

Fiche 12 págs. 19, 20

1. Esta ficha e as quatro seguintes dizem respeito a certas propriedades que pode ter, ou não ter, uma relação num conjunto.
2. Na relação, (II, 9, 1), todos os elementos são bouclés. Diz-se que ela é reflexiva.
3. Na relação em \mathbb{N} : "... é inferior a ...", nenhum elemento é bouclé; porque? Diz-se que a relação é antireflexiva.
4. Na relação, (II, 9, 4), alguns elementos são bouclés, outros não são. Esta relação não é nem reflexiva, nem antireflexiva.

Atenção: "Não reflexiva" não é sinónimo de "antireflexiva".

"A relação R em E é reflexiva" significa:
"Para R , todos os elementos de E são bouclés"
"A relação R em E é antireflexiva" significa:
"Para R , nenhum elemento de E não é bouclé."

6. É importante observar que, nestas definições, as palavras "todos", "nenhum", desempenham um papel capital. Encontra-se muitas vezes em matemática definições deste género. De onde a introdução de um símbolo para traduzir que todos os elementos de um conjunto dado E possuem uma certa propriedade P .

" $\forall x, x \in E, x$ possui a propriedade P "

o que se lê: "Qualquer que seja x pertencendo a E , x possui a propriedade P ".

Assim, por exemplo, "a relação R em E é reflexiva" pode se traduzir por:

" $\forall x, x \in E$, a proposição xRx é verdadeira".

Outro exemplo: "A relação R em E é antireflexiva" pode se traduzir por:

" $\forall x, x \in E$, a proposição xRx é falsa".

7. O que se pode dizer do esquema cartesiano de uma relação reflexiva? A mesma pergunta para uma relação antireflexiva.

8. Anotai bem que, nesta ficha, a gente não se ocupa nada dos pares de elementos.

9. Exercícios

a) Seja a relação em $E = \{a, b, c\}$ caracterizada por seu gráfico:

$\{(a, a), (a, b), (b, c), (b, b)\}$

Ela é reflexiva? Senão, como completar o gráfico para desembocar numa relação reflexiva?

Ela é antireflexiva? Senão, como eliminar o gráfico para desembocar numa relação antireflexiva?

b) Na ficha (II, 10), procurem as relações reflexivas; as relações antireflexivas

c) Como seria preciso completar o gráfico da relação (II, 9, 4) para que a nova relação obtida seja reflexiva?

Repertório dos símbolos: $\forall x, x \in E, \dots$
(Qualquer que seja x pertencendo a E, \dots)