de centésimos e, portanto, deve dar um quociente de centésimos.

No exemplo 3), a primeira cifra significativa do quociente tem que representar centésimos porque a cifra dos décimos é inferior a do divisor, temos que tomar os 24 centésimos, portanto o quociente será de centésimos.

No exemplo 4), o primeiro dividendo parcial 148, é um número de milésimos; a cifra que produzirá o quociente deverá ser de milésimos.

O ensino da dependência das unidades do quociente respectivamente com as do dividendo, suprime a perplexidade e evita equívocos. Este modo de ensinar, não impede, que quando o quociente contém cifras nas decimais, se adquira o hábito de escrever o ponto no quociente, tão prontamente, como se baixa a primeira cifra decimal.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 12. \\ 275 \overline{)3481.55} \\ \underline{731} \\ 1815 \end{array}$$

Em vez de terminar a operação, esperar digo separar então as duas cifras decimais por tratar-se de um quociente de centésimos. A conveniência deste modo de proceder vem de que, colocado o ponto em seu



lugar, podemos aproximar cifras decimais sem nenhuma  
cuidado.

O 2º caso da divisão de decimais, nos apre-  
senta dificuldades didáticas. A importância teórica des-  
te caso está em que, serve para repassar a propriedade  
de que pela qual o quociente não altera se multiplicarmos  
ou dividirmos o dividendo e divisor pelo mesmo núme-  
ro. A prática de divisões de decimais por inteiro,  
além de ser o caso corrente nos problemas também permite eli-  
minar o hábito vicioso do ensino da multiplicação e di-  
visão com zeros, leva-se assim o aluno desde o início  
a um hábito correto.

O 2º caso de decimais, se reduz em última in-  
stância, a gravar na mente esta ideia: no divisor devem se  
soprimir, quando houver, os zeros e o ponto decimal.

Assim a divisão  $38461 : 2500$  se transforma em:  
1)  $384.61 : 25$  e a divisão  $384 : 25.45$  se transforma em  
2)  $38400 : 2545$ . Em geral se pode suprimir os zeros da  
direita do divisor tomando da direita do dividendo tantas ci-  
fras decimais como zeros se suprimem no divisor e vice versa, se  
pode suprimir o ponto decimal no divisor com tanto que  
se agregue a direita do dividendo tantos zeros como cifras de-  
cimais havia no divisor.

No caso um) se dividem ambos os termos pelo mes-  
mo número. No caso 2) se multiplicam. Em ambos o  
quociente permanece invariável.

No 3º caso de decimais podemos considerar três  
tipos de divisões:

1º tipo, a criança aprende imediatamente, pois  
é o caso de dividendo e divisor com o mesmo caso  
de cifras.

2º o divisor com maior no. de cifras decimais.



Este caso também é facilmente resolvido, basta lembrar o que foi dito acima;

3) em que o dividendo tenha mais cifras decimais. Este caso, ocasiona divisões mais demoradas durante algum tempo. Para evitá-las se recorre frequentemente a igualdade do no. de cifras decimais do dividendo e divisor, agregando zeros ao divisor. Com ele volta-se ao divisor com zero à direita. Então é preferível a fórmula de colocar invariavelmente o ponto decimal no divisor e agregar zeros ou correr a vírgula, na direita do dividendo, tantos lugares como cifras decimais tiverem o divisor.

Bem introduzida, a idéia de deixar sempre o divisor em forma inteira e que o mesmo é simples, estas operações nas tardam em executar-se com acerto se o mestre evita cair em descuido.

### Como achar a vírgula decimal no quociente

Diversas são as maneiras de achar-se o lugar da vírgula no divisor.

As mais comuns são:

- 1) pondo a marquinha de interpolação:  $\wedge$ ;
- 2) tomando o divisor um número inteiro e multiplicar-se dividendo e divisor por uma potência de dez;
- 3) subtraindo-se o número de casas decimais no divisor do número de casas decimais no dividendo.

O processo 3) é conhecido como princípio subtrativo e justamente o inverso para achar-se o no. de casas decimais no produto, é defendido por muitos autores e estabelecem como sendo esse o único processo significativo.



Johnson e Engen que estão a favor da marquinha de interpolação salientam que qualquer um pode ser mecânico ou significativo, dependendo do modo como conduzirmos a aprendizagem. Se a operação foi baseada no princípio de que, se multiplicarmos ambos os termos de uma fração pelo mesmo número ela não se altera sem valor terá assim o mesmo significado matemático.

Nenhum dos dois métodos podem ser visualizados de tal modo que possibilite o aluno a descoberta através da representação gráfica. Cada um destes métodos é baseado num princípio matemático que poderá ser difícil de entender no início da aprendizagem de divisões decimais. Nesta fase o aluno poderá visualizar a operação e trabalhar num nível mais imaturo para que possa compreender os processos necessários.

Podemos concluir que o método que se deve adaptar para o ensino da colocação da vírgula (é apresentado significativamente) no quociente é o que melhor possa ser visualizado e apresentado significativamente e possa ser obtido de maneira a habituar o aluno a descobrir os passos no processo, (este método consiste em tornar o divisor um número inteiro, multiplicando ambos os termos, dividendo o divisor por uma potência de dez).



## Conclusões

1: As frações decimais são resultantes da interpretação e extensão da ideia dos números inteiros.

2: A invenção das frações decimais foi uma grande conquista do homem, assim como o da vírgula.

3: A vírgula é um sinal que serve apenas para indicar a colocação da posição das unidades.

4: A fração decimal apresenta vários significados.

5: Movendo-se a vírgula, estabelece-se uma nova posição para as unidades e muda-se o valor posicional de todos os dígitos.

6: As frações decimais, devem ser introduzidas em situações reais de vida, onde a criança sinta necessidade de expressá-las.

7: O processo só será fácil se a criança foi bem conduzida na aprendizagem de inteiros.

8: Devem ser iniciadas, apelando-se para as experiências que a criança já possui, em situações reais e valorizando-se as situações sociais.

9: Na sua aprendizagem, deve-se dar grande importância à graduação de dificuldades.

10: Há dois sistemas para expressar valores fracionários: frações ordinárias e frações decimais (com vírgula).

11: O sistema métrico decimal é de grande importância nas frações decimais.

12: As experiências com decimais começam antes do aluno iniciar propriamente o estudo sistemático das frações decimais.

13: Na divisão de frações, o melhor método para a colocação da vírgula no quociente é aquele que o aluno melhor visualizar.



## Obras Bibliográficas consultadas:

1. Growth in Arithmetic - By John Clark Roland Smith com colaboração de Harold Moser.
2. Teaching the New Arithmetic by Guy M. Wilson e outros.
3. Enciclopedia Gráfica Jackson - Matemáticas - Volume X. pag 244. 25. 1955
4. 10.000 de descobertas - Autor Bruno Hauser - Tradutor Roberto Ruiz Pereira de Almeida.
5. The Elementary School Journal - Abril 1952 - Foster G. Grossnickle.
6. The Teaching of Arithmetic - Herbert Spitzer
7. Its Meaning and Practice - Autor - Buckingham
8. Elementary Arithmetic - Burdette R. Buckingham
9. Building Mathematical Concepts - Peter Lincoln Spencer Marguerite Brydegaard.
10. Metodologia de la Aritmética en la Escuela Primaria S.H. Ruiz.
11. Metodologia de la Aritmética Elemental de José Elpidio Perez Somossa.
12. Fundamentos e Metodologia de Ensino - Folheto do Departamento Nacional de Educação.
13. Revistas do ensino - agosto e setembro 1958.
14. Notas de aula.